

TEORÍA DE ECUACIONES SOLUCIONARIO

MSC. Jhon Lima Yarpaz

MSC. Cristian Vilaña Andi



MUNDOS
ALTERNOS
DIGITALES

Créditos

(=) Teoría de las Ecuaciones SOLUCIONARIO

Autores

MSC. Jhon Lima Yarpaz

MSC. Cristian Vilaña Andi

Primera edición impresa:

ISBN: 978-9942-7454-1-5

DERECHOS DE AUTOR CERTIFICADO: NO QUI-059826

Fecha de aparición: 2025-10-07

Revisión científica:

Dra. Marcia Arbusti - Universidad Nacional de Rosario

Dra. Angelita Martínez - Universidad Central del Ecuador

Publicación autorizada por: La Comisión Editorial presidida por Andrea Maribel Aldaz

Corrección de estilo y diseño: Pablo Cevallos

Imagen de cubierta: Diseño del autor

Derechos reservados. Se prohíbe la reproducción de esta obra por cualquier medio impreso, reprográfico o electrónico. El contenido, uso de fotografía, gráficos, cuadros, tablas, y referencias es de exclusiva responsabilidad de los autores.

Los derechos de esta edición digital son de los Autores



Presentación Editorial

Editorial Mundos Alternos Digitales se complace en presentar la obra "Teoría de Ecuaciones: Solucionario", elaborada por los MSC. Jhon Lima Yarpaz y MSC. Cristian Vilaña Andi, especialistas en Ciencias de la Educación, Mención Matemática y Física, formados en la Universidad Central del Ecuador. Esta publicación constituye un valioso aporte a la didáctica de las matemáticas, orientada tanto a docentes como a estudiantes que buscan fortalecer su comprensión de los fundamentos algebraicos y el razonamiento lógico.

El texto reúne, con rigurosidad académica, los procedimientos y métodos más representativos para la resolución de ecuaciones polinómicas, algebraicas, trascendentes y sistemas lineales, acompañados de explicaciones detalladas, ejemplos resueltos y ejercicios prácticos que promueven el aprendizaje significativo. La claridad metodológica de los autores permite al lector adentrarse en el análisis estructural de las ecuaciones, comprendiendo la lógica interna de cada paso y su aplicación en distintos contextos educativos.

En una época donde la enseñanza de las matemáticas enfrenta el reto de la desmotivación y la distancia entre teoría y práctica, este libro se erige como un puente entre el conocimiento formal y la aplicación concreta. Cada capítulo está diseñado para guiar progresivamente al lector desde los principios elementales hasta los procedimientos más complejos, fomentando el pensamiento analítico, la argumentación y la resolución de problemas.

Desde Mundos Alternos Digitales, reafirmamos nuestro compromiso con la innovación educativa y la democratización del conocimiento, impulsando la publicación de obras que integren la ciencia, la pedagogía y la pasión por enseñar. Este solucionario es una muestra de que la educación matemática puede ser clara, accesible y profundamente significativa cuando se combina el rigor académico con la vocación docente.

Felicitamos a los autores por su esfuerzo intelectual y su dedicación a la enseñanza de las ciencias exactas. Su obra refleja no solo competencia técnica, sino también sensibilidad pedagógica, convirtiéndose en una herramienta indispensable para los educadores que buscan fortalecer sus prácticas de aula y acompañar a sus estudiantes en el desarrollo del pensamiento lógico.

Publicar este libro en nuestra editorial significa respaldar una visión transformadora de la educación: aquella que ve en cada ecuación una oportunidad de razonamiento, en cada problema una ocasión de descubrimiento, y en cada estudiante un potencial infinito de aprendizaje.

Con esta obra, reafirmamos que enseñar matemáticas es enseñar a pensar, y que el pensamiento crítico y lógico es la base para comprender el mundo desde la razón y la creatividad. Invitamos a los lectores a sumergirse en estas páginas con curiosidad, disciplina y entusiasmo, convencidos de que el conocimiento compartido es la ecuación más perfecta entre el saber y el ser.

Editorial Mundos Alternos Digitales

Quito, Ecuador

2025

Biografía de Jhon Javier Lima Yarpaz

Jhon Javier Lima Yarpaz es un destacado profesional ecuatoriano comprometido con la enseñanza de las ciencias exactas y la formación integral de las nuevas generaciones. Es Licenciado en Ciencias de la Educación, mención Matemática y Física, título obtenido en la Universidad Central del Ecuador, institución en la que cimentó su vocación docente y su interés por la investigación educativa.

Motivado por el deseo de perfeccionar sus conocimientos y fortalecer su práctica pedagógica, continuó sus estudios de posgrado en la misma casa de estudios, donde alcanzó el grado de Magíster en Educación, mención Matemática. Esta formación le ha permitido profundizar en metodologías innovadoras para la enseñanza de las matemáticas, promoviendo un aprendizaje significativo, reflexivo y orientado al desarrollo del pensamiento lógico y crítico en los estudiantes.

A lo largo de su trayectoria, Jhon Javier Lima Yarpaz se ha caracterizado por su compromiso con la calidad educativa, la actualización constante y la búsqueda de estrategias que integren la teoría con la práctica. Su trabajo se centra en inspirar a los estudiantes a descubrir la belleza y utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana, fomentando una actitud científica y analítica ante los desafíos del conocimiento.

Como educador, su principal objetivo es contribuir al fortalecimiento del sistema educativo ecuatoriano desde una perspectiva humanista, científica y transformadora, convencido de que la educación es el motor del progreso individual y social.

Biografía de Cristian Manuel Vilaña Andi

Cristian Manuel Vilaña Andi es un educador ecuatoriano dedicado a la enseñanza de las ciencias, con una sólida formación académica y una profunda vocación por la docencia. Obtuvo el título de Licenciado en Ciencias de la Educación, mención Matemática y Física, otorgado por la Universidad Central del Ecuador, donde desarrolló una visión integral sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje en el ámbito científico.

Su interés por fortalecer sus competencias pedagógicas y contribuir a la innovación educativa lo llevó a cursar estudios de posgrado en la misma institución, alcanzando el grado de Magíster en Educación, mención Física. Esta formación le ha permitido profundizar en metodologías activas y experimentales orientadas al desarrollo del pensamiento lógico, la curiosidad científica y la comprensión de los fenómenos naturales desde una perspectiva crítica y aplicada.

A lo largo de su trayectoria, Cristian Manuel Vilaña Andi se ha destacado por su compromiso con la excelencia académica, la formación de estudiantes con pensamiento analítico y la promoción de un aprendizaje significativo basado en la experiencia y la reflexión. Su labor docente se caracteriza por la búsqueda constante de estrategias innovadoras que acerquen la física y las matemáticas a la realidad cotidiana de los estudiantes, motivándolos a descubrir su valor y su impacto en la vida diaria.

Convencido de que la educación es un pilar esencial para el desarrollo del país, Cristian Manuel Vilaña Andi orienta su trabajo hacia la construcción de una enseñanza transformadora, inclusiva y con sentido humano, en la que la ciencia se convierta en una herramienta para comprender, mejorar y servir al mundo.

DEDICATORIA

A mi fortaleza: Dios

*Porque nos mantiene con salud y
unidos en medio de una pandemia.*

A mí 'ma-pa': Bertha

*Porque es mi madre y mi padre a la vez,
nada es un sacrificio cuando es por un hijo.*

*La mente puede trabajar de forma eficiente,
cuando hay alegría en el corazón y paz en el alma.*

Lima Y. Jhon J. (2020)

*En primer lugar,
a Dios por brindarme fortaleza y sabiduría.*

*A mis padres Cristina Andi y Manuel Vilaña,
por apoyarme en cada momento, por cuidarme
y brindarme su amor en cada instante de mi vida.*

*A mis amigos por entregarme su amistad,
su tiempo y su paciencia.*

Vilaña A. Cristian M. (2020)

AGRADECIMIENTO

Los autores agradecen a:

MSc. Paco Bastidas Romo, por la autorización para publicar la presente obra.

MSc. Cintya Veloz Hidalgo, por sus amables sugerencias en beneficio del solucionario.

Los docentes de nuestra querida carrera, por sus valiosas enseñanzas.

ÍNDICE

PRESENTACIÓN	III
DEDICATORIA	IV
AGRADECIMIENTO	V
CAPÍTULO 1: ECUACIONES POLINÓMICAS	1
Expresiones polinómicas (Página 3)	1
Resolución de ecuaciones de primer grado (Página 8).....	2
Resolución de ecuaciones que contienen signos de agrupación (Página 9).....	5
Relación de ecuaciones con coeficientes fraccionarios (Página 10).....	9
Factorización (Página 12)	11
Método de aspa (Página 13)	16
Completación de un trinomio cuadrado perfecto (Página 14).....	20
Por la fórmula general (Página 15)	25
Resolución de ecuaciones cuadráticas incompletas (Página 17)	29
Discriminante de una ecuación de segundo grado (Página 19).....	33
Propiedades de las raíces de una ecuación cuadrática (Página 21)	37
Ecuaciones reducibles a ecuaciones cuadráticas (Página 23).....	42
Teorema del resto (Página 30).....	48
Raíces racionales, irracionales y complejas (Página 35).....	54
Número de raíces de un polinomio (Página 36)	63
CAPÍTULO 2: ECUACIONES ALGEBRAICAS	71
Ecuaciones racionales (Página 42)	71
Ecuaciones racionales con fracciones complejas (Página 43).....	76
Ecuaciones irracionales (Página 48).....	80
Ecuaciones irracionales con 3 radicales (Página 49).....	87
Ecuaciones con valor absoluto: números críticos (Página 56)	91
Ecuaciones con valor absoluto: teoremas (Página 60)	98
Ecuaciones con valor absoluto dentro de valor absoluto (Página 62)	103

CAPÍTULO 3: ECUACIONES TRASCENDENTES	113
Ecuación exponencial de una variable (Página 66).....	113
Potencias de exponente irracional (Página 67).....	118
Definición de logaritmo (Página 69)	119
Teorema de cambio de base (Página 70)	121
Teoremas de los logaritmos (Página 71).....	123
Ecuaciones logarítmicas (Página 74).....	126
Ecuaciones trigonométricas en una variable (Página 84)	135
CAPÍTULO 4: SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	151
Igualdad de números (Página 87).....	151
Igualdad de dinero (Página 90)	154
Igualdad con edades (Página 91).....	158
Igualdad con áreas (Página 92)	161
Igualdad con partes proporcionales (Página 94).....	162
Igualdad con mezclas (Página 95).....	164
Igualdad con tiempo de trabajo (Página 96).....	165
Igualdad con tiempo para llenar un estanque (Página 97).....	167
Igualdad en los problemas del reloj (Página 102).....	169
Igualdad en los problemas de los móviles y botes (Página 104).....	172
Problemas de ecuaciones de segundo grado (Página 106).....	175
CAPÍTULO 5: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES.....	179
Método gráfico (Página 110)	179
Método de eliminación (Página 113)	180
Método de igualación (Página 114)	183
Método de sustitución (Página 115).....	186
Determinantes (Página 117)	189
Regla de Cramer (Página 118).....	190

	x
Método de pivote (Página 120).....	192
Sistema de ecuaciones fraccionarias (Página 122)	193
Problemas (Página 124).....	198
CAPÍTULO 6: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES (3x3)	201
Método gráfico (Página 130).....	201
Método de eliminación (Página 132).....	202
Método de sustitución (Página 134)	205
Método por determinantes (Página 137)	208
Método de pivote (Página 140).....	212
Problemas (Página 142).....	216
Sistemas lineales 4x4 (Página 144)	222
CAPÍTULO 7: SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEALES	225
Sistema de ecuaciones cuadráticas (Página 152)	225
Sistema de ecuaciones exponenciales (Página 158)	232
Sistema de ecuaciones logarítmicas (Página 164)	244
Sistemas de ecuaciones trigonométricas (Página 170)	255
BIBLIOGRAFÍA.....	265
ANEXOS	266

CAPÍTULO 1 ECUACIONES POLINÓMICAS

EXPRESIONES POLINÓMICAS

PÁGINA 3

1.- Clasificar las siguientes expresiones. Justifique su respuesta.

1. $y + 4$

Expresión polinómica, ya que la variable "y" tiene exponente natural.

2. $y^{-1} + 2$

Expresión racional, ya que la variable "y" tiene exponente entero negativo.

3. $5^x - 5^8$

Expresión exponencial, ya que la variable "x" figura como exponente.

5. $(5/z) + 2$

Expresión racional, ya que la variable "z" figura en el denominador.

6. $y^3 - 2y$

Expresión polinómica, ya que la variable "y" tiene exponente natural.

7. $z^{-2} + z - 2$

Expresión racional, ya que la variable "z" tiene exponente entero negativo.

8. $(x^3 + 1 + x^2) / x^2$

Expresión racional, ya que la variable "x" tiene el exponente en el denominador.

9. $\cot(x) + 2$

Expresión trigonométrica, ya que la variable "x" está determinada por la cotangente.

10. $y^{1/2} - 2y + 1/5$

Expresión irracional, ya que la variable "y" tiene exponente fraccionario.

11. $-2z^{3/2} + 4z + 3$

Expresión algebraica, ya que la variable "z" tiene exponente racional.

12. $x - 4 + 3/x^{1/2}$

Expresión combinada, ya que contiene expresiones polinómicas e irracionales.

13. $4y^2 / 3 + y - 2$

Expresión polinómica, ya que la variable "y" tiene exponente natural.

14. $2^{z+1} - 4$

Expresión exponencial, ya que la variable "z" figura como exponente.

15. $5^{6-3/2y-1} - 5^{3/2}$

Expresión exponencial, ya que la variable "y" figura como exponente.

16. $\log_2 x + 2$

Expresión logarítmica, ya que la variable "x" está determinada por un logaritmo.

17. $\log_{10}(x^2 + 2) - 2$

Expresión logarítmica, ya que la variable "x" está determinada por un logaritmo.

18. $\log[(x-2)/(x+3)] + 3$

Expresión logarítmica, ya que la variable "x" está determinada por un logaritmo.

19. $\log\sqrt{x+7} + 2$

Expresión logarítmica, ya que la variable "x" está determinada por un logaritmo

20. $\text{sen}(x)$

Expresión trigonométrica, ya que la variable "x" está determinada por el seno.

21. $\text{sen}(x) - 1/2$

Expresión trigonométrica, ya que la variable "x" está determinada por el seno.

22. $\sec(x) - \tan(x)$

Expresión trigonométrica, ya que la variable "x" está determinada por la secante y tangente.

23. $(x-2)/(x+3)$

Expresión racional, ya que la variable "x" se representa como un cociente de polinomios.

24. $(x-2)(x^{-2} + 3)$

Expresión racional, ya que la variable "x" tiene exponente entero negativo.

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

PÁGINA 8

1.- Resolver las siguientes ecuaciones y verificar la solución encontrada:

1. $3y - 1 = 2 + y$

PROPOSICIONES

1. $3y - 1 = 2 + y$

2. $3y - y - 1 = 2$

3. $3y - y = 2 + 1$

4. $2y = 3$

5. $y = 3/2$

RAZONES

Dato

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Términos semejantes (TS)

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Verificación: para comprobar que $3/2$ es la raíz se sustituye el $3/2$ en la variable "y"

$$3y - 1 = 2 + y \rightarrow 3(3/2) - 1 = 2 + (3/2) \rightarrow 7/2 = 7/2$$

2. $6z + 2 = 2z + 1$

PROPOSICIONES

1. $6z + 2 = 2z + 1$

2. $6z + 2 - 2z = 1$

3. $6z - 2z = 1 - 2$

4. $4z = -1$

5. $z = -1/4$

RAZONES

Dato

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Verificación: para comprobar que $-1/4$ es la raíz se sustituye el $-1/4$ en la variable "z"

$$6z + 2 = 2z + 1 \rightarrow 6(-1/4) + 2 = 2(-1/4) + 1 \rightarrow -1/2 = -1/2$$

3. $x - 1 = 3x + 3$

PROPOSICIONES

1. $x - 1 = 3x + 3$

2. $x - 1 - 3x = 3$

3. $x - 3x = 3 + 1$

4. $-2x = 4$

5. $2x = -4$

6. $x = -4/2$

7. $x = -2$

RAZONES

Dato

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Términos semejantes

T: $-a = -b \Leftrightarrow a = b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

Verificación: para comprobar que -2 es la raíz se sustituye el -2 en la variable "x"

$$x - 1 = 3x + 3 \rightarrow -2 - 1 = 3(-2) + 3 \rightarrow -3 = -3$$

4. $2z - 1 = 4 + z - 3$

PROPOSICIONES

1. $2z - 1 = 4 + z - 3$

2. $2z - 1 - z = 4 - 3$

3. $2z - z = 4 - 3 + 1$

4. $z = 2$

RAZONES

Dato

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Términos semejantes

Verificación: para comprobar que 2 es la raíz se sustituye el 2 en la variable "z"

$$2z - 1 = 4 + z - 3 \rightarrow 2(2) - 1 = 4 + (2) - 3 \rightarrow 3 = 3$$

5. $y + 2 + 3y = 2y - 6$

PROPOSICIONES

1. $y + 2 + 3y = 2y - 6$

2. $y + 2 + 3y - 2y = -6$

3. $y + 3y - 2y = -6 - 2$

4. $2y = -8$

5. $y = -8/2$

6. $y = -4$

RAZONES

Dato

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

Verificación: para comprobar que -4 es la raíz se sustituye el -4 en la variable "y"

$$y + 2 + 3y = 2y - 6 \rightarrow (-4) + 2 + 3(-4) = 2(-4) - 6 \rightarrow -14 = -14$$

6. $3 + z - 2 = 4 - 2z$

PROPOSICIONES

1. $3 + z - 2 = 4 - 2z$
2. $z + 2z = 4 - 3 + 2$
3. $3z = 3$
4. $z = 3/3$
5. $z = 1$

Verificación: para comprobar que 1 es la raíz se sustituye el 1 en la variable "z"
 $3 + z - 2 = 4 - 2z \rightarrow 3 + 1 - 2 = 4 - 2(1) \rightarrow 2 = 2$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

7. $4 - 2z = 6 - 5z + 2$

PROPOSICIONES

1. $4 - 2z = 6 - 5z + 2$
2. $5z - 2z = 6 + 2 - 4$
3. $3z = 4$
4. $z = 4/3$

Verificación: para comprobar que 4/3 es la raíz se sustituye el 4/3 en la variable "z"
 $4 - 2z = 6 - 5z + 2 \rightarrow 4 - 2(4/3) = 6 - 5(4/3) + 2 \rightarrow 4/3 = 4/3$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

8. $2 + z - 5 = -z + 3 - 4z$

PROPOSICIONES

1. $2 + z - 5 = -z + 3 - 4z$
2. $z + z + 4z = 3 - 2 + 5$
3. $6z = 6$
4. $z = 6/6$
5. $z = 1$

Verificación: para comprobar que 1 es la raíz se sustituye el 1 en la variable "z"
 $2 + z - 5 = -z + 3 - 4z \rightarrow 2 + 1 - 5 = -1 + 3 - 4(1) \rightarrow -2 = -2$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

9. $4x - 2 = 10$

PROPOSICIONES

1. $4x - 2 = 10$
2. $4x = 10 + 2$
3. $4x = 12$
4. $x = 12/4$
5. $x = 3$

Verificación: para comprobar que 3 es la raíz se sustituye el 3 en la variable "x"
 $4x - 2 = 10 \rightarrow 4(3) - 2 = 10 \rightarrow 12 - 2 = 10 \rightarrow 10 = 10$

RAZONES

Dato

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

10. $6y - 3 = y + 17$

PROPOSICIONES

1. $6y - 3 = y + 17$
2. $6y - 3 - y = 17$
3. $6y - y = 17 + 3$
4. $5y = 20$
5. $y = 20/5$
6. $y = 4$

Verificación: para comprobar que -2 es la raíz se sustituye el -2 en la variable "x"
 $x - 1 = 3x + 3 \rightarrow -2 - 1 = 3(-2) + 3 \rightarrow -3 = -3$

RAZONES

Dato

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

11. $10 = 15 - 5x$

PROPOSICIONES

1. $10 = 15 - 5x$
2. $10 + 5x = 15$
3. $5x = 15 - 10$
4. $5x = 5$
5. $x = 5/5$
6. $x = 1$

Verificación: para comprobar que 1 es la raíz se sustituye el 1 en la variable "x"
 $10 = 15 - 5x \rightarrow 10 = 15 - 5(1) \rightarrow 10 = 15 - 5 \rightarrow 10 = 10$

RAZONES

Dato

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

12. $x - 8 = 4 - x$

PROPOSICIONES

1. $x - 8 = 4 - x$
2. $x - 8 + x = 4$
3. $x + x = 4 + 8$
4. $2x = 12$
5. $x = 6$

RAZONES

Dato

$$T: a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$$

$$T: a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0 \text{ y simplificación}$$

Verificación: para comprobar que 6 es la raíz se sustituye el 6 en la variable "x"
 $x - 8 = 4 - x \rightarrow 6 - 8 = 4 - 6 \rightarrow -2 = -2$

13. $3z - 10 = 18 - z$

PROPOSICIONES

1. $3z - 10 = 18 - z$
2. $3z - 10 + z = 18$
3. $3z + z = 18 + 10$
4. $4z = 28$
5. $z = 7$

RAZONES

Dato

$$T: a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$$

$$T: a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0 \text{ y simplificación}$$

Verificación: para comprobar que 7 es la raíz se sustituye el 7 en la variable "z"
 $3z - 10 = 18 - z \rightarrow 3(7) - 10 = 18 - 7 \rightarrow 21 - 10 = 18 - 7 \rightarrow 11 = 11$

14. $7y - 8 = 3y + 4$

PROPOSICIONES

1. $7y - 8 = 3y + 4$
2. $7y - 8 - 3y = 4$
3. $7y - 3y = 4 + 8$
4. $4y = 12$
5. $y = 3$

RAZONES

Dato

$$T: a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$$

$$T: a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0 \text{ y simplificación}$$

Verificación: para comprobar que 3 es la raíz se sustituye el 7 en la variable "y"
 $7y - 8 = 3y + 4 \rightarrow 7(3) - 8 = 3(3) + 4 \rightarrow 21 - 8 = 9 + 4 \rightarrow 13 = 13$

15. $2 - 3y - 5 = 5 - 8y + y$

PROPOSICIONES

1. $2 - 3y - 5 = 5 - 8y + y$
2. $-3y + 8y - y = 5 + 5 - 2$
3. $4y = 8$
4. $y = 8 / 4$
5. $y = 2$

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Simplificación

Verificación: para comprobar que 2 es la raíz se sustituye el 2 en la variable "y"
 $2 - 3y - 5 = 5 - 8y + y \rightarrow 2 - 3(2) - 5 = 5 - 8(2) + (2) \rightarrow -9 = -9$

16. $z + 2 = 3 - 2z + 8$

PROPOSICIONES

1. $z + 2 = 3 - 2z + 8$
2. $z + 2z = 3 + 8 - 2$
3. $3z = 9$
4. $z = 9 / 3$
5. $z = 3$

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Simplificación

Verificación: para comprobar que 3 es la raíz se sustituye el 3 en la variable "z"
 $z + 2 = 3 - 2z + 8 \rightarrow (3) + 2 = 3 - 2(3) + 8 \rightarrow 5 = 5$

17. $4 - z + 2z = 6 - 2z + 1$

PROPOSICIONES

1. $4 - z + 2z = 6 - 2z + 1$
2. $-z + 2z + 2z = 6 + 1 - 4$
3. $3z = 3$
4. $z = 3 / 3$
5. $z = 1$

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Simplificación

Verificación: para comprobar que 1 es la raíz se sustituye el 1 en la variable "z"
 $4 - z + 2z = 6 - 2z + 1 \rightarrow 4 - (1) + 2(1) = 6 - 2(1) + 1 \rightarrow 5 = 5$

18. $2y + 3 = 1 + y + 4$

PROPOSICIONES

1. $2y + 3 = 1 + y + 4$
2. $2y - y = 1 + 4 - 3$
3. $y = 2$

Verificación: para comprobar que 2 es la raíz se sustituye el 2 en la variable "y"
 $2y + 3 = 1 + y + 4 \rightarrow 2(2) + 3 = 1 + (2) + 4 \rightarrow 7 = 7$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

19. $0,6z - 0,3 = 1,2 + 0,4z$

PROPOSICIONES

1. $0,6z - 0,3 = 1,2 + 0,4z$
2. $0,6z - 0,4z = 1,2 + 0,3$
3. $0,2z = 1,5$
4. $z = 1,5 / 0,2$
5. $z = 7,5$
6. $z = \frac{15}{2}$

Verificación: para comprobar que 7,5 es la raíz se sustituye el 7,5 en la variable "z"
 $0,6z - 0,3 = 1,2 + 0,4z \rightarrow 0,6(7,5) - 0,3 = 1,2 + 0,4(7,5) \rightarrow 4,2 = 4,2$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Definición de división

Fracción generatriz y simplificación

20. $0,26z - 0,21 = 0,04z - 0,06$

PROPOSICIONES

1. $0,26z - 0,21 = 0,04z - 0,06$
2. $0,26z - 0,04z = -0,06 + 0,21$
3. $0,22z = 0,15$
4. $z = 0,15 / 0,22$
5. $z = 15 / 22$

Verificación: para comprobar que 15/22 es la raíz se sustituye el 15/22 en la variable "z"

$$0,26z - 0,21 = 0,04z - 0,06 \rightarrow 0,26\left(\frac{15}{22}\right) - 0,21 = 0,04\left(\frac{15}{22}\right) - 0,06 \rightarrow \left(-\frac{9}{275}\right) = \left(-\frac{9}{275}\right)$$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES QUE CONTIENEN SIGNOS DE AGRUPACIÓN

PÁGINA 9

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $3(x - 1) + 5(x - 2) - (x - 3) = 18$

PROPOSICIONES

1. $3(x - 1) + 5(x - 2) - (x - 3) = 18$
2. $3x - 3 + 5x - 10 - x + 3 = 18$
3. $3x + 5x - x = 18 - 3 + 3 + 10$
4. $7x = 28$
5. $x = 28 / 7$
6. $x = 4$

RAZONES

Dato

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

2. $2(x - 3) - 4(x - 1) + 3(x - 5) = 2x + 20$

PROPOSICIONES

1. $2(x - 3) - 4(x - 1) + 3(x - 5) = 2x + 20$
2. $2x - 6 - 4x + 4 + 3x - 15 = 2x + 20$
3. $2x - 6 - 4x + 4 + 3x - 15 - 2x = 20$
4. $2x - 4x + 3x - 2x = 20 + 6 - 4 + 15$
5. $-x = 37$
6. $x = -37$

RAZONES

Dato

Axi. Distributivo

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $-a = -b \Leftrightarrow a = b$

3. $10 - 4(y + 2) = 32 - 6(3y - 2)$

PROPOSICIONES

1. $10 - 4(y + 2) = 32 - 6(3y - 2)$
2. $10 - 4y - 8 + 18y = 32 + 12$
3. $-4y + 18y = 32 + 12 - 10 + 8$
4. $14y = 42$
5. $y = 42 / 14$
6. $y = 3$

4. $8(z - 2) - 5(3 - z) + 16 = 15 - 4(3 - z)$

PROPOSICIONES

1. $8(z - 2) - 5(3 - z) + 16 = 15 - 4(3 - z)$
2. $8z - 16 - 15 + 5z + 16 = 15 - 12 + 4z$
3. $8z - 16 - 15 + 5z + 16 - 4z = 15 - 12$
4. $8z + 5z - 4z = 15 - 12 + 16 + 15 - 16$
5. $9z = 18$
6. $z = 18 / 9$
7. $z = 2$

5. $(3z - 2) - (z + 3) - z = 0$

PROPOSICIONES

1. $(3z - 2) - (z + 3) - z = 0$
2. $3z - 2 - z - 3 - z = 0$
3. $3z - z - z = 2 + 3$
4. $z = 5$

6. $0 = 6x + (11 - x) + 2(x - 2)$

PROPOSICIONES

1. $0 = 6x + (11 - x) + 2(x - 2)$
2. $6x + (11 - x) + 2(x - 2) = 0$
3. $6x + 11 - x + 2x - 4 = 0$
4. $6x - x + 2x = -11 + 4$
5. $7x = -7$
6. $x = -\frac{7}{7}$
7. $x = -1$

7. $(2x + 3) - (x + 4 - 2x) = 5 - (x + 2)$

PROPOSICIONES

1. $(2x + 3) - (x + 4 - 2x) = 5 - (x + 2)$
2. $2x + 3 - x - 4 + 2x = 5 - x - 2$
3. $2x + 3 - x - 4 + 2x + x = 5 - 2$
4. $2x - x + 2x + x = 5 - 2 - 3 + 4$
5. $4x = 4$
6. $x = \frac{4}{4}$
7. $x = 1$

8. $3z + (-z + 1) - (z - 5) = 8 - (2z - 6 + z)$

PROPOSICIONES

1. $3z + (-z + 1) - (z - 5) = 8 - (2z - 6 + z)$
2. $3z - z + 1 - z + 5 = 8 - 2z + 6 - z$
3. $3z - z - z + 2z + z = 8 + 6 - 1 - 5$
4. $4z = 8$
5. $z = 8 / 4$
6. $z = 2$

RAZONES

Dato

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

RAZONES

Dato

Distributivo

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

RAZONES

Dato

Supresión de paréntesis

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Términos semejantes

RAZONES

Dato

Axi. Simétrico (=)

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

RAZONES

Dato

Distributivo

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

RAZONES

Dato

Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

$$9. 4x + [-x - (5 + x)] = 3$$

PROPOSICIONES

1. $4x + [-x - (5 + x)] = 3$
2. $4x + [-x - 5 - x] = 3$
3. $4x - x - 5 - x = 3$
4. $4x - x - x = 3 + 5$
5. $2x = 8$
6. $x = 8 / 2$
7. $x = 4$

$$10. 15[-3x - (8x - 2)] = 7$$

PROPOSICIONES

1. $15[-3x - (8x - 2)] = 7$
2. $15[-3x - 8x + 2] = 7$
3. $-45x - 120x + 30 = 7$
4. $-45x - 120x = 7 - 30$
5. $-165x = -23$
6. $x = -23 / -165$
7. $x = 23 / 165$

$$11. 6 + \{3x - [3 + (4x - 1)]\} = -2$$

PROPOSICIONES

1. $6 + \{3x - [3 + (4x - 1)]\} = -2$
2. $6 + \{3x - [3 + 4x - 1]\} = -2$
3. $6 + \{3x - 3 - 4x + 1\} = -2$
4. $6 + 3x - 3 - 4x + 1 = -2$
5. $3x - 4x = -2 - 1 + 3 - 6$
6. $-x = -6$
7. $x = 6$

$$12. y - \{2 + [y - (3y - 1)]\} = 2 - y$$

PROPOSICIONES

1. $y - \{2 + [y - (3y - 1)]\} = 2 - y$
2. $y - \{2 + [y - 3y + 1]\} = 2 - y$
3. $y - \{2 + y - 3y + 1\} = 2 - y$
4. $y - 2 - y + 3y - 1 = 2 - y$
5. $y - y + 3y + y = 2 + 1 + 2$
6. $4y = 5$
7. $y = 5 / 4$

$$13. -3z - [-6z - (3 - z)] = 9 + (z - 1)$$

PROPOSICIONES

1. $-3z - [-6z - (3 - z)] = 9 + (z - 1)$
2. $-3z - [-6z - 3 + z] = 9 + (z - 1)$
3. $-3z - [-6z - 3 + z] = 9 + z - 1$
4. $-3z + 6z + 3 - z = 9 + z - 1$
5. $-3z + 6z - z - z = 9 - 1 - 3$
6. $z = 5$

RAZONES

Dato

$$T: -(a + b) = -a - b$$

$$T: (a + b) = a + b$$

$$T: a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Simplificación

RAZONES

Dato

$$T: -(a + b) = -a - b$$

Axi. Distributivo

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Ley de signos

RAZONES

Dato

$$T: (a + b) = a + b$$

$$T: -(a + b) = -a - b$$

$$T: (a + b) = a + b$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

Ley de signos

RAZONES

Dato

$$T: -(a + b) = -a - b$$

$$T: (a + b) = a + b$$

$$T: -(a + b) = -a - b$$

$$T: a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

RAZONES

Dato

$$T: -(a + b) = -a - b$$

$$T: (a + b) = a + b$$

$$T: -(a + b) = -a - b$$

$$T: a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$$

Términos semejantes

$$14. 6 + (3z - 4) = 2z - \{3[4z - (3 - z)] - z\}$$

PROPOSICIONES

1. $6 + (3z - 4) = 2z - \{3[4z - (3 - z)] - z\}$
2. $6 + (3z - 4) = 2z - \{3[4z - 3 + z] - z\}$
3. $6 + 3z - 4 = 2z - \{3[4z - 3 + z] - z\}$
4. $6 + 3z - 4 = 2z - \{12z - 9 + 3z - z\}$
5. $6 + 3z - 4 = 2z - 12z + 9 - 3z + z$
6. $3z - 2z + 12z + 3z - z = 9 + 4 - 6$
7. $15z = 7$
8. $z = 7/15$

RAZONES

Dato

$$T: -(a + b) = -a - b$$

$$T: (a + b) = a + b$$

$$T: a(b - c) = ab - ac$$

$$T: -(a + b) = -a - b$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

$$15. y^2 - (y - 3)(y + 2) = 8$$

PROPOSICIONES

1. $y^2 - (y - 3)(y + 2) = 8$
2. $y^2 - (y^2 + 2y - 3y - 6) = 8$
3. $y^2 - y^2 - 2y + 3y + 6 = 8$
4. $y + 6 = 8$
5. $y = 2$

RAZONES

Dato

Axi. Distributivo

$$T: -(a + b) = -a - b$$

Términos semejantes

$$T: a + b = c \Leftrightarrow a = c - b \text{ y TS.}$$

$$16. 3z^2 - (z - 1)(z + 5) = 2z^2 + 3$$

PROPOSICIONES

1. $3z^2 - (z - 1)(z + 5) = 2z^2 + 3$
2. $3z^2 - (z^2 + 5z - z - 5) = 2z^2 + 3$
3. $3z^2 - z^2 - 5z + z + 5 = 2z^2 + 3$
4. $2z^2 - 4z + 5 = 2z^2 + 3$
5. $2z^2 - 2z^2 + 4z = 5 - 3$
6. $4z = 2$
7. $z = 2/4$
8. $z = 1/2$

RAZONES

Dato

Axi. Distributivo

$$T: -(a + b) = -a - b$$

Términos semejantes

$$T: a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Simplificación

$$17. -(4 - z)(z + 3) = z^2 - 40$$

PROPOSICIONES

1. $-(4 - z)(z + 3) = z^2 - 40$
2. $-(4z + 12 - z^2 - 3z) = z^2 - 40$
3. $-4z - 12 + z^2 + 3z = z^2 - 40$
4. $z^2 - z - 12 = z^2 - 40$
5. $z^2 - z^2 + z = 40 - 12$
6. $z = 28$

RAZONES

Dato

Axi. Distributivo

$$T: -(a + b) = -a - b$$

Términos semejantes

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

$$18. 5x - 3[x - (2x - 1)] = -3$$

PROPOSICIONES

1. $5x - 3[x - (2x - 1)] = -3$
2. $5x - 3[x - 2x + 1] = -3$
3. $5x - 3[-x + 1] = -3$
4. $5x + 3x - 3 = -3$
5. $5x + 3x = 3 - 3$
6. $8x = 0$
7. $x = 0$

RAZONES

Dato

$$T: -(a + b) = -a - b$$

Términos semejantes

Axi. Distributivo

$$T: a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$$

Términos semejantes

Despeje de x

19. $x + 4 - (x - 2)(x - 1) = 3(3 - x) - x^2$

PROPOSICIONES

1. $x + 4 - (x - 2)(x - 1) = 3(3 - x) - x^2$
2. $x + 4 - (x^2 - x - 2x + 2) = 9 - 3x - x^2$
3. $x + 4 - x^2 + x + 2x - 2 = 9 - 3x - x^2$
4. $-x^2 + 4x + 2 = 9 - 3x - x^2$
5. $x^2 - x^2 + 4x + 3x = 9 - 2$
6. $7x = 7$
7. $x = 7 / 7$
8. $x = 1$

RAZONES

Dato

Axi. Distributivo

T: $-(a + b) = -a - b$

Términos semejantes

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

20. $22 - [3y - (2y - 1)] = 5y + \{6[2y - 7(y - 1)]\}$

PROPOSICIONES

1. $22 - [3y - (2y - 1)] = 5y + \{6[2y - 7(y - 1)]\}$
2. $22 - [3y - 2y + 1] = 5y + \{6[2y - 7y + 7]\}$
3. $22 - [y + 1] = 5y + \{6[-5y + 7]\}$
4. $22 - y - 1 = 5y + \{-30y + 42\}$
5. $21 - y = 5y - 30y + 42$
6. $30y - 5y - y = 42 - 21$
7. $24y = 21$
8. $y = 7 / 8$

RAZONES

Dato

T: $-(a + b) = -a - b$ y Distributivo

Términos semejantes

T: $-(a + b) = -a - b$ y Distributivo

Términos semejantes

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

RELACIÓN DE ECUACIONES CON COEFICIENTES FRACCIONARIOS

PÁGINA 10

1.- Resolver las siguientes ecuaciones (impares procedimiento 1 y pares procedimiento 2):

1. $\frac{3x}{8} - \frac{7}{10} = \frac{-12x - 5}{8} - \frac{2x - 3}{3}$

PROPOSICIONES

1. $\frac{3x}{8} - \frac{7}{10} = \frac{-12x - 5}{8} - \frac{2x - 3}{3}$
2. $\frac{15x - 28}{40} = \frac{-36x - 15 - 16x + 24}{24}$
3. $\frac{15x - 28}{40} = \frac{-52x + 9}{24}$
4. $15x - 28 = \frac{40(-52x + 9)}{24}$
5. $15x - 28 = \frac{5(-52x + 9)}{3}$
6. $15x - 28 = \frac{-260x + 45}{3}$
7. $3(15x - 28) = -260x + 45$
8. $45x - 84 = -260x + 45$
9. $45x + 260x = 45 + 84$
10. $305x = 129$
11. $x = 129 / 305$

RAZONES

Dato

Mínimo común múltiplo

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

T: $a(b - c) = ab - ac$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

T: $a(b - c) = ab - ac$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

$$2. \frac{5y}{4} - 3(y - 20) = \frac{y + 24}{34}$$

PROPOSICIONES

1. $\frac{5y}{4} - 3(y - 20) = \frac{y + 24}{34}$
2. $17(5y) - 204(y - 20) = 2(y + 24)$
3. $85y - 204y + 4080 = 2y + 48$
4. $85y - 204y - 2y = 48 - 4080$
5. $-121y = -4032$
6. $y = 4032 / 121$

$$3. 5 + \frac{z}{4} = \frac{1}{3} \left(2 - \frac{z}{2} \right) - \frac{2}{3}$$

PROPOSICIONES

1. $5 + \frac{z}{4} = \frac{1}{3} \left(2 - \frac{z}{2} \right) - \frac{2}{3}$
2. $5 + \frac{z}{4} = \frac{2}{3} - \frac{z}{6} - \frac{2}{3}$
3. $5 + \frac{z}{4} = -\frac{z}{6}$
4. $\frac{20 + z}{4} = -\frac{z}{6}$
5. $20 + z = -\frac{4z}{6}$
6. $20 + z = -\frac{2z}{3}$
7. $60 + 3z = -2z$
8. $3z + 2z = -60$
9. $5z = -60$
10. $z = -60 / 5$
11. $z = -12$

$$4. \frac{5(x+2)}{12} + \frac{4}{9} = 3x - 20 - \frac{8-x}{12}$$

PROPOSICIONES

1. $\frac{5(x+2)}{12} + \frac{4}{9} = 3x - 20 - \frac{8-x}{12}$
2. $15(x+2) + 16 = 108x - 720 - 24 + 3x$
3. $15x + 30 + 16 = 108x - 720 - 24 + 3x$
4. $15x - 108x - 3x = -720 - 24 - 16 - 30$
5. $-96x = -790$
6. $96x = 790$
7. $x = 790 / 96$
8. $x = 395 / 48$

$$5. \left(3 - \frac{y}{2} \right) - \left(1 - \frac{y}{3} \right) = 7 - \left(y - \frac{y}{2} \right)$$

PROPOSICIONES

1. $\left(3 - \frac{y}{2} \right) - \left(1 - \frac{y}{3} \right) = 7 - \left(y - \frac{y}{2} \right)$
2. $3 - \frac{y}{2} - 1 + \frac{y}{3} = 7 - y + \frac{y}{2}$
3. $-\frac{y}{2} + \frac{y}{3} + y - \frac{y}{2} = 7 + 1 - 3$
4. $y / 3 = 5$
5. $y = 15$

RAZONES

Dato

Eliminación de denominadores

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

Ley de signos

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$ **RAZONES**

Dato

Axi. Distributivo

Términos semejantes

Mínimo común múltiplo

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

RAZONES

Dato

Eliminación de denominadores

Axi. Distributivos

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

Cambio de signo

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

RAZONES

Dato

Supresión de paréntesis

T: $a \mp b = c \Leftrightarrow a = c \pm b$

Términos semejantes

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

$$6. (z+3)(z-3) - z^2 - \frac{5}{4} = \frac{(z-z)}{5} - \frac{(3z-3)}{4}$$

PROPOSICIONES

1. $(z+3)(z-3) - z^2 - \frac{5}{4} = \frac{(z-z)}{5} - \frac{(3z-3)}{4}$
2. $z^2 - 3z + 3z - 9 - z^2 - \frac{5}{4} = \frac{(z-z)}{5} - \frac{(3z-3)}{4}$
3. $-\frac{41}{4} = \frac{(z-z)}{5} - \frac{(3z-3)}{4}$
4. $-205 = 4(z-z) - 5(3z-3)$
5. $-205 = -15z + 15$
6. $15z = 15 + 205$
7. $15z = 220$
8. $z = 220 / 15$
9. $z = 44 / 3$

FACTORIZACIÓN**PÁGINA 12**

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

$$1. x^2 - 15x + 36 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - 15x + 36 = 0$
2. $(x-12)(x-3) = 0$
3. $x-12 = 0 \vee x-3 = 0$
4. $x_1 = 12 \vee x_2 = 3$
5. $CS = \{3; 12\}$

$$2. y^2 + 19y + 60 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $y^2 + 19y + 60 = 0$
2. $(y+4)(y+15) = 0$
3. $y+4 = 0 \vee y+15 = 0$
4. $y_1 = -4 \vee y_2 = -15$
5. $CS = \{-15; -4\}$

$$3. z^2 + 13z - 90 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $z^2 + 13z - 90 = 0$
2. $(z+18)(z-5) = 0$
3. $z+18 = 0 \vee z-5 = 0$
4. $z_1 = -18 \vee z_2 = 5$
5. $CS = \{-18; 5\}$

$$4. z^2 - 7z - 120 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $z^2 - 7z - 120 = 0$
2. $(z+8)(z-15) = 0$
3. $z+8 = 0 \vee z-15 = 0$
4. $z_1 = -8 \vee z_2 = 15$
5. $CS = \{-8; 15\}$

RAZONES

Dato

Suma por diferencia de dos cantidades

Términos semejantes

Eliminación de denominadores

T: $0/a = 0$; $a \neq 0$ y Axi. Distributivo

T: $a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b$; $b \neq 0$

Simplificación

RAZONES

Dato

T: $x^2 + px + q$

Teorema del Factor Cero (TF0)

T: $a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Definición de Conjunto Solución (CS)

RAZONES

Dato

T: $x^2 + px + q$

TF0

T: $a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

T: $x^2 + px + q$

TF0

T: $a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

T: $x^2 + px + q$

TF0

T: $a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Definición de CS.

5. $x^2 - 7x + 10 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - 7x + 10 = 0$
2. $(x-2)(x-5) = 0$
3. $x-2 = 0 \vee x-5 = 0$
4. $x_1 = 2 \vee x_2 = 5$
5. $CS = \{2; 5\}$

6. $x^2 + 7x + 12 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 7x + 12 = 0$
2. $(x+3)(x+4) = 0$
3. $x+3 = 0 \vee x+4 = 0$
4. $x_1 = -3 \vee x_2 = -4$
5. $CS = \{-4; -3\}$

7. $x^2 - 0.8x + 0.15 = 0$

PROPOSICIONES

6. $x^2 - 0.8x + 0.15 = 0$
7. $(x-0.5)(x-0.3) = 0$
8. $x-0.5 = 0 \vee x-0.3 = 0$
9. $x_1 = 0.5 \vee x_2 = 0.3$
10. $CS = \{0.3; 0.5\}$

8. $z^2 + 0.29z + 0.01 = 0$

PROPOSICIONES

1. $z^2 + 0.29z + 0.01 = 0$
2. $(z+0.25)(z+0.04) = 0$
3. $z+0.25 = 0 \vee z+0.04 = 0$
4. $z_1 = -0.25 \vee z_2 = -0.04$
5. $CS = \{-0.25; -0.04\}$

9. $y^2 - 3y - 10 = 0$

PROPOSICIONES

1. $y^2 - 3y - 10 = 0$
2. $(y-5)(y+2) = 0$
3. $y-5 = 0 \vee y+2 = 0$
4. $y_1 = 5 \vee y_2 = -2$
5. $CS = \{-2; 5\}$

10. $4x^2 + 19x - 5 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4x^2 + 19x - 5 = 0$
2. $\frac{4(4x^2 + 19x - 5)}{4} = 0$
3. $\frac{(4x)^2 + 19(4x) - 20}{4} = 0$
4. $\frac{(4x+20)(4x-1)}{4} = 0$
5. $(x+5)(4x-1) = 0$
6. $x+5 = 0 \vee 4x-1 = 0$
7. $x_1 = -5 \vee x_2 = 1/4$
8. $CS = \{-5; 1/4\}$

RAZONES

Dato

$T: x^2 + px + q$

TF0

$T: a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

$T: x^2 + px + q$

TF0

$T: a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

$T: x^2 + px + q$

TF0

$T: a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

$T: x^2 + px + q$

TF0

$T: a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

$T: x^2 + px + q$

TF0

$T: a-b = c \Leftrightarrow a = c+b$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

Multiplicar y dividir por a

Propiedad distributiva

$T: x^2 + px + q$

Factor común y Simplificación

TF0

Despeje de x

Definición CS.

11. $4z^2 - 16z + 15 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4z^2 - 16z + 15 = 0$

2. $\frac{4(4z^2 - 16z + 15)}{4} = 0$

3. $\frac{(4z)^2 - 16(4z) + 60}{4} = 0$

4. $\frac{(4z - 10)(4z - 6)}{4} = 0$

5. $\frac{2(2z - 5)2(2z - 3)}{4} = 0$

6. $(2z - 5)(2z - 3) = 0$

7. $2z - 5 = 0 \vee 2z - 3 = 0$

8. $z_1 = 5/2 \vee z_2 = 3/2$

9. $CS = \{5/2; 3/2\}$

12. $2y^2 - 3y - 9 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2y^2 - 3y - 9 = 0$

2. $\frac{2(2y^2 - 3y - 9)}{2} = 0$

3. $\frac{(2y)^2 - 3(2y) - 18}{2} = 0$

4. $\frac{(2y - 6)(2y + 3)}{2} = 0$

5. $\frac{2(y - 3)(2y + 3)}{2} = 0$

6. $(y - 3)(2y + 3) = 0$

7. $y - 3 = 0 \vee 2y + 3 = 0$

8. $y_1 = 3 \vee y_2 = -3/2$

9. $CS = \{-3/2; 3\}$

13. $6y^2 - 5y - 21 = 0$

PROPOSICIONES

1. $6y^2 - 5y - 21 = 0$

2. $\frac{6(6y^2 - 5y - 21)}{6} = 0$

3. $\frac{(6y)^2 - 5(6y) - 126}{6} = 0$

4. $\frac{(6y - 14)(6y + 9)}{6} = 0$

5. $\frac{2(3y - 7)3(2y + 3)}{6} = 0$

6. $(3y - 7)(2y + 3) = 0$

7. $3y - 7 = 0 \vee 2y + 3 = 0$

8. $y_1 = 7/3 \vee y_2 = -3/2$

9. $CS = \{-3/2; 7/3\}$

RAZONES

Dato

Multiplicar y dividir por a

Propiedad distributiva

T: $x^2 + px + q$

Factor común

Simplificación

TFO

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Definición CS.

RAZONES

Dato

Multiplicar y dividir por a

Propiedad distributiva

T: $x^2 + px + q$

Factor común

Simplificación

TFO

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Definición CS.

RAZONES

Dato

Multiplicar y dividir por a

Propiedad distributiva

T: $x^2 + px + q$

Factor común

Simplificación

TFO

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Definición CS.

14. $6x^2z^2 + xz - 1 = 0$

PROPOSICIONES

1. $6x^2z^2 + xz - 1 = 0$

2. $\frac{6(6x^2z^2 + xz - 1)}{6} = 0$

3. $\frac{(6xz)^2 + (6xz) - 6}{6} = 0$

4. $\frac{(6xz + 3)(6xz - 2)}{6} = 0$

5. $\frac{3(2xz + 1)2(3xz - 1)}{6} = 0$

6. $(2xz + 1)(3xz - 1) = 0$

7. $2xz + 1 = 0 \vee 3xz - 1 = 0$

8. $xz = -1/2 \vee xz = 1/3$

9. $CS = \{-1/2; 1/3\}$

15. $6z^2 - 25z - 25 = 0$

PROPOSICIONES

1. $6z^2 - 25z - 25 = 0$

2. $\frac{6(6z^2 - 25z - 25)}{6} = 0$

3. $\frac{(6z)^2 - 25(6z) - 150}{6} = 0$

4. $\frac{(6z - 30)(6z + 5)}{6} = 0$

5. $\frac{6(z - 5)(6z + 5)}{6} = 0$

6. $(z - 5)(6z + 5) = 0$

7. $z - 5 = 0 \vee 6z + 5 = 0$

8. $z_1 = 5 \vee z_2 = -5/6$

9. $CS = \{-5/6; 5\}$

16. $8z^2 - 37z - 15 = 0$

PROPOSICIONES

1. $8z^2 - 37z - 15 = 0$

2. $\frac{8(8z^2 - 37z - 15)}{8} = 0$

3. $\frac{(8z)^2 - 37(8z) - 120}{8} = 0$

4. $\frac{(8z - 40)(8z + 3)}{8} = 0$

5. $\frac{8(z - 5)(8z + 3)}{8} = 0$

6. $(z - 5)(8z + 3) = 0$

7. $z - 5 = 0 \vee 8z + 3 = 0$

8. $z_1 = 5 \vee z_2 = -3/8$

9. $CS = \{-3/8; 5\}$

RAZONES

Dato

Multiplicar y dividir por a

Propiedad distributiva

T: $x^2 + px + q$

Factor común

Simplificación

TFO

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Definición CS.

RAZONES

Dato

Multiplicar y dividir por a

Propiedad distributiva

T: $x^2 + px + q$

Factor común

Simplificación

TFO

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Definición CS.

RAZONES

Dato

Multiplicar y dividir por a

Propiedad distributiva

T: $x^2 + px + q$

Factor común

Simplificación

TFO

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Definición CS.

17. $4y^2 + 23y - 35 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4y^2 + 23y - 35 = 0$
2. $\frac{4(4y^2 + 23y - 35)}{4} = 0$
3. $\frac{(4y)^2 + 23(4y) - 140}{4} = 0$
4. $\frac{(4y + 28)(4y - 5)}{4} = 0$
5. $\frac{4(y + 7)(4y - 5)}{4} = 0$
6. $(y + 7)(4y - 5) = 0$
7. $y + 7 = 0 \vee 4y - 5 = 0$
8. $y_1 = -7 \vee y_2 = 5/4$
9. $CS = \{-7; 5/4\}$

18. $6y^2 + 49y - 45 = 0$

PROPOSICIONES

1. $6y^2 + 49y - 45 = 0$
2. $\frac{6(6y^2 + 49y - 45)}{6} = 0$
3. $\frac{(6y)^2 + 49(6y) - 270}{6} = 0$
4. $\frac{(6y + 54)(6y - 5)}{6} = 0$
5. $\frac{6(y + 9)3(6y - 5)}{6} = 0$
6. $(y + 9)(6y - 5) = 0$
7. $y + 9 = 0 \vee 6y - 5 = 0$
8. $y_1 = -9 \vee y_2 = 5/6$
9. $CS = \{-9; 5/6\}$

19. $\frac{5}{x} - \frac{1}{(x+2)} = \frac{9}{4}$

PROPOSICIONES

1. $\frac{5}{x} - \frac{1}{(x+2)} = \frac{9}{4}$
2. $20(x+2) - 4x = 9x(x+2)$
3. $20x + 40 - 4x = 9x^2 + 18x$
4. $0 = 9x^2 + 18x + 4x - 20x - 40$
5. $9x^2 + 2x - 40 = 0$
6. $\frac{9(9x^2 + 2x - 40)}{9} = 0$
7. $\frac{(9x)^2 + 2(9x) - 360}{9} = 0$
8. $\frac{(9x + 20)(9x - 18)}{9} = 0$
9. $(9x + 20)(x - 2) = 0$
10. $9x + 20 = 0 \vee x - 2 = 0$
11. $x_1 = -20/9 \vee x_2 = 2$
12. $CS = \{-20/9; 2\}$

RAZONES

Dato

Multiplicar y dividir por 4

Propiedad distributiva

T: $x^2 + px + q$

Factor común

Simplificación

TF0

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Definición CS.

RAZONES

Dato

Multiplicar y dividir por 6

Propiedad distributiva

T: $x^2 + px + q$

Factor común

Simplificación

TF0

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Definición CS.

RAZONES

Dato

Eliminación de denominadores

Propiedad distributiva

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

Multiplicar y dividir por 9

Propiedad distributiva

T: $x^2 + px + q$

Factor común y Simplificación

TF0

Despeje de x

Definición CS

20. $4x - \frac{13}{x} = \frac{3}{2}$

PROPOSICIONES

1. $4x - \frac{13}{x} = \frac{3}{2}$
2. $8x^2 - 26 = 3x$
3. $8x^2 - 3x - 26 = 0$
4. $\frac{8(8x^2 - 3x - 26)}{8} = 0$
5. $\frac{(8x)^2 - 3(8x) - 208}{8} = 0$
6. $\frac{(8x - 16)(8x + 13)}{8} = 0$
7. $\frac{8(x - 2)(8x + 13)}{8} = 0$
8. $(x - 2)(8x + 13) = 0$
9. $x_1 = 2 \vee x_2 = -13/8$
10. $CS = \{-13/8; 2\}$

RAZONES

Dato

Eliminación de denominadores

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Multiplicar y dividir por a

Propiedad distributiva

$$T: x^2 + px + q$$

Factor común

Simplificación

$$TF0, \quad TT \quad y \quad T:$$

$$a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Definición CS

MÉTODO DEL ASPA

PÁGINA 13

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $x^2 - 15x + 36 = 0$

x^2	$-15x$	$+36$	
x	-12	$-3x$	$-12x$
x	-3	$-15x$	$-3x$
		$-15x$	

$$x^2 - 15x + 36 = 0 \rightarrow (x - 12)(x - 3) = 0 \rightarrow x_1 = 12 \vee x_2 = 3 \rightarrow CS = \{3; 12\}$$

2. $y^2 + 19y + 60 = 0$

y^2	$+19y$	$+60$	
y	$+15$	$+4y$	$+15y$
y	$+4$	$+19y$	$+4y$
		$+19y$	

$$y^2 + 19y + 60 = 0 \rightarrow (y + 15)(y + 4) = 0 \rightarrow y_1 = -15 \vee y_2 = -4 \rightarrow CS = \{-15; -4\}$$

3. $z^2 + 13z - 90 = 0$

z^2	$+13z$	-90	
z	$+18$	$-5z$	$+18z$
z	-5	$+13z$	$-5z$
		$+13z$	

$$z^2 + 13z - 90 = 0 \rightarrow (z + 18)(z - 5) = 0 \rightarrow z_1 = -18 \vee z_2 = 5 \rightarrow CS = \{-18; 5\}$$

4. $z^2 - 7z - 120 = 0$

z^2	$-7z$	-120	
z	$\searrow$	$+15$	$+15z$
z	$\swarrow$	-8	$-8z$
			$+7z$

$$z^2 - 7z - 120 = 0 \rightarrow (z + 15)(z - 8) = 0 \rightarrow z_1 = -15 \vee z_2 = 8 \rightarrow CS = \{15; -8\}$$

5. $x^2 - 7x + 10 = 0$

x^2	$-7x$	$+10$	
x	$\searrow$	-5	$-5x$
x	$\swarrow$	-2	$-2x$
			$-7x$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \rightarrow (x - 5)(x - 2) = 0 \rightarrow x_1 = 5 \vee x_2 = 2 \rightarrow CS = \{2; 5\}$$

6. $x^2 + 7x + 12 = 0$

x^2	$+7x$	$+12$	
x	$\searrow$	$+4$	$+4x$
x	$\swarrow$	$+3$	$+3x$
			$+7x$

$$x^2 + 7x + 12 = 0 \rightarrow (x + 4)(x + 3) = 0 \rightarrow x_1 = -4 \vee x_2 = -3 \rightarrow CS = \{-4; -3\}$$

7. $x^2 - 0.8x + 0.15 = 0$

x^2	$-0.8x$	$+0.15$	
x	$\searrow$	-0.5	$-0.5x$
x	$\swarrow$	-0.3	$-0.3x$
			$-0.8x$

$$x^2 - 0.8x + 0.15 = 0 \rightarrow (x - 0.5)(x - 0.3) = 0 \rightarrow x_1 = 0.5 \vee x_2 = 0.3 \rightarrow CS = \{0.3; 0.5\}$$

8. $z^2 + 0.29z + 0.01 = 0$

z^2	$+0.29z$	$+0.01$	
z	$\searrow$	$+0.25$	$+0.25z$
z	$\swarrow$	$+0.04$	$+0.04z$
			$+0.29z$

$$z^2 + 0.29z + 0.01 = 0 \rightarrow (z + 0.25)(z + 0.04) = 0 \rightarrow z_1 = -0.25 \vee z_2 = -0.04 \rightarrow CS = \{-0.25; -0.04\}$$

9. $y^2 - 11y + 10 = 0$

y^2	$-11y$	$+10$	
y	-10	$-10y$	
y	-1	$-y$	
		$-11y$	

$$y^2 - 11y + 10 = 0 \rightarrow (y - 10)(y - 1) = 0 \rightarrow y_1 = 10 \vee y_2 = 1 \rightarrow CS = \{1; 10\}$$

10. $4x^2 + 19x - 5 = 0$

$4x^2$	$+19x$	-5	
$4x$	-1	$-x$	
x	5	$20x$	
		$19x$	

$$4x^2 + 19x - 5 = 0 \rightarrow (4x - 1)(x + 5) = 0 \rightarrow x_1 = \frac{1}{4} \vee x_2 = -5 \rightarrow CS = \left\{-5; \frac{1}{4}\right\}$$

11. $4z^2 - 16z + 15 = 0$

$4z^2$	$-16z$	$+15$	
$2z$	-5	$-10z$	
$2z$	-3	$-6z$	
		$-16z$	

$$4z^2 - 16z + 15 = 0 \rightarrow (2z - 5)(2z - 3) = 0 \rightarrow z_1 = \frac{5}{2} \vee z_2 = \frac{3}{2} \rightarrow CS = \left\{\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right\}$$

12. $2y^2 - 3y - 9 = 0$

$2y^2$	$-3y$	-9	
$2y$	3	$3y$	
y	-3	$-6y$	
		$-3y$	

$$2y^2 - 3y - 9 = 0 \rightarrow (2y + 3)(y - 3) = 0 \rightarrow y_1 = -\frac{3}{2} \vee y_2 = 3 \rightarrow CS = \left\{-\frac{3}{2}; 3\right\}$$

13. $6y^2 - 5y - 21 = 0$

$6y^2$	$-5y$	-21	
$3y$	-7	$-14y$	
$2y$	3	$9y$	
		$-5y$	

$$6y^2 - 5y - 21 = 0 \rightarrow (3y - 7)(2y + 3) = 0 \rightarrow y_1 = \frac{7}{3} \vee y_2 = -\frac{3}{2} \rightarrow CS = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{7}{3}\right\}$$

14. $6x^2 + x - 1 = 0$

$6x^2$	$+x$	-1	
$2x$	$\searrow$	1	$3x$
$3x$	$\swarrow$	-1	$-2x$
			x

$$6x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow (2x + 1)(3x - 1) = 0 \rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} \vee x_2 = \frac{1}{3} \rightarrow CS = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{3} \right\}$$

15. $6z^2 - 25z - 25 = 0$

$6z^2$	$-25z$	-25	
$6z$	$\searrow$	5	$5z$
z	$\swarrow$	-5	$-30z$
			$-25z$

$$6z^2 - 25z - 25 = 0 \rightarrow (6z + 5)(z - 5) \rightarrow z_1 = -\frac{5}{6} \vee z_2 = 5 \rightarrow CS = \left\{ -\frac{5}{6}; 5 \right\}$$

16. $8z^2 - 37z - 15 = 0$

$8z^2$	$-37z$	-15	
$8z$	$\searrow$	3	$3z$
z	$\swarrow$	-5	$-40z$
			$-37z$

$$8z^2 - 37z - 15 = 0 \rightarrow (8z + 3)(z - 5) \rightarrow z_1 = -\frac{3}{8} \vee z_2 = 5 \rightarrow CS = \left\{ -\frac{3}{8}; 5 \right\}$$

17. $4y^2 + 23y - 35 = 0$

$4y^2$	$23y$	-35	
$4y$	$\searrow$	-5	$-5y$
y	$\swarrow$	7	$28y$
			$23y$

$$4y^2 + 23y - 35 = 0 \rightarrow (4y - 5)(y + 7) \rightarrow y_1 = \frac{5}{4} \vee y_2 = -7 \rightarrow CS = \left\{ -7; \frac{5}{4} \right\}$$

18. $6y^2 + 49y - 45 = 0$

$6y^2$	$49y$	-45	
$6y$	$\searrow$	-5	$-5y$
y	$\swarrow$	9	$54y$
			$49y$

$$6y^2 + 49y - 45 = 0 \rightarrow (6y - 5)(y + 9) \rightarrow y_1 = \frac{5}{6} \vee y_2 = -9 \rightarrow CS = \left\{ -9; \frac{5}{6} \right\}$$

19. $2y^2 - 5y - 12 = 0$

$2y^2$	$-5y$	-12	
$2y$	$\swarrow$	3	$3y$
y	$\searrow$	-4	$-8y$
			$-5y$

$$2y^2 - 5y - 12 = 0 \rightarrow (2y + 3)(y - 4) \rightarrow y_1 = -3/2 \vee y_2 = 4 \rightarrow CS = \{-3/2; 4\}$$

20. $z^2 / 6 - z / 2 = 3(z - 5)$

$$z^2 / 6 - z / 2 = 3(z - 5) \rightarrow z^2 - 21z + 90 = 0$$

z^2	$-21z$	90	
z	$\swarrow$	-15	$-15z$
z	$\searrow$	-6	$-6z$
			$-21z$

$$z^2 - 21z + 90 = 0 \rightarrow (z - 15)(z - 6) \rightarrow z_1 = 15 \vee z_2 = 6 \rightarrow CS = \{6; 15\}$$

COMPLETACIÓN DE UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

PÁGINA 14

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $x^2 + 6x - 27 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 6x - 27 = 0$
2. $x^2 + 6x = 27$
3. $x^2 + 6x + 3^2 = 27 + 3^2$
4. $(x + 3)^2 = 36$
5. $x + 3 = 6 \vee x + 3 = -6$
6. $x_1 = 3 \vee x_2 = -9$
7. $CS = \{-9; 3\}$

RAZONES

Dato, $a = 1$
 T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 Completar TCP. Axi. Aditivo (=)
 TCP y Términos semejantes
 T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
 T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS
 Definición CS

2. $y^2 - 8y - 20 = 0$

PROPOSICIONES

1. $y^2 - 8y - 20 = 0$
2. $y^2 - 8y = 20$
3. $y^2 - 8y + 4^2 = 20 + 4^2$
4. $(y - 4)^2 = 36$
5. $y - 4 = 6 \vee y - 4 = -6$
6. $y_1 = 10 \vee y_2 = -2$
7. $CS = \{-2; 10\}$

RAZONES

Dato, $a = 1$
 T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 Completar TCP. Axi. Aditivo (=)
 TCP y Términos semejantes
 T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
 T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS
 Definición CS

3. $x^2 + 3x + 2 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 3x + 2 = 0$
2. $x^2 + 3x = -2$
3. $x^2 + 3x + (3/2)^2 = -2 + (3/2)^2$
4. $(x + 3/2)^2 = 1/4$
5. $x + 3/2 = 1/2 \vee x + 3/2 = -1/2$
6. $x_1 = -1 \vee x_2 = -2$
7. $CS = \{-1; -2\}$

RAZONES

Dato, $a = 1$
 T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 Completar TCP. Axi. Aditivo (=)
 TCP y Términos semejantes
 T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
 T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS
 Definición CS

4. $z^2 - 5z + 6 = 0$

PROPOSICIONES

1. $z^2 - 5z + 6 = 0$
2. $z^2 - 5z = -6$
3. $z^2 - 5z + (5/2)^2 = -6 + (5/2)^2$
4. $(z - 5/2)^2 = 1/4$
5. $z - 5/2 = 1/2 \vee z - 5/2 = -1/2$
6. $z_1 = 2 \vee z_2 = 3$
7. $CS = \{2 ; 3\}$

5. $x^2 - 4x + 1 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - 4x + 1 = 0$
2. $x^2 - 4x = -1$
3. $x^2 - 4x + 2^2 = -1 + 2^2$
4. $(x - 2)^2 = 3$
5. $x - 2 = \sqrt{3} \vee x - 2 = -\sqrt{3}$
6. $x_1 = 2 + \sqrt{3} \vee x_2 = 2 - \sqrt{3}$
7. $CS = \{2 + \sqrt{3} ; 2 - \sqrt{3}\}$

6. $x^2 - 6x + 4 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - 6x + 4 = 0$
2. $x^2 - 6x = -4$
3. $x^2 - 6x + 3^2 = -4 + 3^2$
4. $(x - 3)^2 = 5$
5. $x - 3 = \sqrt{5} \vee x - 3 = -\sqrt{5}$
6. $x_1 = 3 + \sqrt{5} \vee x_2 = 3 - \sqrt{5}$
7. $CS = \{3 + \sqrt{5} ; 3 - \sqrt{5}\}$

7. $4x^2 - 8x + 3 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4x^2 - 8x + 3 = 0$
2. $4x^2 - 8x = -3$
3. $x^2 - 2x = -3/4$
4. $x^2 - 2x + 1^2 = -3/4 + 1^2$
5. $(x - 1)^2 = 1/4$
6. $x - 1 = 1/2 \vee x - 1 = -1/2$
7. $x_1 = 3/2 \vee x_2 = 1/2$
8. $CS = \{3/2 ; 1/2\}$

8. $4z^2 - 7z - 2 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4z^2 - 7z - 2 = 0$
2. $4z^2 - 7z = 2$
3. $z^2 - (7/4)z = 1/2$
4. $z^2 - (7/4)z + (7/8)^2 = 1/2 + (7/8)^2$
5. $(z - 7/8)^2 = 81/64$
6. $z_1 = 2 \vee z_2 = -1/4$
7. $CS = \{2 ; -1/4\}$

RAZONES

Dato, $a = 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

RAZONES

Dato, $a = 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

RAZONES

Dato, $a = 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Dividir los dos miembros para a

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Dividir los dos miembros para a

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Definición CS

9. $3x^2 + 4x + 1 = 0$

PROPOSICIONES

1. $3x^2 + 4x + 1 = 0$

2. $3x^2 + 4x = -1$

3. $x^2 + \frac{4}{3}x = -\frac{1}{3}$

4. $x^2 + \frac{4}{3}x + \left(\frac{4}{6}\right)^2 = -\frac{1}{3} + \left(\frac{4}{6}\right)^2$

5. $\left(x + \frac{4}{6}\right)^2 = \frac{1}{9}$

6. $x + \frac{4}{6} = \frac{1}{3} \vee x + \frac{4}{6} = -\frac{1}{3}$

7. $x_1 = -\frac{1}{3} \vee x_2 = -1$

8. $CS = \left\{-\frac{1}{3}; -1\right\}$

10. $4z^2 - 12z + 1 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4z^2 - 12z + 1 = 0$

2. $4z^2 - 12z = -1$

3. $z^2 - 3z = -\frac{1}{4}$

4. $z^2 - 3z + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

5. $\left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = 2$

6. $z - \frac{3}{2} = \sqrt{2} \vee z - \frac{3}{2} = -\sqrt{2}$

7. $z_1 = \frac{3+2\sqrt{2}}{2} \vee z_2 = \frac{3-2\sqrt{2}}{2}$

8. $CS = \left\{\frac{3+2\sqrt{2}}{2}; \frac{3-2\sqrt{2}}{2}\right\}$

11. $4y^2 - 16y + 15 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4y^2 - 16y + 15 = 0$

2. $4y^2 - 16y = -15$

3. $y^2 - 4y = -\frac{15}{4}$

4. $y^2 - 4y + (2)^2 = -\frac{15}{4} + (2)^2$

5. $(y - 2)^2 = \frac{1}{4}$

6. $y - 2 = \frac{1}{2} \vee y - 2 = -\frac{1}{2}$

7. $y_1 = \frac{5}{2} \vee y_2 = \frac{3}{2}$

8. $CS = \left\{\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right\}$

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Dividir los dos miembros para 3

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Dividir los dos miembros para 4

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Dividir los dos miembros para 4

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

12. $2y^2 - 3y - 9 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2y^2 - 3y - 9 = 0$

2. $2y^2 - 3y = 9$

3. $y^2 - \frac{3}{2}y = \frac{9}{2}$

4. $y^2 - \frac{3}{2}y + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$

5. $\left(y - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{81}{16}$

6. $y - \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \vee y - \frac{3}{4} = -\frac{9}{4}$

7. $y_1 = 3 \vee y_2 = -3/2$

8. $CS = \left\{-\frac{3}{2}; 3\right\}$

13. $6z^2 - 5z - 21 = 0$

PROPOSICIONES

1. $6z^2 - 5z - 21 = 0$

2. $6z^2 - 5z = 21$

3. $z^2 - \frac{5}{6}z = \frac{7}{2}$

4. $z^2 - \frac{5}{6}z + \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{7}{2} + \left(\frac{5}{12}\right)^2$

5. $\left(z - \frac{5}{12}\right)^2 = \frac{529}{144}$

6. $z - \frac{5}{12} = \frac{23}{12} \vee z - \frac{5}{12} = -\frac{23}{12}$

7. $z_1 = \frac{7}{3} \vee z_2 = -\frac{3}{2}$

8. $CS = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{7}{3}\right\}$

14. $6z^2 + z - 1 = 0$

PROPOSICIONES

1. $6z^2 + z - 1 = 0$

2. $6z^2 + z = 1$

3. $z^2 + \frac{1}{6}z = \frac{1}{6}$

4. $z^2 + \frac{1}{6}z + \left(\frac{1}{12}\right)^2 = \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{12}\right)^2$

5. $\left(z + \frac{1}{12}\right)^2 = \frac{25}{144}$

6. $z + \frac{1}{12} = \frac{5}{12} \vee z + \frac{1}{12} = -\frac{5}{12}$

7. $z_1 = \frac{1}{3} \vee z_2 = -\frac{1}{2}$

8. $CS = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right\}$

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Dividir los dos miembros para 2

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Dividir los dos miembros para 6

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Dividir los dos miembros para 6

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Definición CS

15. $6x^2 - 25x - 25 = 0$

PROPOSICIONES

1. $6x^2 - 25x - 25 = 0$
2. $6x^2 - 25x = 25$
3. $x^2 - (25/6)x = 25/6$
4. $x^2 - (25/6)x + (25/12)^2 = 25/6 + (25/12)^2$
5. $(x - 25/12)^2 = 1225/144$
6. $x - 25/12 = 35/12 \vee x - 25/12 = -35/12$
7. $x_1 = 5 \vee x_2 = -5/6$
8. $CS = \{5; -5/6\}$

16. $8z^2 - 37z - 15 = 0$

PROPOSICIONES

1. $8z^2 - 37z - 15 = 0$
2. $8z^2 - 37z = 15$
3. $z^2 - (37/8)z = 15/8$
4. $z^2 - (37/8)z + (37/16)^2 = 15/8 + (37/16)^2$
5. $(z - 37/16)^2 = 1849/256$
6. $z - 37/16 = 43/16 \vee z - 37/16 = -43/16$
7. $z_1 = 5 \vee z_2 = -3/8$
8. $CS = \{5; -3/8\}$

17. $4y^2 + 23y - 35 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4y^2 + 23y - 35 = 0$
2. $4y^2 + 23y = 35$
3. $y^2 + (23/4)y = 35/4$
4. $y^2 + (23/4)y + (23/8)^2 = 35/4 + (23/8)^2$
5. $(y + 23/8)^2 = 1089/64$
6. $y + 23/8 = 33/8 \vee y + 23/8 = -33/8$
7. $y_1 = -7 \vee y_2 = 5/4$
8. $CS = \{-7; 5/4\}$

18. $6y^2 + 49y - 45 = 0$

PROPOSICIONES

1. $6y^2 + 49y - 45 = 0$
2. $6y^2 + 49y = 45$
3. $y^2 + (49/6)y = 45/6$
4. $y^2 + (49/6)y + (49/12)^2 = 45/6 + (49/12)^2$
5. $(y + 49/12)^2 = 3481/144$
6. $y + 49/12 = 59/12 \vee y + 49/12 = -59/12$
7. $y_1 = 5/6 \vee y_2 = -9$
8. $CS = \{-9; 5/6\}$

19. $y^2 - 10y + 25 = 0$

PROPOSICIONES

1. $y^2 - 10y + 25 = 0$
2. $y^2 - 10y = -25$
3. $y^2 - 10y + 5^2 = -25 + 5^2$
4. $(y - 5)^2 = 0$
5. $y - 5 = 0 \vee y - 5 = 0$
6. $y_1 = 5 \vee y_2 = 5$
7. $CS = \{5\}$

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Dividir para 6

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

Factorización TCP

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Definición de CS.

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Dividir para 8

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

Factorización TCP

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Definición de CS

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Dividir para 4

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

Factorización TCP

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Definición de CS

RAZONES

Dato, $a \neq 1$

T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

Dividir para 6

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

Factorización TCP

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Definición de CS

RAZONES

Dato, $a = 1$

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

Factorización TCP y TS

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Definición de CS.

20. $z^2 + 12z + 66 = 0$

PROPOSICIONES

1. $z^2 + 12z + 66 = 0$
2. $z^2 + 12z = -66$
3. $z^2 + 12z + 6^2 = -66 + 6^2$
4. $(z + 6)^2 = -30$
5. $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato, $a = 1$

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

Factorización TCP

Definición de CS.

Observación: Según el teorema $z^2 \geq 0$, no existe un número real z tal que $(z + 6)^2 = -30$. Por lo tanto el conjunto solución es el conjunto vacío.

POR LA FÓRMULA GENERAL

PÁGINA 15

1.- Resolver las siguientes ecuaciones, por la fórmula cuadrática:

1. $x^2 + 7x + 12 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 7x + 12 = 0$
2. $a = 1, b = 7, c = 12$
3. $x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(12)}}{2(1)}$
4. $x_1 = -3 \vee x_2 = -4$
5. $CS = \{-3; -4\}$

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

2. $y^2 + 8y + 15 = 0$

PROPOSICIONES

1. $y^2 + 8y + 15 = 0$
2. $a = 1, b = 8, c = 15$
3. $y = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(1)(15)}}{2(1)}$
4. $y_1 = -3 \vee y_2 = -5$
5. $CS = \{-3; -5\}$

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

3. $z^2 + 9z + 20 = 0$

PROPOSICIONES

1. $z^2 + 9z + 20 = 0$
2. $a = 1, b = 9, c = 20$
3. $z = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4(1)(20)}}{2(1)}$
4. $z_1 = -4 \vee z_2 = -5$
5. $CS = \{-4; -5\}$

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

4. $x^2 + 7x + 10 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 7x + 10 = 0$
2. $a = 1, b = 7, c = 10$
3. $x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$
4. $x_1 = -2 \vee x_2 = -5$
5. $CS = \{-2; -5\}$

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

5. $y^2 - 5y + 6 = 0$

PROPOSICIONES

1. $y^2 - 5y + 6 = 0$

2. $a=1, b=-5, c=6$

3. $y = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$

4. $y_1 = 3 \vee y_2 = 2$

5. $CS = \{3; 2\}$

6. $z^2 - 9z + 20 = 0$

PROPOSICIONES

1. $z^2 - 9z + 20 = 0$

2. $a=1, b=-9, c=20$

3. $z = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(1)(20)}}{2(1)}$

4. $z_1 = 5 \vee z_2 = 4$

5. $CS = \{5; 4\}$

7. $5x^2 - 9x - 3 = 46$

PROPOSICIONES

1. $5x^2 - 9x - 3 = 46$

2. $5x^2 - 9x - 49 = 0$

3. $a=5, b=-9, c=-49$

4. $x = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(5)(-49)}}{2(5)}$

5. $x_1 = -2.36 \vee x_2 = 4.16$

6. $CS = \{-2.36; 4.16\}$

8. $y^2 - 6y + 5 = 0$

PROPOSICIONES

1. $y^2 - 6y + 5 = 0$

2. $a=1, b=-6, c=5$

3. $y = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$

4. $y_1 = 1 \vee y_2 = 5$

5. $CS = \{1; 5\}$

9. $z^2 + 3z - 18 = 0$

PROPOSICIONES

1. $z^2 + 3z - 18 = 0$

2. $a=1, b=3, c=-18$

3. $z = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-18)}}{2(1)}$

4. $z_1 = 3 \vee z_2 = -6$

5. $CS = \{-6; 3\}$

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Transposición de términos y TS.

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

10. $x^2 + 3x - 4 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 3x - 4 = 0$

2. $a = 1, b = 3, c = -4$

3. $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$

4. $x_1 = 1 \vee x_2 = -4$

5. $CS = \{-4; 1\}$

11. $2y^2 + 3y + 1 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2y^2 + 3y + 1 = 0$

2. $a = 2, b = 3, c = 1$

3. $y = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(1)}}{2(2)}$

4. $y_1 = -1 \vee y_2 = -\frac{1}{2}$

5. $CS = \left\{-1; -\frac{1}{2}\right\}$

12. $2z^2 + 5z + 2 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2z^2 + 5z + 2 = 0$

2. $a = 2, b = 5, c = 2$

3. $z = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(2)}}{2(2)}$

4. $z_1 = -\frac{1}{2} \vee z_2 = -2$

5. $CS = \left\{-2; -\frac{1}{2}\right\}$

13. $2x^2 + 7x + 3 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2x^2 + 7x + 3 = 0$

2. $a = 2, b = 7, c = 3$

3. $x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$

4. $x_1 = -\frac{1}{2} \vee x_2 = -3$

5. $CS = \left\{-3; -\frac{1}{2}\right\}$

14. $3y^2 + 5y + 2 = 0$

PROPOSICIONES

1. $3y^2 + 5y + 2 = 0$

2. $a = 3, b = 5, c = 2$

3. $y = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$

4. $y_1 = -2/3 \vee y_2 = -1$

5. $CS = \{-1; -2/3\}$

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

15. $3z - z^2 + 4 = 2z - 6$

PROPOSICIONES

1. $3z - z^2 + 4 = 2z - 6$

2. $-z^2 + z + 10 = 0$

3. $a = -1, b = 1, c = 10$

4. $z = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(-1)(10)}}{2(-1)}$

5. $z_1 = \frac{1 + \sqrt{41}}{2} \vee z_2 = \frac{1 - \sqrt{41}}{2}$

6. $CS = \left\{ \frac{1 + \sqrt{41}}{2}; \frac{1 - \sqrt{41}}{2} \right\}$

16. $2x^2 + 7x + 3 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2x^2 + 7x + 3 = 0$

2. $a = 2, b = 7, c = 3$

3. $x = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$

4. $x_1 = -1/2 \vee x_2 = -3$

5. $CS = \{-1/2; -3\}$

17. $2y^2 - 7y + 6 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2y^2 - 7y + 6 = 0$

2. $a = 2, b = -7, c = 6$

3. $y = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(2)(6)}}{2(2)}$

4. $y_1 = 2 \vee y_2 = 3/2$

5. $CS_1 = \left\{ 2; \frac{3}{2} \right\}$

18. $4 = 2z(3z + 5)$

PROPOSICIONES

1. $4 = 2z(3z + 5)$

2. $4 = 6z^2 + 10z$

3. $6z^2 + 10z - 4 = 0$

4. $a = 6, b = 10, c = -4$

5. $z = \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4(6)(-4)}}{2(6)}$

6. $z_1 = 1/3 \vee z_2 = -2$

7. $CS = \left\{ \frac{1}{3}; -2 \right\}$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución en $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

$$19. (x+1/3)(x-1/3)=1/3$$

PROPOSICIONES

$$1. (x+1/3)(x-1/3)=1/3$$

$$2. x^2 - 1/9 = 1/3$$

$$3. x^2 - 1/9 - 1/3 = 0$$

$$4. x^2 - 4/9 = 0$$

$$5. a=1, b=0, c=-4/9$$

$$6. x = \frac{-0 \pm \sqrt{(0)^2 - 4(1)(-4/9)}}{2(1)}$$

$$7. x_1 = \frac{2}{3} \vee x_2 = -\frac{2}{3}$$

$$8. CS = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{2}{3} \right\}$$

$$20. 2y-3-(y^2+1)/(y-2)=-7$$

PROPOSICIONES

$$1. 2y-3-(y^2+1)/(y-2)=-7$$

$$2. -(y^2+1)/(y-2)=-4-2y$$

$$3. (y^2+1)/(y-2)=4+2y$$

$$4. (y^2+1)/(y-2)=2(2+y)$$

$$5. (y^2+1)=2(2+y)(y-2)$$

$$6. (y^2+1)=2(y^2-4)$$

$$7. y^2+1=2y^2-8$$

$$8. y^2-9=0$$

$$9. a=1, b=0, c=-9$$

$$10. y = \frac{-0 \pm \sqrt{(0)^2 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$$

$$11. y_1 = 3 \vee y_2 = -3$$

$$12. CS = \{3; -3\}$$

RAZONES

Dato

Diferencia de cuadrados

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

Valores de los coeficientes en 1

$$\text{Sustitución en } y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$. TS.

Cambio de signo

Factor común

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b, b \neq 0$

Diferencia de cuadrados

Axi. Distributiva

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$. TS.

Valores de los coeficientes en 1

$$\text{Sustitución en } y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Operaciones aritméticas

Definición CS.

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS INCOMPLETAS

PÁGINA 17

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

$$1. x^2 + 7x = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. x^2 + 7x = 0$$

$$2. x(x+7)=0$$

$$3. x=0 \vee x+7=0$$

$$4. x_1=0 \vee x_2=-7$$

$$5. CS = \{0; -7\}$$

RAZONES

Dato

Factor común

TF0

T: $a+b=c \Leftrightarrow a=c-b$

Definición de CS.

2. $x^2 + 8x = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 8x = 0$
2. $x(x+8) = 0$
3. $x = 0 \vee x + 8 = 0$
4. $x_1 = 0 \vee x_2 = -8$
5. $CS = \{0; -8\}$

RAZONES

Dato
Factor común
TFO
T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$
Definición de CS.

3. $x^2 + 20 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 20 = 0$
2. $x^2 = -20$
3. $CS = \{\}$

RAZONES

Dato
T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$
Definición de CS.

Observación: Según el teorema $x^2 \geq 0$, no existe un número real x tal que $x^2 = -20$. Por lo tanto el conjunto solución es el conjunto vacío.

4. $y^2 + 10 = 0$

PROPOSICIONES

1. $y^2 + 10 = 0$
2. $y^2 = -10$
3. $CS = \{\}$

RAZONES

Dato
T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$
Definición de CS.

Observación: Según el teorema $y^2 \geq 0$, no existe un número real y tal que $y^2 = -30$. Por lo tanto el conjunto solución es el conjunto vacío.

5. $4y^2 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4y^2 = 0$
2. $y^2 = 0 / 4$
3. $y^2 = 0$
4. $y = 0$
5. $CS = \{0\}$

RAZONES

Dato
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
T: $0 / a = 0; a \neq 0$
T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
Definición de CS.

6. $y^2 - 1/4 = 0$

PROPOSICIONES

1. $y^2 - 1/4 = 0$
2. $y^2 = 1/4$
3. $y_1 = 1/2 \vee y_2 = -1/2$
4. $CS = \{-1/2; 1/2\}$

RAZONES

Dato
T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$
T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
Definición de CS.

7. $5x^2 - 9 = 46$

PROPOSICIONES

1. $5x^2 - 9 = 46$
2. $x^2 = 46 + 9$
3. $5x^2 = 55$
4. $x^2 = 11$
5. $x_1 = \sqrt{11} \vee x_2 = -\sqrt{11}$
6. $CS = \{-\sqrt{11}; \sqrt{11}\}$

RAZONES

Dato
T: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$
Términos semejantes
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$ y simplificación
T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
Definición de CS.

8. $x^2 - 6x = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - 6x = 0$
2. $x(x-6) = 0$
3. $x = 0 \vee x - 6 = 0$
4. $x_1 = 0 \vee x_2 = 6$
5. $CS = \{0; 6\}$

RAZONES

Dato
Factor común
TFO
T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$
Definición de CS.

9. $x^2 + 3x = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 3x = 0$
2. $x(x+3) = 0$
3. $x = 0 \vee x + 3 = 0$
4. $x_1 = 0 \vee x_2 = -3$
5. $CS = \{-3; 0\}$

RAZONES

Dato
Factor común
TFO
 $T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
Definición CS.

10. $y^2 - 4 = 0$

PROPOSICIONES

1. $y^2 - 4 = 0$
2. $y^2 = 4$
3. $y_1 = 2 \vee y_2 = -2$
4. $CS = \{-2; 2\}$

RAZONES

Dato
 $T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 $T: x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
Definición CS.

11. $2y^2 + 1 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2y^2 + 1 = 0$
2. $2y^2 = -1$
3. $y^2 = -1/2$
4. $CS = \{\}$

RAZONES

Dato
 $T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 $T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$
Definición CS.

Observación: Según el teorema $y^2 \geq 0$, no existe un número real y tal que $y^2 = -1/2$. Por lo tanto el conjunto solución es el conjunto vacío.

12. $2y^2 + 2 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2y^2 + 2 = 0$
2. $2y^2 = -2$
3. $y^2 = -\frac{2}{2}$
4. $y^2 = -1$
5. $CS = \{\}$

RAZONES

Dato
 $T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 $T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$
Simplificación
Definición CS.

Observación: Según el teorema $y^2 \geq 0$, no existe un número real y tal que $y^2 = -1$. Por lo tanto el conjunto solución es el conjunto vacío.

13. $2x^2 + 7x = 0$

PROPOSICIONES

1. $2x^2 + 7x = 0$
2. $x(2x+7) = 0$
3. $x = 0 \vee 2x + 7 = 0$
4. $x_1 = 0 \vee x_2 = -7/2$
5. $CS = \{-7/2; 0\}$

RAZONES

Dato
Factor común
TFO
 $T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 $T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$
Definición CS.

14. $3x^2 + 5x = 0$

PROPOSICIONES

1. $3x^2 + 5x = 0$
2. $x(3x+5) = 0$
3. $x = 0 \vee 3x + 5 = 0$
4. $x_1 = 0 \vee x_2 = -5/3$
5. $CS = \{-5/3; 0\}$

RAZONES

Dato
Factor común
TFO
 $T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 $T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$
Definición CS.

15. $3/(2x^2 - 1) = 3$

PROPOSICIONES

1. $\frac{3}{(2x^2 - 1)} = 3$
2. $3 = 3(2x^2 - 1)$
3. $3 = 6x^2 - 3$
4. $6x^2 = 6$
5. $x^2 = 1$
6. $x_1 = 1 \vee x_2 = -1$
7. $CS = \{-1; 1\}$

16. $(2z^2 - 3)/4 = (z^2 - 1)/3$

PROPOSICIONES

1. $\frac{(2z^2 - 3)}{4} = \frac{(z^2 - 1)}{3}$
2. $3(2z^2 - 3) = 4(z^2 - 1)$
3. $6z^2 - 9 = 4z^2 - 4$
4. $2z^2 = 5$
5. $z^2 = 5/2$
6. $z_1 = \sqrt{5/2} \vee z_2 = -\sqrt{5/2}$
7. $CS = \{-\sqrt{5/2}; \sqrt{5/2}\}$

17. $3 - z^2 = -5$

PROPOSICIONES

1. $3 - z^2 = -5$
2. $z^2 = 3 + 5$
3. $z^2 = 8$
4. $z_1 = \sqrt{8} \vee z_2 = -\sqrt{8}$
5. $CS = \{-\sqrt{8}; \sqrt{8}\}$

18. $7z^2 = 0$

PROPOSICIONES

1. $7z^2 = 0$
2. $z^2 = 0/7$
3. $z^2 = 0$
4. $z = 0$
5. $CS = \{0\}$

19. $2(x^2 - 1) = x^2 + 7$

PROPOSICIONES

1. $2(x^2 - 1) = x^2 + 7$
2. $2x^2 - 2 = x^2 + 7$
3. $2x^2 - x^2 = 7 + 2$
4. $x^2 = 9$
5. $x_1 = 3 \vee x_2 = -3$
6. $CS = \{-3; 3\}$

RAZONES

Dato

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Axi. Distributivo

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$ y TS

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Axi. Distributivo

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$ y TS

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

T: $0/a = 0; a \neq 0$

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Definición de CS.

RAZONES

Dato

Axi. Distributivo

T: $a + b = c \Leftrightarrow a = c - b$

Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Definición de CS.

20. $z/3 + z/(z-5) = 0$

PROPOSICIONES

1. $\frac{z}{3} + \frac{z}{(z-5)} = 0$
2. $\frac{z(z-5) + 3z}{3(z-5)} = 0$
3. $\frac{z^2 - 5z + 3z}{3z - 15} = 0$
4. $z^2 - 5z + 3z = 0$
5. $z^2 - 2z = 0$
6. $z(z-2) = 0$
7. $z = 0 \vee z - 2 = 0$
8. $z_1 = 0 \vee z_2 = 2$
9. $CS = \{0, 2\}$

RAZONES

Dato

Suma de fracciones

Axi. Distributivo

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Términos semejantes

Factor común

TF0

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Definición CS.

DISCRIMINANTE DE UNA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

PÁGINA 19

1.- Resolver las siguientes ecuaciones, considerando el valor de la discriminante:

1. $z^2 = -5z - 12$

PROPOSICIONES

1. $z^2 = -5z - 12$
2. $z^2 + 5z + 12 = 0$
3. $a = 1, b = 5, c = 12$
4. $\Delta = (-5)^2 - 4(1)(12)$
5. $\Delta = -23$
6. $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$

Operaciones aritméticas

Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es negativo ($\Delta = -23$), entonces la ecuación no tiene raíces reales.

Tiene dos raíces imaginarias conjugadas: $x_1 = -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2}i \vee x_2 = -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{23}}{2}i$.

2. $x^2 + 8x + 15 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 8x + 15 = 0$
2. $a = 1, b = 8, c = 15$
3. $\Delta = (-8)^2 - 4(1)(15)$
4. $\Delta = 4$
5. $CS = \{-5, -3\}$

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$

Operaciones aritméticas

Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es un número cuadrado perfecto ($\Delta = 4$), entonces la ecuación tiene dos soluciones reales (rationales) distintas.

3. $x^2 + 2x + 20 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 2x + 20 = 0$
2. $a = 1, b = 2, c = 20$
3. $\Delta = (-2)^2 - 4(1)(20)$
4. $\Delta = -76$
5. $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato

Valores de los coeficientes en 1

Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$

Operaciones aritméticas

Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es negativo ($\Delta = -76$), entonces la ecuación no tiene raíces reales.

Tiene dos raíces imaginarias conjugadas: $x_1 = -1 + \sqrt{19}i \vee x_2 = -1 - \sqrt{19}i$.

4. $y^2 = -2y - 5$

PROPOSICIONES

1. $y^2 = -2y - 5$
2. $y^2 + 2y + 5 = 0$
3. $a = 1, b = 2, c = 5$
4. $\Delta = (-2)^2 - 4(1)(5)$
5. $\Delta = -16$
6. $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato
 $T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 Valores de los coeficientes en 1
 Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$

Operaciones aritméticas
 Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es negativo ($\Delta = -16$), entonces la ecuación no tiene raíces reales. Tiene dos raíces imaginarias conjugadas: $x_1 = -1 + 2i$ y $x_2 = -1 - 2i$.

5. $z^2 - 2z + 6 = 0$

PROPOSICIONES

1. $z^2 - 2z + 6 = 0$
2. $a = 1, b = -2, c = 6$
3. $\Delta = (2)^2 - 4(1)(6)$
4. $\Delta = -20$
5. $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato
 Valores de los coeficientes en 1
 Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
 Operaciones aritméticas
 Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es negativo ($\Delta = -20$), entonces la ecuación no tiene raíces reales. Tiene dos raíces imaginarias conjugadas: $x_1 = 1 + \sqrt{5}i$ y $x_2 = 1 - \sqrt{5}i$.

6. $y^2 + 15 = 9y$

PROPOSICIONES

1. $y^2 + 15 = 9y$
2. $y^2 - 9y + 15 = 0$
3. $a = 1, b = -9, c = 15$
4. $\Delta = (9)^2 - 4(1)(15)$
5. $\Delta = 21$
6. $CS = \left\{ \frac{9 + \sqrt{21}}{2}, \frac{9 - \sqrt{21}}{2} \right\}$

RAZONES

Dato
 $T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 Valores de los coeficientes en 1
 Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$

Operaciones aritméticas

Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante no es un número cuadrado perfecto ($\Delta = 21$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones irracionales distintas.

7. $5x^2 - 3x - 9 = 46$

PROPOSICIONES

1. $5x^2 - 3x - 9 = 46$
2. $5x^2 - 3x - 55 = 0$
3. $a = 5, b = -3, c = -55$
4. $\Delta = (-3)^2 - 4(5)(-55)$
5. $\Delta = 1109$
6. $CS = \left\{ \frac{3 + \sqrt{1109}}{10}, \frac{3 - \sqrt{1109}}{10} \right\}$

RAZONES

Dato
 Transposición de términos y TS.
 Valores de los coeficientes en 1
 Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
 Operaciones aritméticas
 Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante no es un número cuadrado perfecto ($\Delta = 1109$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones irracionales distintas.

8. $x^2 - 3x + 5 = 0$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - 3x + 5 = 0$
2. $a = 1, b = -3, c = 5$
3. $\Delta = (-3)^2 - 4(1)(5)$
4. $\Delta = -11$
5. $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato
 Valores de los coeficientes en 1
 Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
 Operaciones aritméticas
 Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es negativo ($\Delta = -11$), entonces la ecuación no tiene raíces reales.

Tiene dos raíces imaginarias conjugadas: $x_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$ y $x_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

9. $z^2 + 18z - 3 = 0$

PROPOSICIONES

1. $z^2 + 18z - 3 = 0$
2. $a = 1, b = 18, c = -3$
3. $\Delta = (18)^2 - 4(1)(-3)$
4. $\Delta = 336$
5. $CS = \{-9 + 2\sqrt{2}; -9 - 2\sqrt{2}\}$

RAZONES

Dato
Valores de los coeficientes en 1
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante no es un número cuadrado perfecto ($\Delta = 336$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones irracionales distintas.

10. $-z^2 + 4 = 3z$

PROPOSICIONES

1. $-z^2 + 4 = 3z$
2. $-z^2 - 3z + 4 = 0$
3. $a = -1, b = -3, c = 4$
4. $\Delta = (-3)^2 - 4(-1)(4)$
5. $\Delta = 25$
6. $CS = \{-4; 1\}$

RAZONES

Dato
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Valores de los coeficientes en 1
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es mayor que cero ($\Delta = 25$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

11. $-2y^2 - 1y - 3 = 0$

PROPOSICIONES

1. $-2y^2 - 1y - 3 = 0$
2. $a = -2, b = -1, c = -3$
3. $\Delta = (-1)^2 - 4(-2)(-3)$
4. $\Delta = -23$
5. $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato
Valores de los coeficientes en 1
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es negativo ($\Delta = -23$), entonces la ecuación no tiene raíces reales.

Tiene dos raíces imaginarias conjugadas: $x_1 = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}i$ y $x_2 = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}i$.

12. $-2y^2 - 5y = 2$

PROPOSICIONES

1. $-2y^2 - 5y = 2$
2. $-2y^2 - 5y - 2 = 0$
3. $a = -2, b = -5, c = -2$
4. $\Delta = (-5)^2 - 4(-2)(-2)$
5. $\Delta = 9$
6. $CS = \left\{-2; -\frac{1}{2}\right\}$

RAZONES

Dato
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Valores de los coeficientes en 1
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es mayor que cero ($\Delta = 9$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

13. $7x^2 + 2x + 3 = 0$

PROPOSICIONES

1. $7x^2 + 2x + 3 = 0$
2. $a = 7, b = 2, c = 3$
3. $\Delta = (2)^2 - 4(7)(3)$
4. $\Delta = -80$
5. $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato
Valores de los coeficientes en 1
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es negativo ($\Delta = -80$), entonces la ecuación no tiene raíces reales.

Tiene dos raíces imaginarias conjugadas: $x_1 = -\frac{1}{7} + \frac{2\sqrt{5}}{7}i$ y $x_2 = -\frac{1}{7} - \frac{2\sqrt{5}}{7}i$.

14. $3z^2 + 2 = -5z$

PROPOSICIONES

1. $3z^2 + 2 = -5z$
2. $3z^2 + 5z + 2 = 0$
3. $a = 3, b = 5, c = 2$
4. $\Delta = (5)^2 - 4(3)(2)$
5. $\Delta = 1$
6. $CS = \{-1; -2/3\}$

RAZONES

Dato
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Valores de los coeficientes en 1
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es mayor que cero ($\Delta = 1$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

15. $3x - x^2 + 4 = 2x - 6$

PROPOSICIONES

1. $3x - x^2 + 4 = 2x - 6$
2. $3x - x^2 - 2x + 4 + 6 = 0$
3. $-x^2 + x + 10 = 0$
4. $a = -1, b = 1, c = 10$
5. $\Delta = (1)^2 - 4(-1)(10)$
6. $\Delta = 41$
7. $CS = \left\{ \frac{1 + \sqrt{41}}{2}; \frac{1 - \sqrt{41}}{2} \right\}$

RAZONES

Dato
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Términos semejantes
Valores de los coeficientes
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es mayor que cero ($\Delta = 41$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

16. $2x^2 = -2 - 7x$

PROPOSICIONES

1. $2x^2 = -2 - 7x$
2. $2x^2 + 7x + 2 = 0$
3. $a = 2, b = 7, c = 2$
4. $\Delta = (7)^2 - 4(2)(2)$
5. $\Delta = 33$
6. $CS = \left\{ \frac{-7 + \sqrt{33}}{4}; \frac{-7 - \sqrt{33}}{4} \right\}$

RAZONES

Dato
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Valores de los coeficientes
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es mayor que cero ($\Delta = 33$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

17. $2y^2 - 7y + 6 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2y^2 - 7y + 6 = 0$
2. $a = 2, b = -7, c = 6$
3. $\Delta = (-7)^2 - 4(2)(6)$
4. $\Delta = 1$
5. $CS = \{2; 3/2\}$

RAZONES

Dato
Valores de los coeficientes
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

Observación: el valor de la discriminante es mayor que cero ($\Delta = 1$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

$$18. 4 = 2z(3z + 5)$$

PROPOSICIONES

1. $4 = 2z(3z + 5)$
2. $4 = 6z^2 + 10z$
3. $6z^2 + 10z - 4 = 0$
4. $a = 6, b = 10, c = -4$
5. $\Delta = (10)^2 - 4(6)(-4)$
6. $\Delta = 196$
7. $CS = \left\{-2; \frac{1}{3}\right\}$

Observación: el valor de la discriminante es mayor que cero ($\Delta = 196$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

$$19. (x + 1/3)(x - 1/3) = 1/3$$

PROPOSICIONES

1. $(x + 1/3)(x - 1/3) = 1/3$
2. $x^2 - 1/9 = 1/3$
3. $x^2 - 1/9 - 1/3 = 0$
4. $x^2 - 4/9 = 0$
5. $a = 1, b = 0, c = -4/9$
6. $\Delta = (0)^2 - 4(1)(-4/9)$
7. $\Delta = 16/9$
8. $CS = \left\{-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right\}$

Observación: el valor de la discriminante es mayor que cero ($\Delta = 16/9$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales.

$$20. 2z - 3 - (z^2 + 1)/(z - 2) = -7$$

PROPOSICIONES

1. $2z - 3 - (z^2 + 1)/(z - 2) = -7$
2. $2z(z - 2) - 3(z - 2) - (z^2 + 1) = -7(z - 2)$
3. $2z^2 - 4z - 3z + 6 - z^2 - 1 = -7z + 14$
4. $z^2 - 7z + 5 = -7z + 14$
5. $z^2 - 7z + 5 + 7z - 14 = 0$
6. $z^2 - 9 = 0$
7. $a = 1, b = 0, c = -9$
8. $\Delta = (0)^2 - 4(1)(-9)$
9. $\Delta = 36$
10. $CS = \{3; -3\}$

Observación: el valor de la discriminante es mayor que cero ($\Delta = 36$), por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

PROPIEDADES DE LAS RAÍCES DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA

PÁGINA 21

1.- Hallar las ecuaciones de segundo grado cuyas raíces son:

$$1. 2 \text{ y } 1/2$$

PROPOSICIONES

1. $x_1 = 2 \text{ y } x_2 = 1/2$
2. $s = x_1 + x_2 = 2 + 1/2 = 5/2$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (2)(1/2) = 1$
4. $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$
5. $2x^2 - 5x + 2 = 0$

RAZONES

Dato
Distributivo
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Valores de los coeficientes
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas

Definición de CS.

RAZONES

Dato
Distributiva y TS
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Términos semejantes
Valores de los coeficientes
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

RAZONES

Dato
Multiplicamos $(z - 2)$
Distributiva
Términos semejantes
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Términos semejantes
Valores de los coeficientes
Sustitución $\Delta = b^2 - 4ac$
Operaciones aritméticas
Definición de CS.

RAZONES

Dato
Def. (+)
Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$
Supresión del denominador

2. -1 y $1/5$ **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = -1$ y $x_2 = 1/5$
2. $s = x_1 + x_2 = -1 + 1/5 = -4/5$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (-1)(1/5) = -1/5$
4. $x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{1}{5} = 0$
5. $5x^2 + 4x - 1 = 0$

RAZONES

Dato
Def. (+)
Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

Supresión del denominador

3. 4 y 5

PROPOSICIONES

1. $x_1 = 4$ y $x_2 = 5$
2. $s = x_1 + x_2 = 4 + 5 = 9$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (4)(5) = 20$
4. $x^2 - 9x + 20 = 0$

RAZONES

Dato
Def. (+)
Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$ 4. -2 y -4 **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = -2$ y $x_2 = -4$
2. $s = x_1 + x_2 = -2 - 4 = -6$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (-2)(-4) = 8$
4. $x^2 + 6x + 8 = 0$

RAZONES

Dato
Def. (+)
Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$ 5. 5 y -3 **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 5$ y $x_2 = -3$
2. $s = x_1 + x_2 = 5 - 3 = 2$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (5)(-3) = -15$
4. $x^2 - 2x - 15 = 0$

RAZONES

Dato
Def. (+)
Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

6. 4 y 6

PROPOSICIONES

1. $x_1 = 4$ y $x_2 = 6$
2. $s = x_1 + x_2 = 4 + 6 = 10$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (4)(6) = 24$
4. $x^2 - 10x + 24 = 0$

RAZONES

Dato
Def. (+)
Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$ 7. 2 y -3 **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 2$ y $x_2 = -3$
2. $s = x_1 + x_2 = 2 - 3 = -1$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (2)(-3) = -6$
4. $x^2 + x - 6 = 0$

RAZONES

Dato
Def. (+)
Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$ 8. -1 y $1/5$ **Observación:** el ejercicio se repite en el numeral 29. $1/3$ y $2/3$ **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 1/3$ y $x_2 = 2/3$
2. $s = x_1 + x_2 = 1/3 + 2/3 = 1$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (1/3)(2/3) = 2/9$
4. $x^2 - x + 2/9 = 0$
5. $9x^2 - 9x + 2 = 0$

RAZONES

Dato
Def. (+)
Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

Supresión del denominador

10. -4 y $5/6$ **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = -4$ y $x_2 = 5/6$
2. $s = x_1 + x_2 = -4 + 5/6 = -19/6$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (-4)(5/6) = -10/3$
4. $x^2 + (19/6)x - 10/3 = 0$
5. $6x^2 + 19x - 20 = 0$

RAZONES

Dato
 Def. (+)
 Def. (x)
 Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$
 Supresión del denominador

11. $1/2$ y $1/4$ **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 1/2$ y $x_2 = 1/4$
2. $s = x_1 + x_2 = 1/2 + 1/4 = 3/4$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (1/2)(1/4) = 1/8$
4. $x^2 - (3/4)x + 1/8 = 0$
5. $8x^2 - 6x + 1 = 0$

RAZONES

Dato
 Def. (+)
 Def. (x)
 Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$
 Supresión del denominador

12. $3/4$ y $1/2$ **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 3/4$ y $x_2 = 1/2$
2. $s = x_1 + x_2 = 1/2 + 3/4 = 5/4$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (1/2)(3/4) = 3/8$
4. $x^2 - (5/4)x + 3/8 = 0$
5. $8x^2 - 10x + 3 = 0$

RAZONES

Dato
 Def. (+)
 Def. (x)
 Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$
 Supresión del denominador

13. 3 y 5 **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 3$ y $x_2 = 5$
2. $s = x_1 + x_2 = 3 + 5 = 8$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (3)(5) = 15$
4. $x^2 - 8x + 15 = 0$

RAZONES

Dato
 Def. (+)
 Def. (x)
 Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

14. -3 y 5 **PROPOSICIONES**

5. $x_1 = -3$ y $x_2 = 5$
6. $s = x_1 + x_2 = -3 + 5 = 2$
7. $p = x_1 \cdot x_2 = (-3)(5) = -15$
8. $x^2 - 2x - 15 = 0$

RAZONES

Dato
 Def. (+)
 Def. (x)
 Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

15. -5 y 1 **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = -5$ y $x_2 = 1$
2. $s = x_1 + x_2 = -5 + 1 = -4$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (-5) \cdot 1 = -5$
4. $x^2 + 4x - 5 = 0$

RAZONES

Datos
 Def. (+)
 Def. (x)
 Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

16. 7 y $-1/4$ **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 7$ y $x_2 = -\frac{1}{4}$
2. $s = x_1 + x_2 = 7 - \frac{1}{4} = \frac{27}{4}$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = 7 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -7/4$
4. $x^2 - \left(\frac{27}{4}\right)x - \frac{7}{4} = 0$
5. $4x^2 - 27x - 7 = 0$

17. -1 y $3/2$ **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = -1$ y $x_2 = \frac{3}{2}$
2. $s = x_1 + x_2 = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = (-1) \cdot \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$
4. $x^2 - \left(\frac{1}{2}\right)x - \frac{3}{2} = 0$
5. $2x^2 - x - 3 = 0$

18. 2 y $5/3$ **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 2$ y $x_2 = \frac{5}{3}$
2. $s = x_1 + x_2 = 2 + \frac{5}{3} = \frac{11}{3}$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$
4. $x^2 - \left(\frac{11}{3}\right)x + \frac{10}{3} = 0$
5. $3x^2 - 11x + 10 = 0$

19. 0 y -5 **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 0$ y $x_2 = -5$
2. $s = x_1 + x_2 = 0 - 5 = -5$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = 0 \cdot (-5) = 0$
4. $x^2 + 5x = 0$

20. $1/3$ y $-1/8$ **PROPOSICIONES**

1. $x_1 = 1/2$ y $x_2 = -1/8$
2. $s = x_1 + x_2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$
3. $p = x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) = -\frac{1}{24}$
4. $x^2 - \left(\frac{5}{24}\right)x - \frac{1}{24} = 0$
5. $24x^2 - 5x - 1 = 0$

RAZONES

Datos

Def. (+)

Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

Supresión del denominador

RAZONES

Datos

Def. (+)

Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

Supresión del denominador

RAZONES

Datos

Def. (+)

Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

Supresión del denominador

RAZONES

Datos

Def. (+)

Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$ **RAZONES**

Datos

Def. (+)

Def. (x)

Sustitución en $x^2 - sx + p = 0$

Supresión del denominador

2.-Hallar los valores de k para los cuales las siguientes ecuaciones tienen exactamente una solución:

1. $9x^2 + kx + 4 = 0$

PROPOSICIONES

1. $9x^2 + kx + 4 = 0$
2. $\Delta = b^2 - 4ac$
3. $b^2 - 4ac = 0$
4. $k^2 - 4(9)(4) = 0$
5. $k^2 - 144 = 0$
6. $k = \pm 12$

RAZONES

Dato
Def. Δ
Condición para solución única
Sustitución de a, b, c
Def. (x)
Transposición de términos. Def. ($\sqrt{a}$)

2. $25y^2 - 10y + k = 0$

PROPOSICIONES

1. $25y^2 - 10y + k = 0$
2. $\Delta = b^2 - 4ac$
3. $b^2 - 4ac = 0$
4. $(-10)^2 - 4(25)(k) = 0$
5. $100 - 100k = 0$
6. $-100k = -100$
7. $100k = 100$
8. $k = 100 / 100$
9. $k = 1$

RAZONES

Dato
Def. Δ
Condición para solución única
Sustitución de a, b, c
Def. (x)
Transposición de términos
T: $-a = -b \Leftrightarrow a = b$
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
Simplificación

3. $z^2 + 11z + k$

PROPOSICIONES

1. $z^2 + 11z + k$
2. $\Delta = b^2 - 4ac$
3. $b^2 - 4ac = 0$
4. $(11)^2 - 4(1)(k) = 0$
5. $121 - 4k = 0$
6. $4k = 121$
7. $k = \frac{121}{4}$

RAZONES

Dato
Def. Δ
Condición para solución única
Sustitución de a, b, c en 3
Def. (a^n). Def. (x)
Transposición de términos
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

4. $x^2 - 5x + k$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - 5x + k$
2. $\Delta = b^2 - 4ac$
3. $b^2 - 4ac = 0$
4. $(-5)^2 - 4(1)(k) = 0$
5. $25 - 4k = 0$
6. $4k = 25$
7. $k = \frac{25}{4}$

RAZONES

Dato
Def. Δ
Condición para solución única
Sustitución de a, b, c en 3
Def. (a^n). Def. (x)
Transposición de términos
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

5. $ky^2 + (2k+6)y + 16 = 0$

PROPOSICIONES

1. $ky^2 + (2k+6)y + 16 = 0$
2. $\Delta = b^2 - 4ac$
3. $b^2 - 4ac = 0$
4. $(2k+6)^2 - 4(k)(16) = 0$
5. $4k^2 + 24k + 36 - 64k = 0$
6. $4k^2 - 40k + 36 = 0$
7. $k^2 - 10k + 9 = 0$
8. $k_1 = 9 \vee k_2 = 1$

RAZONES

Dato
Def. Δ
Condición para solución única
Sustitución de a, b, c

Binomio al Cuadrado y Def. (x)
Términos semejantes
Dividir [6] para 4
Factorización

$$6. kz^2 + 2(k+4)z + 25 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $kz^2 + 2(k+4)z + 25 = 0$
2. $kz^2 + (2k+8)z + 25 = 0$
3. $\Delta = b^2 - 4ac$
4. $b^2 - 4ac = 0$
5. $(2k+8)^2 - 4(k)(25) = 0$
6. $4k^2 + 32k + 64 - 100k = 0$
7. $4k^2 - 68k + 64 = 0$
8. $k^2 - 17k + 16 = 0$
9. $k_1 = 16 \vee k_2 = 1$

RAZONES

Dato
 Axi. Distributivo
 Def. Δ
 Condición para solución única
 Sustitución de a, b, c
 Binomio al Cuadrado y Def. (x)
 Términos semejantes
 Dividir [7] para 4
 Factorización

ECUACIONES REDUCIBLES A ECUACIONES CUADRÁTICAS

PÁGINA 23

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

$$1. x^4 - 8x^2 + 15 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $x^4 - 8x^2 + 15 = 0$
2. $m^2 - 8m + 15 = 0$
3. $(m-5)(m-3) = 0$
4. $m = 5 \vee m = 3$
5. $x^2 = 5 \vee x^2 = 3$
6. $x_1 = \sqrt{5} \vee x_2 = -\sqrt{5} \vee x_3 = \sqrt{3} \vee x_4 = -\sqrt{3}$
7. $CS = \{\pm\sqrt{5}; \pm\sqrt{3}\}$

RAZONES

Dato
 Sustitución: $m = x^2$ en 1
 T: $x^2 + px + q$ en 2
 TFO. T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 Sustitución: $m = x^2$ en 4
 T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
 Definición CS

$$2. 2y^4 - 7y^2 + 5 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $2y^4 - 7y^2 + 5 = 0$
2. $2m^2 - 7m + 5 = 0$
3. $(2m-5)(m-1) = 0$
4. $2m = 5 \vee m = 1$
5. $m = 5/2 \vee m = 1$
6. $y^2 = 5/2 \vee y^2 = 1$
7. $y_1 = \sqrt{5/2} \vee y_2 = -\sqrt{5/2} \vee y_3 = 1 \vee y_4 = -1$
8. $CS = \{\pm\sqrt{5/2}; \pm 1\}$

RAZONES

Dato
 Sustitución: $m = y^2$ en 1
 T: $ax^2 + bx + c$ en 2
 TFO. T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
 T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
 Sustitución: $m = y^2$ en 5
 T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
 Definición CS

$$3. 3z^4 + 10z^2 - 25 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $3z^4 + 10z^2 - 25 = 0$
2. $3m^2 + 10m - 25 = 0$
3. $(m+5)(3m-5) = 0$
4. $m = -5 \vee m = 5/3$
5. $z^2 = -5 \vee z^2 = 5/3$
6. $z_1 = \sqrt{5}i \vee z_2 = -\sqrt{5}i \vee z_3 = \sqrt{5/3} \vee z_4 = -\sqrt{5/3}$
7. $CS = \{\pm\sqrt{5/3}; \pm i\}$

RAZONES

Dato
 Sustitución: $m = z^2$ en 1
 T: $ax^2 + bx + c$ en 2
 TFO, TT y T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
 Sustitución: $m = z^2$ en 5
 T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
 Definición CS

4. $4y^4 - 8y^2 + 3 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4y^4 - 8y^2 + 3 = 0$
2. $4m^2 - 8m + 3 = 0$
3. $(2m-3)(2m-1) = 0$
4. $m = 3/2 \vee m = 1/2$
5. $y^2 = 3/2 \vee y^2 = 1/2$
6. $y_1 = \sqrt{3/2} \vee y_2 = -\sqrt{3/2} \vee y_3 = \sqrt{1/2} \vee y_4 = -\sqrt{1/2}$
7. $CS = \{\pm\sqrt{3/2}; \pm\sqrt{1/2}\}$

5. $(x-2)^2 - 6(x-2) + 8 = 0$

PROPOSICIONES

1. $(x-2)^2 - 6(x-2) + 8 = 0$
2. $x^2 - 4x + 4 - 6x + 12 + 8 = 0$
3. $x^2 - 10x + 24 = 0$
4. $(x-6)(x-4) = 0$
5. $x_1 = 6 \vee x_2 = 4$
6. $CS = \{4; 6\}$

6. $(y-2)^2 - 2(y-2) - 15 = 0$

PROPOSICIONES

1. $(y-2)^2 - 2(y-2) - 15 = 0$
2. $y^2 - 4y + 4 - 2y + 4 - 15 = 0$
3. $y^2 - 6y - 7 = 0$
4. $(y-7)(y+1) = 0$
5. $y_1 = 7 \vee y_2 = -1$
6. $CS = \{-1; 7\}$

7. $-(y+1)^2 - 3(y+1) + 3 = 0$

PROPOSICIONES

1. $-(y+1)^2 - 3(y+1) + 3 = 0$
2. $-(y^2 + 2y + 1) - 3y - 3 + 3 = 0$
3. $-y^2 - 2y - 1 - 3y - 3 + 3 = 0$
4. $-y^2 - 5y - 1 = 0$
5. $y^2 + 5y + 1 = 0$
6. $y^2 + 5y = -1$
7. $y^2 + 5y + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -1 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$
8. $\left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{21}{4}$
9. $y + \frac{5}{2} = \frac{\sqrt{21}}{2} \vee y + \frac{5}{2} = -\frac{\sqrt{21}}{2}$
10. $y_1 = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} \vee y_2 = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2}$
11. $CS = \left\{ \frac{-5 + \sqrt{21}}{2}; \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} \right\}$

RAZONES

Dato

Sustitución: $m = y^2$ en 1

T: $ax^2 + bx + c$ en 2

TF0, TT y T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Sustitución: $m = y^2$ en 5

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Definición CS

RAZONES

Dato

Binomio cuadrado. Axi. Distributivo

Términos semejantes

T: $x^2 + px + q$ en 3

TF0, T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Definición CS

RAZONES

Dato

Binomio cuadrado. Axi. Distributivo

Términos semejantes

T: $x^2 + px + q$ en 3

TF0, T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Definición CS

RAZONES

Dato

Binomio cuadrado. Axi. Distributivo

T: $-(a+b) = -a-b$

Términos semejantes

Multiplicar por (-1)

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Completar TCP. Axi. Aditivo (=)

TCP y Términos semejantes

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Operaciones aritméticas

Definición CS

$$8. -2(z-4)^2 + 2(z-4) + 3 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $-2(z-4)^2 + 2(z-4) + 3 = 0$
2. $-2(z^2 - 8z + 16) + 2(z-4) + 3 = 0$
3. $-2z^2 + 16z - 32 + 2z - 8 + 3 = 0$
4. $-2z^2 + 18z - 37 = 0$
5. $2z^2 - 18z + 37 = 0$
6. $a = 2, b = -18, c = 37$

$$7. z = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4(2)(37)}}{2(2)}$$

$$8. z_1 = \frac{9 + \sqrt{7}}{2} \vee z_2 = \frac{9 - \sqrt{7}}{2}$$

$$9. CS = \left\{ \frac{9 - \sqrt{7}}{2}, \frac{9 + \sqrt{7}}{2} \right\}$$

$$9. 6(z+2)^4 - 11(z+2)^2 + 4 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $6(z+2)^4 - 11(z+2)^2 + 4 = 0$
2. $6m^2 - 11m + 4 = 0$
3. $m = \frac{4}{3} \vee m = \frac{1}{2}$
4. $(z+2)^2 = \frac{4}{3} \vee (z+2)^2 = \frac{1}{2}$
5. $z^2 + 4z + 4 = \frac{4}{3} \vee z^2 + 4z + 4 = \frac{1}{2}$
6. $z^2 + 4z + 4 - \frac{4}{3} = 0 \vee z^2 + 4z + 4 - \frac{1}{2} = 0$
7. $z^2 + 4z + \frac{8}{3} = 0 \vee z^2 + 4z + \frac{7}{2} = 0$
8. $3z^2 + 12z + 8 = 0 \vee 2z^2 + 8z + 7 = 0$

$$9. z_1 = \frac{-6 + 2\sqrt{3}}{3} \vee z_2 = \frac{-6 - 2\sqrt{3}}{3} \vee$$

$$z_3 = \frac{-4 + \sqrt{2}}{2} \vee z_4 = \frac{-4 - \sqrt{2}}{2}$$

$$10. CS = \left\{ \frac{-6 - 2\sqrt{3}}{3}, \frac{-4 - \sqrt{2}}{2}, \frac{-6 + 2\sqrt{3}}{3}, \frac{-4 + \sqrt{2}}{2} \right\}$$

$$10. 8(x-4)^4 - 10(x-4)^2 + 3 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $8(x-4)^4 - 10(x-4)^2 + 3 = 0$
2. $8m^2 - 10m + 3 = 0$
3. $m = \frac{3}{4} \vee m = \frac{1}{2}$
4. $(x-4)^2 = \frac{3}{4} \vee (x-4)^2 = \frac{1}{2}$
5. $x^2 - 8x + 16 = \frac{3}{4} \vee x^2 - 8x + 16 = \frac{1}{2}$
6. $x^2 - 8x + 16 - \frac{3}{4} = 0 \vee x^2 - 8x + 16 - \frac{1}{2} = 0$
7. $x^2 - 8x + \frac{61}{4} = 0 \vee x^2 - 8x + \frac{31}{2} = 0$
8. $4x^2 - 32x + 61 = 0 \vee 2x^2 - 16x + 31 = 0$

RAZONES

Dato

Binomio cuadrado.

Axi. Distributivo

Términos semejantes

Multiplicar por (-1)

Valores de los coeficientes en 5

$$\text{Sustitución en } z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Operaciones algebraicas

Definición CS

RAZONES

Dato

Sustitución $(z+2)^2 = m$

T: $x^2 + px + q$

Sustitución $m = (z+2)^2$

Binomio al cuadrado

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

Eliminación de denominadores

Fórmula general

Definición CS

RAZONES

Dato

Sustitución $(x-4)^2 = m$

T: $x^2 + px + q$

Sustitución $m = (x-4)^2$

Binomio Cuadrado

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

$$9. \quad z_1 = \frac{8+\sqrt{3}}{2} \vee z_2 = \frac{8-\sqrt{3}}{2} \vee$$

$$z_3 = \frac{8+\sqrt{2}}{2} \vee z_4 = \frac{8-\sqrt{2}}{2}$$

$$10. \quad CS = \left\{ \frac{8-\sqrt{3}}{2}; \frac{8-\sqrt{2}}{2}; \frac{8+\sqrt{2}}{2}; \frac{8+\sqrt{3}}{2} \right\}$$

$$11. \quad 7x^{-2} + 19x^{-1} = 6$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad 7x^{-2} + 19x^{-1} = 6$$

$$2. \quad 7y^2 + 19y = 6$$

$$3. \quad 7y^2 + 19y - 6 = 0$$

$$4. \quad y = \frac{2}{7} \vee y = -3$$

$$5. \quad x^{-1} = \frac{2}{7} \vee x^{-1} = -3$$

$$6. \quad \frac{1}{x} = \frac{2}{7} \vee \frac{1}{x} = -3$$

$$7. \quad x_1 = \frac{7}{2} \vee x_2 = -\frac{1}{3}$$

$$8. \quad CS = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{7}{2} \right\}$$

$$12. \quad 5y^{-2} - 43y^{-1} = 18$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad 5y^{-2} - 43y^{-1} = 18$$

$$2. \quad 5x^2 - 43x = 18$$

$$3. \quad 5x^2 - 43x - 18 = 0$$

$$4. \quad x = 9 \vee x = -\frac{2}{5}$$

$$5. \quad y^{-1} = 9 \vee y^{-1} = -\frac{2}{5}$$

$$6. \quad \frac{1}{y} = 9 \vee \frac{1}{y} = -\frac{2}{5}$$

$$7. \quad y_1 = \frac{1}{9} \vee y_2 = -\frac{5}{2}$$

$$8. \quad CS = \left\{ -\frac{5}{2}; \frac{1}{9} \right\}$$

$$13. \quad (y-1)^{2/3} + (y-1)^{1/3} = 12$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad (y-1)^{2/3} + (y-1)^{1/3} = 12$$

$$2. \quad x^2 + x = 12$$

$$3. \quad x^2 + x - 12 = 0$$

$$4. \quad x = 3 \vee x = -4$$

$$5. \quad (y-1)^{1/3} = 3 \vee (y-1)^{1/3} = -4$$

$$6. \quad y-1 = 27 \vee y-1 = -64$$

$$7. \quad y_1 = 28 \vee y_2 = -63$$

$$8. \quad CS = \{-63; 28\}$$

Eliminación de denominadores

Fórmula general

Definición CS

RAZONES

Dato

Sustitución $x^{-1} = y$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $x^2 + px + q$

Sustitución $y = x^{-1}$

$a^{-1} = 1/a$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Definición CS

RAZONES

Dato

Sustitución $y^{-1} = x$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $x^2 + px + q$

Sustitución $x = y^{-1}$

$a^{-1} = 1/a$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Definiciones CS

RAZONES

Dato

Sustitución $(y-1)^{1/3} = x$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $x^2 + px + q$

Sustitución $(y-1)^{1/3} = x$

Elevado al cubo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$. TS.

Definiciones CS

$$14. (y+3)^{2/3} - 2(y+3)^{1/3} - 3 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $(y+3)^{2/3} - 2(y+3)^{1/3} - 3 = 0$
2. $x^2 - 2x - 3 = 0$
3. $x = 3 \vee x = -1$
4. $(y+3)^{1/3} = 3 \vee (y+3)^{1/3} = -1$
5. $y+3 = 27 \vee y+3 = -1$
6. $y_1 = 24 \vee y_2 = -4$
7. $CS = \{-4; 24\}$

$$15. 5y = y^{-1}$$

PROPOSICIONES

1. $5y = y^{-1}$
2. $5y = 1/y$
3. $5y^2 = 1$
4. $y^2 = 1/5$
5. $y = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$
6. $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$
7. $CS = \{-\sqrt{5}/5; \sqrt{5}/5\}$

$$16. x^{-1} = x^{-2}$$

PROPOSICIONES

1. $x^{-1} = x^{-2}$
2. $y = y^2$
3. $y - y^2 = 0$
4. $y(1-y) = 0$
5. $y = 0 \vee 1-y = 0$
6. $y = 0 \vee y = 1$
7. $x^{-1} = 0 \vee x^{-1} = 1$
8. $x_1 = 1/0 \vee x_2 = 1$
9. $CS = \{1\}$

$$17. 17/(x^2+1) - 22/(x^2+1)^2 = 3$$

PROPOSICIONES

1. $17/(x^2+1) - 22/(x^2+1)^2 = 3$
2. $17(x^2+1) - 22 = 3(x^2+1)^2$
3. $17(x^2+1) - 22 = 3(x^4 + 2x^2 + 1)$
4. $17x^2 + 17 - 22 = 3x^4 + 6x^2 + 3$
5. $17x^2 + 17 - 22 - 3x^4 - 6x^2 - 3 = 0$
6. $-3x^4 + 11x^2 - 8 = 0$
7. $-3y^2 + 11y - 8 = 0$
8. $y = \frac{-11 \pm 5}{-6}$
9. $x^2 = 1 \vee x^2 = 8/3$
10. $x_1 = \pm 1 \vee x_2 = \pm 2\sqrt{2}/\sqrt{3}$
11. $x_1 = \pm 1 \vee x_2 = \pm 2\sqrt{6}/3$
12. $CS = \{-1; 1; -2\sqrt{3}/6; 2\sqrt{3}/6\}$

RAZONES

Dato

Sustitución $(y+3)^{1/3} = x$

T: $x^2 + px + q$

Sustitución $(y+3)^{1/3} = x$

Elevado al cubo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$. TS.

Definiciones CS

RAZONES

Dato

$a^{-1} = 1/a$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Def. $(\sqrt{a})$

Racionalización

Def. CS.

RAZONES

Dato

Sustitución: $y = x^{-1}$

T: $a+b = c \Leftrightarrow a = c-b$

Factor común

TFO

T: $a+b = c \Leftrightarrow a = c-b$

Sustitución: $y = x^{-1}$

Despeje de x

Def. CS.

RAZONES

Dato

Multiplicar $(x^2+1)^2$

Binomio cuadrado

Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

Sustitución: $y = x^2$

Fórmula general

Sustitución: $y = x^2$

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Racionalización

Def. CS.

$$18. x^3 - 13x^{3/2} + 40 = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. x^3 - 13x^{3/2} + 40 = 0$$

$$2. x^3 + 40 = 13x^{3/2}$$

$$3. (x^3 + 40)^2 = 169x^3$$

$$4. x^6 + 80x^3 + 1600 = 169x^3$$

$$5. x^6 + 80x^3 + 1600 - 169x^3 = 0$$

$$6. x^6 - 89x^3 + 1600 = 0$$

$$7. y^2 - 89y + 1600 = 0$$

$$8. y = \frac{89 \pm 39}{2}$$

$$9. x^3 = \frac{89+39}{2} \vee x^3 = \frac{89-39}{2}$$

$$10. x_1 = \sqrt[3]{\frac{89+39}{2}} \vee x_2 = \sqrt[3]{\frac{89-39}{2}}$$

$$11. CS = \{4; 2.9\}$$

$$19. 6 = 7 / (2y - 3) + 3 / (2y - 3)^2$$

PROPOSICIONES

$$1. 6 = 7 / (2y - 3) + 3 / (2y - 3)^2$$

$$2. 6(2y - 3)^2 = 7(2y - 3) + 3$$

$$3. 6(4y^2 - 12y + 9) = 14y - 21 + 3$$

$$4. 24y^2 - 72y + 54 = 14y - 21 + 3$$

$$5. 24y^2 - 72y + 54 - 14y + 21 - 3 = 0$$

$$6. 24y^2 - 86y + 72 = 0$$

$$7. y = \frac{86 \pm 22}{48}$$

$$8. y_1 = \frac{9}{4} \vee y_2 = \frac{4}{3}$$

$$9. CS = \left\{ \frac{9}{4} ; \frac{4}{3} \right\}$$

$$20. x^3 - 8x^{3/2} + 7 = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. x^3 - 8x^{3/2} + 7 = 0$$

$$2. x^3 + 7 = 8x^{3/2}$$

$$3. (x^3 + 7)^2 = 64x^3$$

$$4. x^6 + 14x^3 + 49 = 64x^3$$

$$5. x^6 + 14x^3 + 49 - 64x^3 = 0$$

$$6. x^6 - 50x^3 + 49 = 0$$

$$7. y^2 - 50y + 49 = 0$$

$$8. y = \frac{50 \pm 48}{2}$$

$$9. x^3 = \frac{50+48}{2} \vee x^3 = \frac{50-48}{2}$$

$$10. x_1 = \sqrt[3]{\frac{50+48}{2}} \vee x_2 = \sqrt[3]{\frac{50-48}{2}}$$

$$11. CS = \{3.7; 1\}$$

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Elevar al cuadrado

Binomio cuadrado

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

$$\text{Sustitución: } y = x^3$$

Fórmula general

$$\text{Sustitución: } y = x^3$$

Def. $\sqrt[3]{a}$

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$\text{Multiplicar } (2y - 3)^2$$

Binomio cuadrado

Distributivo

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

Fórmula general

Términos semejantes

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Elevar al cuadrado

Binomio cuadrado

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

$$\text{Sustitución: } y = x^3$$

Fórmula general

$$\text{Sustitución: } y = x^3$$

Def. $\sqrt[3]{a}$

Def. CS.

TEOREMA DEL RESTO**PÁGINA 30**

1.- Hallar el resto, para los valores de k , de los siguientes polinomios (teorema del resto)

1. $x^2 - 15x + 36 = 0, k = 5$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - 15x + 36 \div x - 5$
2. $x^2 - 15x + 36 = (x - 5)C(x) + r$
3. $x - k = x - 5$
4. $k = 5$
5. $P(5) = (5)^2 - 15(5) + 36 = -14$
6. $r = -14$

RAZONES

Dato

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = 5$

Teorema del Resto (TDR)

2. $y^2 + 19y + 60 = 0, k = -3$

PROPOSICIONES

1. $y^2 + 19y + 60 \div y + 3$
2. $y^2 + 19y + 60 = (y + 3)C(y) + r$
3. $y - k = y + 3$
4. $k = -3$
5. $P(-3) = (-3)^2 + 19(-3) + 60 = 12$
6. $r = 12$

RAZONES

Dato

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = -3$

TDR

3. $z^2 + 13z - 90 = 0, k = 3$

PROPOSICIONES

1. $z^2 + 13z - 90 \div z - 3$
2. $z^2 + 13z - 90 = (z - 3)C(z) + r$
3. $z - k = z - 3$
4. $k = 3$
5. $P(3) = (3)^2 + 13(3) - 90 = -42$
6. $r = -42$

RAZONES

Dato

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = 3$

TDR

4. $z^2 - 7z - 120 = 0, k = -2$

PROPOSICIONES

1. $z^2 - 7z - 120 \div z + 2$
2. $z^2 - 7z - 120 = (z + 2)C(z) + r$
3. $z - k = z + 2$
4. $k = -2$
5. $P(-2) = (-2)^2 - 7(-2) - 120 = -102$
6. $r = -102$

RAZONES

Dato

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = -2$

TDR

5. $x^2 - 7x + 10 = 0, k = 1$

PROPOSICIONES

7. $x^2 - 7x + 10 \div x - 1$
8. $x^2 - 7x + 10 = (x - 1)C(x) + r$
9. $x - k = x - 1$
10. $k = 1$
11. $P(1) = (1)^2 - 7(1) + 10 = 4$
12. $r = 4$

RAZONES

Dato

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = 1$

TDR

6. $x^2 + 7x + 12 = 0, k = 2$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 7x + 12 \div x - 2$
2. $x^2 + 7x + 12 = (x - 2)C(x) + r$
3. $x - k = x - 2$
4. $k = 2$
5. $P(2) = (2)^2 + 7(2) + 12 = 30$
6. $r = 30$

7. $x^2 - 0.8x + 0.15 = 0, k = 2$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - 0.8x + 0.15 \div x - 2$
2. $x^2 - 0.8x + 0.15 = (x - 2)C(x) + r$
3. $x - k = x - 2$
4. $k = 2$
5. $P(2) = (2)^2 - 0.8(2) + 0.15 = 2.55$
6. $r = 2.55$

8. $z^2 + 0.29z + 0.01 \div z - 1$

PROPOSICIONES

1. $z^2 + 0.29z + 0.01 \div z - 1$
2. $100z^2 + 29z + 1 \div z - 1$
3. $100z^2 + 29z + 1 = (z - 1)C(z) + r$
4. $z - k = z - 1$
5. $k = 1$
6. $P(1) = 100(1)^2 + 29(1) + 1 \rightarrow P(1) = 130$
7. $r = 130$

9. $y^2 - 11y - 10 \div y - 1$

PROPOSICIONES

1. $y^2 - 11y - 10 \div y - 1$
2. $y^2 - 11y - 10 = (y - 1)C(y) + r$
3. $z - k = y - 1$
4. $k = 1$
5. $P(1) = (1)^2 - 11(1) - 10 \rightarrow P(1) = -20$
6. $r = -20$

10. $4x^2 + 19x - 5 \div x + 0$

PROPOSICIONES

1. $4x^2 + 19x - 5 \div x + 0$
2. $4x^2 + 19x - 5 = (x + 0)C(x) + r$
3. $x - k = x + 0$
4. $k = 0$
5. $P(0) = 4(0)^2 + 19(0) - 5 \rightarrow P(1) = -5$
6. $r = -5$

RAZONES

Dato

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = 2$

TDR

RAZONES

Dato

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = 2$

TDR

RAZONES

Datos

Fracción generatriz

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = 1$

TDR

RAZONES

Datos

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = 1$

TDR

RAZONES

Datos

$$P(x) = (x - k)C(x) + r$$

Binomio Divisor: $x - k$

T. Cancelativo, cambio de signo

Valor numérico de $P(x)$; $x = 0$

TDR

2.- Determinar si k es un cero de los siguientes polinomios (Teorema del Factor)

1. $k = 1, z^2 - 16z + 15 = 0$

$$z = 1$$

$$P(1) = (1)^2 - 16(1) + 15$$

$$P(1) = 0$$

factor 1: $z - 1$

$$z = 15$$

$$P(15) = (15)^2 - 16(15) + 15$$

$$P(15) = 0$$

factor 2: $z - 15$

PROPOSICIONES

1. $z^2 - 16z + 15 = 0$

2. $(z - 15)(z - 1) = 0$

3. $z_1 = 15 \vee z_2 = 1$

4. $CS = \{1, 15\}$

RAZONES

Dato

Teorema del factor

TFO, despeje

Def. CS.

2. $k = -1, 2y^2 - 8y - 9 = 0$

$$z = -1$$

$$P(-1) = 2(-1)^2 - 8(-1) - 9$$

$$P(-1) = 1$$

Observación: No cumple la condición $P(k) = 0$

3. $k = 2, 6y^2 - 5y - 21 = 0$

$$z = 2$$

$$P(2) = 6(2)^2 - 5(2) - 21$$

$$P(2) = -7$$

Observación: No cumple la condición $P(k) = 0$

4. $k = 2, z^2 - 3z + 2 = 0$

$$z = 2$$

$$P(2) = (2)^2 - 3(2) + 2$$

$$P(2) = 0$$

factor 1: $z - 2$

$$z = 1$$

$$P(1) = (1)^2 - 3(1) + 2$$

$$P(1) = 0$$

factor 1: $z - 1$

PROPOSICIONES

1. $z^2 - 3z + 2 = 0$

2. $(z - 2)(z - 1) = 0$

3. $z_1 = 2 \vee z_2 = 1$

4. $CS = \{1, 2\}$

RAZONES

Dato

Teorema del factor

TFO, despeje

Def. CS.

5. $k = 3, 6z^2 - 41z - 39 = 0$

$$z = 3$$

$$P(3) = 6(3)^2 - 41(3) - 39$$

$$P(3) = -108$$

$\therefore 3$ No es un cero del polinomio porque no cumple la condición $P(k) = 0$

6. $k = -3, 8z^2 - 37z - 15 = 0$

$$z = -3$$

$$P(-3) = 8(-3)^2 - 37(-3) - 15$$

$$P(-3) = 168$$

$\therefore -3$ No es un cero del polinomio porque no cumple la condición $P(k) = 0$

7. $k = 4, 4y^2 + 23y - 35 = 0$

$$y = 4$$

$$P(4) = 4(4)^2 + 23(4) - 35$$

$$P(4) = 121$$

$\therefore 4$ No es un cero del polinomio porque no cumple la condición $P(k) = 0$

8. $k = -4, 6y^2 + 49y - 45 = 0$

$$y = -4$$

$$P(-4) = 6(-4)^2 + 49(-4) - 45$$

$$P(-4) = -145$$

Observación: no cumple la condición $P(k) = 0$

9. $k = 5, 5/x - 1/(x+2) = 1$

$$5/x - 1/(x+2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$x = 5$$

$$P(5) = (5)^2 - 2(5) - 10$$

$$P(5) = 5$$

Observación: no cumple la condición $P(k) = 0$

10. $k=5, 4x-13/x=3/2$

$$5/x-1/(x+2)=1 \Leftrightarrow 8x^2-3x-26=0$$

$$x=5$$

$$P(5)=8(5)^2-3(5)-26$$

$$P(5)=159$$

Observación: no cumple la condición $P(k)=0$

3.- Determinar si el segundo polinomio es un factor del primero (teorema del factor)

1. $4x^2+2x+42; x-3$

$$x=3$$

$$P(3)=4(3)^2+2(3)+42$$

$$P(3)=84$$

$\therefore x-3$ no es un factor de $4x^2+2x+42$, ya que $P(x) \neq 0$

2. $-3y^2-4y+2; y+2$

$$y=-2$$

$$P(-2)=-3(-2)^2-4(-2)+2$$

$$P(-2)=-2$$

$\therefore y+2$ no es un factor de $-3y^2-4y+2$, ya que $P(y) \neq 0$

3. $z^3+2z^2-3; z-1$

$$z=1$$

$$P(1)=(1)^3+2(1)^2-3$$

$$P(1)=0$$

$\therefore z-1$ es un factor de z^3+2z^2-3 , ya que $P(z)=0$

4. $2z^3+z+2; z+1$

$$z=-1$$

$$P(-1)=2(-1)^3+(-1)+2$$

$$P(-1)=-1$$

$\therefore z+1$ no es un factor de $2z^3+z+2$, ya que $P(z) \neq 0$

5. $3x^3-12x^2-11x-20; x-5$

Hallamos $P(5)$, por división sintética:

x^3	x^2	x^1	x^0	Divisor	Factor
3	-12	-11	-20	5	$x-5$
	15	15	20		
3	3	4	0		

Como el resto es 0, entonces $P(5)=0$, por lo tanto, $(x-5)$ es un factor de $P(x)$

6. $4x^2+6x^2-5x-2; x+2$

Hallamos $P(-2)$, por división sintética:

x^2	x^1	x^0	Divisor	Factor
10	-5	-2	-2	$x+2$
	-20	50		
10	-25	48		

Como el resto es 48, entonces $P(-2)=48$, por lo tanto, $(x+2)$ no es un factor de $P(x)$

7. $2x^4+5x^3-2x^2+5x+3; x+3$

Hallamos $P(-3)$, por división sintética:

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0	Divisor	Factor
2	5	-2	5	3	-3	$x+3$
	-6	3	-3	-6		
2	-1	1	2	-3		

Como el resto es -3, entonces $P(-3)=-3$, por lo tanto, $(x+3)$ no es un factor de $P(x)$

8. $5x^4 + 16x^3 - 15x^2 + 8x + 16$; $x + 4$

$$x = -4 \quad P(-4) = 5(-4)^4 + 16(-4)^3 - 15(-4)^2 + 8(-4) + 16 \quad P(-4) = 0 \quad x + 4$$

PROPOSICIONES

1. $5x^4 + 16x^3 - 15x^2 + 8x + 16 = 0$

2. $(x + 4)(5x^3 - 4x^2 + x + 4) = 0$

3. $x = -4 \vee x = -0.67$

4. $CS = \{-4, -0.67\}$

RAZONES

Dato

Teorema del factor

TF0, despeje

Def. CS.

$\therefore x + 4$ es un factor de $5x^4 + 16x^3 - 15x^2 + 8x + 16$

9. $2x^3 + 3x^2 - 32x + 15$; $x - 3$

$$x = 3 \quad P(3) = 2(3)^3 + 3(3)^2 - 32(3) + 15 \quad P(3) = 0 \quad x - 3$$

$$x = -5 \quad P(-5) = 2(-5)^3 + 3(-5)^2 - 32(-5) + 15 \quad P(-5) = 0 \quad x + 5$$

$$x = 1/2 \quad P(1/2) = 2(1/2)^3 + 3(1/2)^2 - 32(1/2) + 15 \quad P(1/2) = 0 \quad x - 1/2$$

PROPOSICIONES

1. $2x^3 + 3x^2 - 32x + 15 = 0$

2. $(x - 3)(x + 5)(x - 1/2) = 0$

3. $x = 3 \vee x = -5 \vee x = 1/2$

4. $CS = \{3; -5, 1/2\}$

RAZONES

Dato

Teorema del factor

TF0, despeje

Def. CS.

$\therefore x - 3$ es un factor de $2x^3 + 3x^2 - 32x + 15$

10. $2x^5 + 7x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 5x - 15$; $x + 3$

$$x = -3 \quad P(-3) = 2(-3)^5 + 7(-3)^4 + 2(-3)^3 - 3(-3)^2 + 5(-3) - 15 \quad P(-3) = -30 \quad x - 3$$

$\therefore x + 3$ no es un factor de $2x^5 + 7x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 5x - 15$

4.- Encuentre un polinomio $P(x)$ de grado 3, coeficientes reales, que satisfaga las siguientes condiciones.

1. Ceros: $-3, -1$ y 4 ; $P(2) = 5$

PROPOSICIONES

1. $P(x) = a(x - k_1)(x - k_2) \dots (x - k_n)$

2. $P(x) = a(x + 3)(x + 1)(x - 4)$

3. $P(2) = a(2 + 3)(2 + 1)(2 - 4) = 5$

4. $-30a = 5, a = -1/6$

5. $P(x) = (-1/6)(x + 3)(x + 1)(x - 4)$

6. $P(x) = -\frac{x^3}{6} + \frac{13x}{6} + 2$

RAZONES

Teorema del factor

Sustitución: ceros: $-3, -1$ y 4

Dato: $P(2) = 5$

Despeje de a en 3

Sustitución de 4 en 2

Axi. Distributivo. Simplificación

2. Ceros: $1, -1$ y 0 ; $P(2) = -3$

PROPOSICIONES

1. $P(x) = a(x - k_1)(x - k_2) \dots (x - k_n)$

2. $P(x) = a(x - 1)(x + 1)(x + 0)$

3. $P(2) = a(2 - 1)(2 + 1)(2 + 0) = -3$

4. $6a = -3, a = -1/2$

5. $P(x) = (-1/2)(x - 1)(x + 1)(x + 0)$

6. $P(x) = -x^3/2 + x/2$

RAZONES

Teorema del factor

Sustitución: ceros: $1, -1$ y 0

Dato: $P(2) = -3$

Despeje de a en 3

Sustitución de 4 en 2

Axi. Distributivo. Simplificación

3. Ceros : $-2, 1$ y 0 ; $P(-1) = -1$

PROPOSICIONES

- $P(x) = a(x - k_1)(x - k_2)...(x - k_n)$
- $P(x) = a(x + 2)(x - 1)(x + 0)$
- $P(-1) = a(-1 + 2)(-1 - 1)(-1 + 0) = -1$
- $2a = -1, a = -1/2$
- $P(x) = (-1/2)(x + 2)(x - 1)(x + 0)$
- $P(x) = -x^3/2 - x^2/2 + x$

4. Ceros : $2, 5$ y -3 ; $P(1) = -4$

PROPOSICIONES

- $P(x) = a(x - k_1)(x - k_2)...(x - k_n)$
- $P(x) = a(x - 2)(x - 5)(x + 3)$
- $P(1) = a(1 - 2)(1 - 5)(1 + 3) = -4$
- $16a = -4, a = -1/4$
- $P(x) = (-1/4)(x - 2)(x - 5)(x + 3)$
- $P(x) = -x^3/4 + x^2/4 + 11x/4 - 15/2$

5. Ceros : 3 , multiplicidad 3 ; $P(2) = 15$

PROPOSICIONES

- $P(x) = a(x - k_1)(x - k_2)...(x - k_n)$
- $P(x) = a(x - 3)(x - 3)(x - 3)$
- $P(2) = a(2 - 3)(2 - 3)(2 - 3) = 15$
- $-a = 15, a = -15$
- $P(x) = (-15)(x - 3)(x - 3)(x - 3)$
- $P(x) = -15x^3 + 135x^2 - 405x - 405$

6. Ceros : -2 , multiplicidad 3 ; $P(-3) = 30$

PROPOSICIONES

- $P(x) = a(x - k_1)(x - k_2)...(x - k_n)$
- $P(x) = a(x + 2)(x + 2)(x + 2)$
- $P(-3) = a(-3 + 2)(-3 + 2)(-3 + 2) = 30$
- $-a = 30, a = -30$
- $P(x) = (-30)(x + 2)(x + 2)(x + 2)$
- $P(x) = -30x^3 - 180x^2 - 360x - 240$

7. Ceros : $-1, 4$; $P(1) = -12$

PROPOSICIONES

- $P(x) = a(x - k_1)(x - k_2)...(x - k_n)$
- $P(x) = a(x + 1)(x - 4)$
- $P(1) = a(1 + 1)(1 - 4) = -12$
- $-6a = -12, a = 2$
- $P(x) = 2(x + 1)(x - 4)$
- $P(x) = 2(x^2 - 3x - 4)$
- $P(x) = 2x^2 - 6x - 8$

RAZONES

Teorema del factor

Sustitución: ceros: $1, -1$ y 0

Dato: $P(2) = -3$

Despeje de a en 3

Sustitución de 4 en 2

Axi. Distributivo. Simplificación

RAZONES

Teorema del factor

Sustitución: ceros: $2, 5$ y -3

Dato: $P(1) = -4$

Despeje de a en 3

Sustitución de 4 en 2

Axi. Distributivo. Simplificación

RAZONES

Teorema del factor

Sustitución: ceros: 3

Dato: $P(2) = 15$

Despeje de a

Sustitución de 4 en 2

Axi. Distributivo. Simplificación

RAZONES

Teorema del factor

Sustitución: ceros: -2

Dato: $P(-3) = 30$

Despeje de a

Sustitución de 4 en 2

Axi. Distributivo. Simplificación

RAZONES

Teorema del factor

Sustitución: ceros: -1 y 4

Dato: $P(1) = -12$

Despeje de a en 3

Sustitución de 4 en 2

Def (x) en 5

Axi. Distributivo

8. Ceros: $-1, 2, -2; P(1) = 4$

PROPOSICIONES

- $P(x) = a(x - k_1)(x - k_2) \dots (x - k_n)$
- $P(x) = a(x - 1)(x - 2)(x + 2)$
- $P(1) = a(1 - 1)(1 - 2)(1 + 2) = 4$
- $0a = 4, 0 = 4$

$\therefore$ no existe un polinomio cúbico que cumpla las condiciones dadas.

RAZONES

Teorema del factor

Sustitución: ceros: 1, 2 y -2

Dato: $P(1) = 4$

Despeje de a en 3

RAÍCES RACIONALES, IRRACIONALES Y COMPLEJAS

PÁGINA 35

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $6z^3 + 10z^2 - 3z + 2 = 0$

$$D_2 = \{\pm 1, \pm 2\} \quad D_6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\} \quad PR = \left\{ \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6}, \pm 2, \pm \frac{1}{3} \right\}$$

z^3	z^2	z	z^0	Divisor	Factor
6	10	-3	2	-2	$z + 2$
	-12	4	-2		
6	-2	1	0		

PROPOSICIONES

- $6z^3 + 10z^2 - 3z + 2 = 0$
- $(6z^2 - 2z + 1)(z + 2) = 0$
- $z_1 = -2 \vee z_2 = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{5}}{6}i \vee z_3 = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{5}}{6}i$
- $CS = \left\{ -2; \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{5}}{6}i; \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{5}}{6}i \right\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0, TT y Fórmula General

Def. CS.

2. $6x^4 + 7x^3 - 12x^2 - 3x + 2 = 0$

$$D_2 = \{\pm 1, \pm 2\} \quad D_6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\} \quad PR = \left\{ \pm 1, \pm 1/2, \pm 1/3, \pm 1/6, \pm 2, \pm 2/3 \right\}$$

x^4	x^3	x^2	x	x^0	Divisor	Factor
6	7	-12	-3	2	1	$x - 1$
	6	13	1	-2		
6	13	1	-2	0	-2	$x + 2$
	-12	-2	2			
6	1	-1	0		1/3	$x - 1/3$
	2	1				
6	3	0				
	-3				-1/2	$x + 1/2$
6	0					

PROPOSICIONES

- $6x^4 + 7x^3 - 12x^2 - 3x + 2 = 0$
- $(x - 1)(x + 2)(x - 1/3)(x + 1/2) = 0$
- $x_1 = 1 \vee x_2 = -2 \vee x_3 = 1/3 \vee x_4 = -1/2$
- $CS = \{-2; -1/2; 1/3; 1\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$3. 2y^3 - y^2 - 18y + 9 = 0$$

$$D_9 = \{\pm 1, \pm 3, \pm 9\} \quad D_2 = \{\pm 1, \pm 2\} \quad PR = \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 3, \pm 3/2, \pm 9, \pm 9/2\}$$

y^3	y^2	y	y^0	Divisor	Factor
2	-1	-18	9	-3	$y+3$
	-6	21	-9		
2	-7	3	0	3	$y-3$
	6	-3			
2	-1	0		1/2	$y-1/2$
	1				
2	0				

PROPOSICIONES

- $2y^3 - y^2 - 18y + 9 = 0$
- $(y+3)(y-3)(y-1/2) = 0$
- $y_1 = -3 \vee y_2 = 3 \vee y_3 = 1/2$
- $CS = \{-3; 1/2; 3\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos
Def. CS.

$$4. 6z^3 + 23z^2 + 9z - 18 = 0$$

$$D_{18} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18\} \quad D_6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\} \quad PR = \left\{ \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6}, \pm 2, \pm \frac{2}{3}, 3, \pm \frac{3}{2}, \pm 6, \pm 9, \pm \frac{9}{2}, 18 \right\}$$

z^3	z^2	z	z^0	Divisor	Factor
6	23	9	-18	2/3	$z-2/3$
	4	18	18		
6	27	27	0	-3/2	$z+3/2$
	-9	-27			
6	-18	0		-3	$z+3$
	-18				
6	0				

PROPOSICIONES

- $6z^3 + 23z^2 + 9z - 18 = 0$
- $(z-2/3)(z+3/2)(z+3) = 0$
- $z_1 = 2/3 \vee z_2 = -3/2 \vee z_3 = -3$
- $CS = \{-3; -3/2; 2/3\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos
Def. CS.

$$5. 2x^5 - 8x^4 + 3x - 12 = 0$$

$$D_{12} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\} \quad D_2 = \{\pm 1, \pm 2\} \quad PR = \left\{ \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm 2, \pm 3, \pm \frac{3}{2}, \pm 4, \pm 6, \pm 12 \right\}$$

x^5	x^4	x^3	x^2	x	x^0	Divisor	Factor
2	-8	0	0	3	-12	4	$x-4$
	8	0	0	0	12		
2	0	0	0	3	0		

PROPOSICIONES

- $2x^5 - 8x^4 + 3x - 12 = 0$
- $(x-4)(2x^4+3) = 0$

RAZONES

Dato

TDF

$$3. \quad x_1 = 4 \vee x_2 = -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i} \vee x_3 = -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}$$

$$x_4 = \sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i} \vee x_5 = \sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}$$

$$4. \quad CS = \left\{ 4; -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}; -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}; \sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}; \sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i} \right\}$$

TF0 y Software matemático
(Symbolab)

Def. CS.

Observación: una posible alternativa, de proceso, para hallar las raíces del ejercicio anterior sería la siguiente.

PROPOSICIONES

$$1. \quad 2x^5 - 8x^4 + 3x - 12 = 0$$

$$2. \quad (x - 4)(2x^4 + 3) = 0$$

$$3. \quad (x - 4) = 0 \rightarrow x = 4$$

$$4. \quad 2x^4 + 3 = 0$$

$$5. \quad 2x^4 + 2\sqrt{6}x^2 + 3 = 2\sqrt{6}x^2$$

$$6. \quad (\sqrt{2}x^2 + \sqrt{3})^2 = \sqrt{2}\sqrt[4]{6}x$$

$$7. \quad \sqrt{2}x^2 + \sqrt{3} = \sqrt{2}\sqrt[4]{6}x \vee \sqrt{2}x^2 + \sqrt{3} = -\sqrt{2}\sqrt[4]{6}x$$

$$8. \quad \sqrt{2}x^2 + \sqrt{3} = \sqrt{2}\sqrt[4]{6}x$$

$$9. \quad \sqrt{2}x^2 - \sqrt{2}\sqrt[4]{6}x + \sqrt{3} = 0$$

$$10. \quad x = \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{6} \pm \sqrt{(\sqrt{2}\sqrt[4]{6})^2 - 4\sqrt{2}\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}}$$

$$11. \quad x = \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{6} \pm \sqrt{2\sqrt{6} - 4\sqrt{6}}}{2\sqrt{2}}$$

$$12. \quad x = \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{6} \pm \sqrt{2}\sqrt[4]{6}i}{2\sqrt{2}}$$

$$13. \quad x = \frac{4\sqrt[4]{6} \pm 4\sqrt[4]{6}i}{8}$$

$$14. \quad x_2 = \frac{4\sqrt[4]{6} + 4\sqrt[4]{6}i}{8} \vee x_3 = \frac{4\sqrt[4]{6} - 4\sqrt[4]{6}i}{8}$$

$$15. \quad x_2 = \frac{\sqrt[4]{6}}{2} + \frac{\sqrt[4]{6}}{2}i \vee x_3 = \frac{\sqrt[4]{6}}{2} - \frac{\sqrt[4]{6}}{2}i$$

$$16. \quad x_2 = \sqrt[4]{\frac{6}{16}} + \sqrt[4]{\frac{6}{16}}i \vee x_3 = \sqrt[4]{\frac{6}{16}} - \sqrt[4]{\frac{6}{16}}i$$

$$17. \quad x_2 = \sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i} \vee x_3 = \sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}$$

$$18. \quad x_4 = -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i} \vee x_5 = -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}$$

$$19. \quad CS = \left\{ 4; \sqrt[4]{\frac{3}{8}}; \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}; \sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}; -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}; -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i} \right\}$$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 (1ra parte)

TF0 (2da parte)

Completar el TCP

TCP

$$T: x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$$

Dato (nuevo) en 7

Transposición de términos

Fórmula general

Operaciones algebraicas

Def. Resta

Número complejo

Racionalizar

Soluciones de 8

Factor común

Simplificación

Análogamente en 7

Def. CS.

$$6. 6y^3 + 17y^2 - 31y - 12 = 0$$

$$D_{12} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\} \quad D_6 = \{\pm 1, \pm 2\} \quad PR = \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 2, \pm 3, \pm 3/2, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$$

y^3	y^2	y	y^0	Divisor	Factor
6	17	-31	-12	-4	$y + 4$
	-24	28	12		
6	-7	-3	0	3/2	$y - 3/2$
	9	3			
6	2	0		-1/3	$y + 1/3$
	-2				
6	0				

PROPOSICIONES

- $6y^3 + 17y^2 - 31y - 12 = 0$
- $(y + 4)(y - 3/2)(y + 1/3) = 0$
- $y_1 = -4 \vee y_2 = 3/2 \vee y_3 = -1/3$
- $CS = \{-4; -1/3; 3/2\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos
Def. CS.

$$7. 15z^3 + 61z^2 + 2z - 8 = 0$$

$$D_8 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8\} \quad D_{15} = \{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15\}$$

$$PR = \left\{ \pm 1, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{5}, \pm \frac{1}{15}, \pm 2, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{2}{5}, \pm \frac{2}{15}, \pm 4, \pm \frac{4}{3}, \pm \frac{4}{5}, \pm \frac{4}{15}, \pm 8, \pm \frac{8}{3}, \pm \frac{8}{5}, \pm \frac{8}{15} \right\}$$

z^3	z^2	z	z^0	Divisor	Factor
15	61	2	-8	-4	$z + 4$
	-60	-4	8		
15	1	-2	0	1/3	$z - 1/3$
	5	2			
15	6	0		-2/5	$z + 2/5$
	-6				
15	0				

PROPOSICIONES

- $15z^3 + 61z^2 + 2z - 8 = 0$
- $(z + 4)(z - 1/3)(z + 2/5) = 0$
- $z_1 = -4 \vee z_2 = 1/3 \vee z_3 = -2/5$
- $CS = \{-4; -2/5; 1/3\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos
Def. CS.

$$8. 12x^3 + 20x^2 - x - 6 = 0$$

$$D_6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\} \quad D_{12} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$$

$$PR = \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/3, \pm 1/4, \pm 1/6, \pm 1/12, \pm 2, \pm 2/3, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4, \pm 6\}$$

x^3	x^2	x	x^0	Divisor	Factor
12	20	-1	-6	1/2	$x - 1/2$
	6	13	6		
12	26	12	0	-2/3	$x + 2/3$
	-8	-12			
12	18	0		-3/2	$x + 3/2$
	-18				
12	0				

PROPOSICIONES

- $12x^3 + 20x^2 - x - 6 = 0$
- $(x - 1/2)(x + 2/3)(x + 3/2) = 0$
- $x_1 = 1/2 \vee x_2 = -2/3 \vee x_3 = -3/2$
- $CS = \{-3/2; -2/3; 1/2\}$

RAZONES

Dato
TDF
TF0 y transposición de términos
Def. CS.

$$9. y^4 + 2y^3 - 13y^2 - 38y - 24 = 0$$

$$PR = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24\}$$

y^4	y^3	y^2	y	y^0	Divisor	Factor
1	2	-13	-38	-24	-1	$y + 1$
	-1	-1	14	24		
1	1	-14	-24	0	-2	$y + 2$
	-2	2	24			
1	-1	-12	0		-3	$y + 3$
	-3	12				
1	-4	0			4	$y - 4$
	4					
1	0					

PROPOSICIONES

- $y^4 + 2y^3 - 13y^2 - 38y - 24 = 0$
- $(y + 1)(y + 2)(y + 3)(y - 4) = 0$
- $y_1 = -1 \vee y_2 = -2 \vee y_3 = -3 \vee y_4 = 4$
- $CS = \{-3; -2; -1; 4\}$

RAZONES

Dato
TDF
TF0 y transposición de términos
Def. CS.

$$10. 3z^4 + 4z^3 - z^2 + 4z - 4 = 0$$

$$D_4 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\} \quad D_3 = \{\pm 1, \pm 3\} \quad PR = \{\pm 1, \pm 1/3, \pm 2, \pm 2/3, \pm 4, \pm 4/3\}$$

z^4	z^3	z^2	z	z^0	Divisor	Factor
3	4	-1	4	-4	-2	$z + 2$
	-6	4	-6	4		
3	-2	3	-2	0	2/3	$z - 2/3$
	2	0	2			
3	0	3	0			

PROPOSICIONES

- $3z^4 + 4z^3 - z^2 + 4z - 4 = 0$
- $(z + 2)(z - 2/3)(3z^2 + 3) = 0$
- $z_1 = -2 \vee z_2 = \frac{2}{3} \vee z_3 = -i \vee z_4 = i$
- $CS = \{-2; 2/3; -i; i\}$

RAZONES

Dato
TDF
TF0 y transposición de términos
Def. CS.

$$11. x^3 - (4/3)x^2 - (13/3)x - 2 = 0$$

$$x^3 - (4/3)x^2 - (13/3)x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 4x^2 - 13x - 6 = 0$$

$$D_6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\} \quad D_3 = \{\pm 1, \pm 3\} \quad PR = \{\pm 1, \pm 1/3, \pm 2, \pm 2/3, \pm 3, \pm 6\}$$

x^3	x^2	x	x^0	Divisor	Factor
3	-4	-13	-6	-1	$x+1$
	-3	7	6		
3	-7	-6	0	-2/3	$x+2/3$
	-2	6			
3	-9	0		3	$x-3$
	9				
3	0				

PROPOSICIONES

- $3x^3 - 4x^2 - 13x - 6 = 0$
- $(x+1)(x+2/3)(x-3) = 0$
- $x_1 = -1 \vee x_2 = -2/3 \vee x_3 = 3$
- $CS = \{-2/3; -1; 3\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$12. y^3 + y^2 - (16/9)y + 4/9 = 0$$

$$y^3 + y^2 - (16/9)y + 4/9 = 0 \Leftrightarrow 9y^3 + 9y^2 - 16y + 4 = 0$$

$$D_4 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\} \quad D_9 = \{\pm 1, \pm 3, \pm 9\} \quad PR = \left\{ \pm 1, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{9}, \pm 2, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{2}{9}, \pm 4, \pm \frac{4}{3}, \pm \frac{4}{9} \right\}$$

y^3	y^2	y	y^0	Divisor	Factor
9	9	-16	4	-2	$y+2$
	-18	18	-4		
9	-9	2	0	1/3	$y-1/3$
	3	-2			
9	-6	0		2/3	$y-2/3$
	6				
9	0				

PROPOSICIONES

- $9y^3 + 9y^2 - 16y + 4 = 0$
- $(y+2)(y-1/3)(y-2/3) = 0$
- $y_1 = -2 \vee y_2 = 1/3 \vee y_3 = 2/3$
- $CS = \{-2; 1/3; 2/3\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$13. z^4 + (1/4)z^3 + (11/4)z^2 + z - 5 = 0$$

$$z^4 + (1/4)z^3 + (11/4)z^2 + z - 5 = 0 \Leftrightarrow 4z^4 + z^3 + 11z^2 + 4z - 20 = 0$$

$$D_{20} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 10, \pm 20\} \quad D_4 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\}$$

$$PR = \left\{ \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{4}, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm \frac{5}{2}, \pm \frac{5}{4}, \pm 10, \pm 20 \right\}$$

z^4	z^3	z^2	z	z^0	Divisor	Factor
4	1	11	4	-20	1	$z-1$
	4	5	16	20		
4	5	16	20	0	-5/4	$z+5/4$
	-5	0	-20			
4	0	16	0			

PROPOSICIONES

- $4z^4 + z^3 + 11z^2 + 4z - 20 = 0$
- $(z-1)(z+5/4)(4z^2+16) = 0$
- $z_1 = 1 \vee z_2 = -\frac{5}{4} \vee z_3 = -2i \vee z_4 = 2i$
- $CS = \{-5/4; 1; -2i; +2i\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$14. (10/7)x^4 - x^3 - 7x^2 + 5x - 5/7 = 0$$

$$(10/7)x^4 - x^3 - 7x^2 + 5x - 5/7 = 0 \Leftrightarrow 10x^4 - 7x^3 - 49x^2 + 35x - 5 = 0$$

$$D_5 = \{\pm 1, \pm 5\} \quad D_{10} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10\} \quad PR = \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/5, \pm 1/10, \pm 5, \pm 5/2\}$$

x^4	x^3	x^2	x	x^0	Divisor	Factor
10	-7	-49	35	-5	1/2	$x - 1/2$
	5	-1	-25	5		
10	-2	-50	10	0	1/5	$x - 1/5$
	2	0	-10			
10	0	-50	0			

PROPOSICIONES

- $10x^4 - 7x^3 - 49x^2 + 35x - 5 = 0$
- $(x-1/2)(x-1/5)(10x^2-50) = 0$
- $x_1 = 1/2 \vee x_2 = 1/5 \vee x_3 = -\sqrt{5} \vee x_4 = \sqrt{5}$
- $CS = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}; 1/5; 1/2\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición términos

Def. CS.

$$15. (1/3)y^5 + y^4 - (5/3)y^3 - (11/3)y^2 + 4 = 0$$

$$(1/3)y^5 + y^4 - (5/3)y^3 - (11/3)y^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow y^5 + 3y^4 - 5y^3 - 11y^2 + 12 = 0$$

$$PR = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$$

y^5	y^4	y^3	y^2	y	y^0	Divisor	Factor
1	3	-5	-11	0	12	1	$y - 1$
	1	4	-1	-12	-12		
1	4	-1	-12	-12	0		

PROPOSICIONES

- $y^5 + 3y^4 - 5y^3 - 11y^2 + 12 = 0$
- $(y-1)(y^4 + 4y^3 - y^2 - 12y - 12) = 0$
- $z_1 = 1 \vee z_2 \approx -3,61163 \vee z_3 \approx 1,86138$
- $CS = \{-3.61; 1; 1.86\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y Software matemático

Def. CS.

$$16. z^5 - 4z^3 - z^2 + 4 = 0$$

$$PR = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\}$$

z^5	z^4	z^3	z^2	z	z^0	Divisor	Factor
1	0	-4	-1	0	4	1	$z - 1$
	1	1	-3	-4	-4		
1	1	-3	-4	-4	0	2	$z - 2$
	2	6	6	4			
1	3	3	2	0		-2	$z + 2$
	-2	-2	-2				
1	1	1	0				

PROPOSICIONES

- $z^5 - 4z^3 - z^2 + 4 = 0$
- $(z-1)(z-2)(z+2)(z^2+z+1) = 0$
- $z_1 = 1 \vee z_2 = 2 \vee z_3 = -2 \vee z_4 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \vee z_5 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
- $CS = \left\{ -2; 1; 2; -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}$

RAZONES

Dato

TDF

TFO y formula general

Def. CS.

$$17. 4x^3 + 7x^2 - 27x/2 + 9/2 = 0$$

El mcm de los denominadores es 2. Multiplicando los términos de la ecuación por el mcm y simplificando, se tiene:

$$4x^3 + 7x^2 - 27x/2 + 9/2 = 0 \rightarrow 8x^3 + 14x^2 - 27x + 9 = 0$$

$$D_9 = \{\pm 1, \pm 3, \pm 9\} \quad D_8 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8\} \quad PR = \left\{ \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{1}{8}, \pm 3, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{3}{4}, \pm \frac{3}{8}, \pm 9, \pm \frac{9}{2} \right\}$$

x^3	x^2	x	x^0	Divisor	Factor
8	14	-27	9	-3	$x+3$
	-24	30	-9		
8	-10	3	0		
	4	-3		1/2	$x-1/2$
8	-6	0			
	6			3/4	$x-3/4$
8	0				

PROPOSICIONES

- $8x^3 + 14x^2 - 27x + 9 = 0$
- $(x+3)(x-1/2)(x-3/4) = 0$
- $x_1 = -3 \vee x_2 = 1/2 \vee x_3 = 3/4$
- $CS = \{-3; 1/2; 3/4\}$

RAZONES

Dato

TDF

TFO y transposición de términos

Def. CS.

$$18. 9y^4 - 42y^3 + 13y^2 + 84y + 36 = 0$$

$$D_{36} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 9, \pm 12, \pm 18, \pm 36\} \quad D_9 = \{\pm 1, \pm 3, \pm 9\}$$

$$PR = \{\pm 1, \pm 1/3, \pm 1/9, \pm 2, \pm 2/3, \pm 2/9, \pm 3, \pm 4, \pm 4/3, \pm 4/9, \pm 6, \pm 9, \pm 12, \pm 18, \pm 36\}$$

y^4	y^3	y^2	y	y^0	Divisor	Factor
9	-42	13	84	36	3	$y-3$
	27	-45	-96	-36		
9	-15	-32	-12	0	3	$y-3$
	27	36	12			
9	12	4	0		-2/3	$y+2/3$
	-6	-4				
9	6	0			-2/3	$y+2/3$
	-6					
9	0					

PROPOSICIONES

- $9y^4 - 42y^3 + 13y^2 + 84y + 36 = 0$
- $(y-3)^2(y+2/3)^2 = 0$
- $y_1 = 3 \vee y_2 = -2/3$
- $CS = \{-2/3; 3\}$

RAZONES

Dato

TDF

TFO y transposición de términos

Def. CS.

Observación: $y+2/3$ es un cero de multiplicidad 2.

19. $z^7 - 4z^6/3 - 7z^5/12 - z^4 - 5z^3/4 + z^2/3 + z/3 = 0$

El mcm de los denominadores es 12. Multiplicando los términos de la ecuación por el mcm y simplificando, se tiene:

$$12z^7 - 16z^6 - 7z^5 - 12z^4 - 15z^3 + 4z^2 + 4z = 0$$

Aplicamos factor común para encontrar el término independiente:

$$z(12z^6 - 16z^5 - 7z^4 - 12z^3 - 15z^2 + 4z + 4) = 0$$

Aplicamos Ruffini al nuevo polinomio

$$D_4 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\} \quad D_{12} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$$

$$PR = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 1/2, \pm 4/2, \pm 1/3, \pm 2/3, \pm 4/3, \pm 1/4, \pm 1/6, \pm 1/12\}$$

z^6	z^5	z^4	z^3	z^2	z	z^0	Divisor	Factor
12	-16	-7	-12	-15	4	4	2	$z - 2$
	24	16	18	12	-6	-4		
12	8	9	6	-3	-2	0		
	6	7	8	7	2		1/2	$z - 1/2$
12	14	16	14	4	0			
	-6	-4	-6	-4			-1/2	$z + 1/2$
12	8	12	8	0				
	-8	0	-8				-2/3	$z + 2/3$
12	0	12	0					

PROPOSICIONES

- $12z^7 - 16z^6 - 7z^5 - 12z^4 - 15z^3 + 4z^2 + 4z = 0$
- $z(12z^6 - 16z^5 - 7z^4 - 12z^3 - 15z^2 + 4z + 4) = 0$
- $z(z - 2)(z - 1/2)(z + 1/2)(z + 2/3)(12z^2 + 12) = 0$
- $z_1 = 0, z_2 = 2, z_3 = 1/2, z_4 = -1/2, z_5 = -2/3, z_6 = i, z_7 = -i$
- $CS = \left\{ -\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 2; i; -i \right\}$

RAZONES

Dato
Factor común
TDF
TFO y TT
Def. CS.

20. $2x^3 - (14/3)x^2 - (14/3)x + 2 = 0$

El mcm de los denominadores es 3. Multiplicando los términos de la ecuación por el mcm y simplificando, se tiene

$$2x^3 - (14/3)x^2 - (14/3)x + 2 = 0 \Leftrightarrow 6x^3 - 14x^2 - 14x + 6 = 0$$

$$D_6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\} \quad D_6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\} \quad PR = \left\{ \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3} \right\}$$

x^3	x^2	x	x^0	Divisor	Factor
6	-14	-14	6	-1	$x + 1$
	-6	20	-6		
6	-20	6	0		
	2	-6		1/3	$x - 1/3$
6	-18	0			
	18			3	$x - 3$
6	0				

PROPOSICIONES

- $6x^3 - 14x^2 - 14x + 6 = 0$
- $(x + 1)(x - 1/3)(x - 3) = 0$
- $x_1 = -1 \vee x_2 = 1/3 \vee x_3 = 3$
- $CS = \{-1; 1/3; 3\}$

RAZONES

Dato
TDF
TFO y transposición términos
Def. CS.

$$21. 6x^4 + x^3 - 13x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$D_2 = \{\pm 1, \pm 2\} \quad D_6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\} \quad PR = \{\pm 1, \pm 2, \pm 1/2, \pm 2/3, \pm 1/3, \pm 1/6\}$$

x^4	x^3	x^2	x	x^0	Divisor	Factor
6	1	-13	-2	2	-1/2	$x + 1/2$
	-3	1	6	-2		
6	-2	-12	4	0	1/3	$x - 1/3$
	2	0	-4			
6	0	-12	0			

PROPOSICIONES

$$1. 6x^4 + x^3 - 13x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$2. (x + 1/2)(x - 1/3)(6x^2 - 12) = 0$$

$$3. x_1 = -1/2 \vee x_2 = 1/3 \vee x_3 = -\sqrt{2} \vee x_4 = \sqrt{2}$$

$$4. CS = \{-\sqrt{2}; -1/2; 1/3; \sqrt{2}\}$$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición términos

Def. CS.

$$22. 6x^4 - 5x^3 - 11x^2 + 10x - 2 = 0$$

$$D_2 = \{\pm 1, \pm 2\} \quad D_6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\} \quad PR = \left\{ \pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6} \right\}$$

x^4	x^3	x^2	x	x^0	Divisor	Factor
6	-5	-11	10	-2	1/2	$x - 1/2$
	3	-1	-6	2		
6	-2	-12	4	0	1/3	$x - 1/3$
	2	0	-4			
6	0	-12	0			

PROPOSICIONES

$$1. 6x^4 - 5x^3 - 11x^2 + 10x - 2 = 0$$

$$2. (x - 1/2)(x - 1/3)(6x^2 - 12) = 0$$

$$3. x_1 = 1/2 \vee x_2 = 1/3 \vee x_3 = -\sqrt{2} \vee x_4 = \sqrt{2}$$

$$4. CS = \{-\sqrt{2}, 1/3, 1/2, \sqrt{2}\}$$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición términos

Def. CS.

NÚMERO DE RAÍCES DE UN POLINOMIO

PÁGINA 36

1.- Verificar los ceros reales en los ejercicios de la página anterior

$$1. 6z^3 + 10z^2 - 3z + 2 = 0$$

POSITIVAS

$$f(z) = 6z^3 + 10z^2 - 3z + 2$$

Tiene 1 variación en el signo.

Tiene 1 raíz positiva.

NEGATIVAS

$$f(-z) = 6(-z)^3 + 10(-z)^2 - 3(-z) + 2$$

Tiene 3 variaciones en el signo.

Puede tener 3 o 1 raíz negativa.

$$f(-z) = -6z^3 + 10z^2 - 3z + 2$$

PROPOSICIONES

$$1. 6z^3 + 10z^2 - 3z + 2 = 0$$

$$2. (6z^2 - 2z + 1)(z + 2) = 0$$

$$3. z_1 = -2 \vee z_2 = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{5}}{6}i \vee z_3 = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{5}}{6}i$$

$$4. CS = \left\{ -2; \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{5}}{6}i; \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{5}}{6}i \right\}$$

RAZONES

Dato

TDF. Ruffini

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$2. \quad 6x^4 + 7x^3 - 12x^2 - 3x + 2 = 0$$

POSITIVAS

$$f(x) = 6x^4 + 7x^3 - 12x^2 - 3x + 2$$

Tiene 2 variaciones en el signo.
Puede tener 2 ó 0 raíces positivas.

NEGATIVAS

$$f(-x) = 6(-x)^4 + 7(-x)^3 - 12(-x)^2 - 3(-x) + 2$$

$$f(-x) = 6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 3x + 2$$

Tiene 2 variaciones en el signo.
Puede tener 2 ó 0 raíces negativas.

PROPOSICIONES

- $6x^4 + 7x^3 - 12x^2 - 3x + 2 = 0$
- $(x-1)(x+2)(x-1/3)(x+1/2) = 0$
- $x_1 = 1 \vee x_2 = -2 \vee x_3 = 1/3 \vee x_4 = -1/2$
- $CS = \{-2; -1/2; 1/3; 1\}$

RAZONES

Dato
TDF
TF0 y transposición de términos
Def. CS.

$$3. \quad 2y^3 - y^2 - 18y + 9 = 0$$

POSITIVAS

$$f(y) = 2y^3 - y^2 - 18y + 9$$

Tiene 2 variaciones en el signo.
Puede tener 2 ó 0 raíces positivas.

NEGATIVAS

$$f(-y) = 2(-y)^3 - (-y)^2 - 18(-y) + 9$$

$$f(-y) = -2y^3 - y^2 - 18y + 9$$

Tiene 1 variación en el signo.
Tiene 1 raíz negativa.

PROPOSICIONES

- $2y^3 - y^2 - 18y + 9 = 0$
- $(y+3)(y-3)(y-1/2) = 0$
- $y_1 = -3 \vee y_2 = 3 \vee y_3 = 1/2$
- $CS = \{-3; 1/2; 3\}$

RAZONES

Dato
TDF
TF0 y transposición de términos
Def. CS.

$$4. \quad 6z^3 + 23z^2 + 9z - 18 = 0$$

POSITIVAS

$$f(z) = 6z^3 + 23z^2 + 9z - 18$$

Tiene 1 variación en el signo.
Tiene 1 raíz positiva.

NEGATIVAS

$$f(-z) = 6(-z)^3 + 23(-z)^2 + 9(-z) - 18$$

$$f(-z) = -6z^3 + 23z^2 - 9z - 18$$

Tiene 2 variaciones en el signo.
Puede tener 2 ó 0 raíces negativas.

PROPOSICIONES

- $6z^3 + 23z^2 + 9z - 18 = 0$
- $(z-2/3)(z+3/2)(z+3) = 0$
- $z_1 = 2/3 \vee z_2 = -3/2 \vee z_3 = -3$
- $CS = \left\{-3; -\frac{3}{2}; \frac{2}{3}\right\}$

RAZONES

Dato
TDF
TF0 y transposición de términos
Def. CS.

5. $2x^5 - 8x^4 + 3x - 12 = 0$

POSITIVAS

$$f(x) = 2x^5 - 8x^4 + 3x - 12$$

Tiene 3 variaciones en el signo.
Puede tener 3 ó 1 raíz positiva.

NEGATIVAS

$$f(-x) = 2(-x)^5 - 8(-x)^4 + 3(-x) - 12$$

Tiene 0 variaciones en el signo.
No tiene raíces negativas.

$$f(-x) = -2x^5 - 8x^4 - 3x - 12$$

PROPOSICIONES

1. $2x^5 - 8x^4 + 3x - 12 = 0$

2. $(x - 4)(2x^4 + 3) = 0$

3. $x_1 = 4 \wedge x_2 = -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i} \vee x_3 = -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}$

$$x_4 = \sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i} \vee x_5 = \sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}$$

4. $CS = \left\{ 4, -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}, -\sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}, \sqrt[4]{\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{3}{8}i}, \sqrt[4]{\frac{3}{8}} - \sqrt[4]{\frac{3}{8}i} \right\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y Software matemático
(Symbolab)

Def. CS.

6. $6y^3 + 17y^2 - 31y - 12 = 0$

POSITIVAS

$$f(y) = 6y^3 + 17y^2 - 31y - 12$$

Tiene 1 variación en el signo.
Tiene 1 raíz positiva.

NEGATIVAS

$$f(-y) = 6(-y)^3 + 17(-y)^2 - 31(-y) - 12$$

Tiene 2 variaciones en el signo.
Puede tener 2 ó 0 raíz negativa.

$$f(-y) = -6y^3 + 17y^2 + 31y - 12$$

PROPOSICIONES

1. $6y^3 + 17y^2 - 31yz - 12 = 0$

2. $(y + 4)(y - 3/2)(y + 1/3) = 0$

3. $y_1 = -4 \vee y_2 = 3/2 \vee y_3 = -1/3$

4. $CS = \left\{ -4; -\frac{1}{3}; \frac{3}{2} \right\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos
Def. CS.

7. $15z^3 + 61z^2 + 2z - 8 = 0$

POSITIVAS

$$f(z) = 15z^3 + 61z^2 + 2z - 8$$

Tiene 1 variación en el signo.
Tiene 1 raíz positiva.

NEGATIVAS

$$f(-z) = 15(-z)^3 + 61(-z)^2 + 2(-z) - 8$$

Tiene 2 variaciones en el signo.
Puede tener 2 ó 0 raíz negativa.

$$f(-z) = -15z^3 + 61z^2 - 2z - 8$$

PROPOSICIONES

1. $15z^3 + 61z^2 + 2z - 8 = 0$

2. $(z + 4)(z - 1/3)(z + 2/5) = 0$

3. $z_1 = -4 \vee z_2 = 1/3 \vee z_3 = -2/5$

4. $CS = \left\{ -4; -\frac{2}{5}; \frac{1}{3} \right\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos
Def. CS.

8. $12x^3 + 20x^2 - x - 6 = 0$

POSITIVAS $f(x) = 12x^3 + 20x^2 - x - 6$

Tiene 1 variaciones de signo. Puede tener 1 raíz positiva.

NEGATIVAS $f(-x) = 12(-x)^3 + 20(-x)^2 - (-x) - 6$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces negativas.

$f(-x) = -12x^3 + 20x^2 + x - 6$

PROPOSICIONES

1. $12x^3 + 20x^2 - x - 6 = 0$

2. $(x - 1/2)(x + 2/3)(x + 3/2) = 0$

3. $x_1 = 1/2 \vee x_2 = -2/3 \vee x_3 = -3/2$

4. $CS = \left\{ -\frac{3}{2}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{2} \right\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

9. $y^4 + 2y^3 - 13y^2 - 38y - 24 = 0$

POSITIVAS $f(y) = y^4 + 2y^3 - 13y^2 - 38y - 24$

Tiene 1 variaciones de signo. Puede tener 1 raíz positiva.

NEGATIVAS $f(-y) = (-y)^4 + 2(-y)^3 - 13(-y)^2 - 38(-y) - 24$

Tiene 3 variaciones de signo. Puede tener 1 o 3 raíces negativas.

$f(-y) = y^4 - 2y^3 - 13y^2 + 38y - 24$

PROPOSICIONES

1. $y^4 + 2y^3 - 13y^2 - 38y - 24 = 0$

2. $(y + 1)(y + 2)(y + 3)(y - 4) = 0$

3. $y_1 = -1 \vee y_2 = -2 \vee y_3 = -3 \vee y_4 = 4$

4. $CS = \{-3; -2; -1; 4\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

10. $3z^4 + 4z^3 - z^2 + 4z - 4 = 0$

POSITIVAS $f(z) = 3z^4 + 4z^3 - z^2 + 4z - 4$

Tiene 3 variaciones de signo. Puede tener 3 o 1 raíz positiva.

NEGATIVAS $f(-z) = 3(-z)^4 + 4(-z)^3 - (-z)^2 + 4(-z) - 4$

Tiene 1 variaciones de signo. Puede tener 1 raíz negativa.

$f(-z) = 3z^4 - 4z^3 - z^2 - 4z - 4$

PROPOSICIONES

1. $3z^4 + 4z^3 - z^2 + 4z - 4 = 0$

2. $(z + 2)(z - 2/3)(3z^2 + 3) = 0$

3. $z_1 = -2 \vee z_2 = 2/3 \vee z_3 = -i \vee z_4 = i$

4. $CS = \{-2; 2/3; -i; i\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$11. x^3 - (4/3)x^2 - (13/3)x - 2 = 0$$

POSITIVAS $f(z) = 3z^4 + 4z^3 - z^2 + 4z - 4$

Tiene 3 variaciones de signo. Puede tener 3 o 1 raíz positiva.

NEGATIVAS $f(-z) = 3(-z)^4 + 4(-z)^3 - (-z)^2 + 4(-z) - 4$

Tiene 1 variaciones de signo. Puede tener 1 raíz negativa.

$$f(-z) = 3z^4 - 4z^3 - z^2 - 4z - 4$$

PROPOSICIONES

1. $3x^3 - 4x^2 - 13x - 6 = 0$

2. $(x+1)(x+2/3)(x-3) = 0$

3. $x_1 = -1 \vee x_2 = -2/3 \vee x_3 = 3$

4. $CS = \{-3/2; -1; 3\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$12. y^3 + y^2 - (16/9)y + 4/9 = 0$$

POSITIVAS $f(y) = y^3 + y^2 - (16/9)y + 4/9$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces positivas.

NEGATIVAS $f(-y) = -y^3 + y^2 + (16/9)y + 4/9$

Tiene 1 variaciones de signo. Puede tener 1 raíz negativa.

PROPOSICIONES

1. $9y^3 + 9y^2 - 16y + 4 = 0$

2. $(y+2)(y-1/3)(y-2/3) = 0$

3. $y_1 = -2 \vee y_2 = 1/3 \vee y_3 = 2/3$

4. $CS = \{-2; 1/3; 2/3\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$13. z^4 + (1/4)z^3 + (11/4)z^2 + z - 5 = 0$$

POSITIVAS $f(z) = z^4 + (1/4)z^3 + (11/4)z^2 + z - 5$

Tiene 1 variaciones de signo. Puede tener 1 raíz positiva.

NEGATIVAS $f(-z) = z^4 - (1/4)z^3 + (11/4)z^2 - z - 5$

Tiene 1 variaciones de signo. Puede tener 1 raíz negativa.

PROPOSICIONES

1. $4z^4 + z^3 + 11z^2 + 4z - 20 = 0$

2. $(z-1)(z+5/4)(4z^2+16) = 0$

3. $z_1 = 1 \vee z_2 = -5/4 \vee z_3 = -2i \vee z_4 = 2i$

4. $CS = \{-5/4; 1; -2i; 2i\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$14. (10/7)x^4 - x^3 - 7x^2 + 5x - 5/7 = 0$$

POSITIVAS $f(x) = (10/7)x^4 - x^3 - 7x^2 + 5x - 5/7$

Tiene 3 variaciones de signo. Puede tener 3 o 1 raíz positiva.

NEGATIVAS $f(-x) = (10/7)x^4 + x^3 - 7x^2 - 5x - 5/7$

Tiene 1 variaciones de signo. Puede tener 1 raíz negativa.

PROPOSICIONES

- $10x^4 - 7x^3 - 49x^2 + 35x - 5 = 0$
- $(x - 1/2)(x - 1/5)(10x^2 - 50) = 0$
- $x_1 = 1/2 \vee x_2 = 1/5 \vee x_3 = -\sqrt{5} \vee x_4 = \sqrt{5}$
- $CS = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}; 1/5; 1/2\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$15. (1/3)y^5 + y^4 - (5/3)y^3 - (11/3)y^2 + 4 = 0$$

POSITIVAS $f(y) = (1/3)y^5 + y^4 - (5/3)y^3 - (11/3)y^2 + 4$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces positivas.

NEGATIVAS $f(-y) = -(1/3)y^5 + y^4 + (5/3)y^3 - (11/3)y^2 + 4$

Tiene 3 variaciones de signo. Puede tener 3 o 1 raíz negativa.

PROPOSICIONES

- $y^5 + 3y^4 - 5y^3 - 11y^2 + 12 = 0$
- $(y - 1)(y^4 + 4y^3 - y^2 - 12y - 12) = 0$
- $z_1 = 1 \vee z_2 \approx -3,61163 \vee z_3 \approx 1,86138$
- $CS = \{-3.61; 1; 1.86\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y Software matemático

Def. CS.

$$16. z^5 - 4z^3 - z^2 + 4 = 0$$

POSITIVAS $f(z) = z^5 - 4z^3 - z^2 + 4$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces positivas.

NEGATIVAS $f(-z) = (-z)^5 - 4(-z)^3 - (-z)^2 + 4$
 $f(-z) = -z^5 + 4z^3 - z^2 + 4$

Tiene 3 variaciones de signo. Puede tener 3 o 1 raíz negativa.

PROPOSICIONES

- $z^5 - 4z^3 - z^2 + 4 = 0$
- $(z - 1)(z - 2)(z + 2)(z^2 + z + 1) = 0$
- $z_1 = 1 \vee z_2 = 2 \vee z_3 = -2 \vee z_4 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \vee z_5 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
- $CS = \left\{-2; 1; 2; -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y formula general

Def. CS.

$$17. 4x^3 + 7x^2 - 27x/2 + 9/2 = 0$$

POSITIVAS $f(x) = 4x^3 + 7x^2 - 27x/2 + 9/2$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces positivas.

NEGATIVAS $f(-x) = 4(-x)^3 + 7(-x)^2 - 27(-x)/2 + 9/2$
 $f(-x) = -4x^3 + 7x^2 + 27x/2 + 9/2$

Tiene 1 variación de signo. Puede tener 1 raíz negativa.

PROPOSICIONES

- $8x^3 + 14x^2 - 27x + 9 = 0$
- $(x + 3)(x - 1/2)(x - 3/4) = 0$
- $x_1 = -3 \vee x_2 = 1/2 \vee x_3 = 3/4$
- $CS = \{-3; 1/2; 3/4\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición de términos

Def. CS.

$$18. 9y^4 - 42y^3 + 13y^2 + 84y + 36 = 0$$

POSITIVAS $f(y) = 9y^4 - 42y^3 + 13y^2 + 84y + 36$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces positivas

NEGATIVAS $f(-y) = 9(-y)^4 - 42(-y)^3 + 13(-y)^2 + 84(-y) + 36$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces negativas.

$$f(-y) = -9y^4 + 42y^3 + 13y^2 - 84y + 36$$

Observación: $y + 2/3$ es un cero de multiplicidad 2.

PROPOSICIONES

1. $9y^4 - 42y^3 + 13y^2 + 84y + 36 = 0$

2. $(y-3)^2(y+2/3)^2 = 0$

3. $y_1 = 3 \vee y_2 = -\frac{2}{3}$

4. $CS = \left\{ -\frac{2}{3}; 3 \right\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición términos

Def. CS.

$$19. z^7 - 4z^6/3 - 7z^5/12 - z^4 - 5z^3/4 + z^2/3 + z/3 = 0$$

POSITIVAS $f(z) = z^7 - \frac{4}{3}z^6 - \frac{7}{12}z^5 - z^4 - \frac{5}{4}z^3 + \frac{z^2}{3} + \frac{z}{3}$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces positivas

NEGATIVAS $f(-z) = -z^7 - \frac{4}{3}z^6 + \frac{7}{12}z^5 - z^4 + \frac{5}{4}z^3 + \frac{z^2}{3} - \frac{z}{3}$

Tiene 3 variaciones de signo. Puede tener 3 o 1 raíz negativa.

PROPOSICIONES

6. $12z^7 - 16z^6 - 7z^5 - 12z^4 - 15z^3 + 4z^2 + 4z = 0$

7. $z(12z^6 - 16z^5 - 7z^4 - 12z^3 - 15z^2 + 4z + 4) = 0$

8. $z(z-1)(z-1/2)(z+1/2)(z+2/3)(12z^2+12) = 0$

9. $z_1 = 0, z_2 = 1, z_3 = 1/2, z_4 = -1/2, z_5 = -2/3, z_6 = i, z_7 = -i$

10. $CS = \left\{ -\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 2; i; -i \right\}$

RAZONES

Dato

Factor común

TDF

TF0 y TT

Def. CS.

$$20. 2x^3 - (14/3)x^2 - (14/3)x + 2 = 0$$

POSITIVAS $f(x) = 2x^3 - (14/3)x^2 - (14/3)x + 2$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces positivas.

NEGATIVAS $f(-x) = 2(-x)^3 - (14/3)(-x)^2 - (14/3)(-x) + 2$

Tiene 1 variación de signo. Puede tener 1 raíz negativa.

$$f(-x) = -2x^3 - (14/3)x^2 + (14/3)x + 2$$

PROPOSICIONES

1. $6x^3 - 14x^2 - 14x + 6 = 0$

2. $(x+1)(x-1/3)(x-3) = 0$

3. $x_1 = -1 \vee x_2 = 1/3 \vee x_3 = 3$

4. $CS = \{-1; 1/3; 3\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición términos

Def. CS.

21. $6x^4 + x^3 - 13x^2 - 2x + 2 = 0$

POSITIVAS $f(x) = 6x^4 + x^3 - 13x^2 - 2x + 2$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces positivas.

NEGATIVAS $f(-x) = 6(-x)^4 + (-x)^3 - 13(-x)^2 - 2(-x) + 2$

Tiene 2 variaciones de signo. Puede tener 2 raíces negativas.

$f(-x) = 6x^4 - x^3 - 13x^2 + 2x + 2$

PROPOSICIONES

5. $6x^4 + x^3 - 13x^2 - 2x + 2 = 0$

6. $(x + 1/2)(x - 1/3)(6x^2 - 12) = 0$

7. $x_1 = -1/2 \vee x_2 = 1/3 \vee x_3 = -\sqrt{2} \vee x_4 = \sqrt{2}$

8. $CS = \{-\sqrt{2}; -1/2; 1/3; \sqrt{2}\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición términos

Def. CS.

22. $6x^4 - 5x^3 - 11x^2 + 10x - 2 = 0$

POSITIVAS $f(x) = 6x^4 - 5x^3 - 11x^2 + 10x - 2$

Tiene 3 variaciones de signo. Puede tener 3 raíces positivas.

NEGATIVAS $f(-x) = 6(-x)^4 - 5(-x)^3 - 11(-x)^2 + 10(-x) - 2$

Tiene 1 variación de signo. Puede tener 1 raíz negativa.

$f(-x) = 6x^4 + 5x^3 - 11x^2 - 2x - 2$

PROPOSICIONES

5. $6x^4 - 5x^3 - 11x^2 + 10x - 2 = 0$

6. $(x - 1/2)(x - 1/3)(6x^2 - 12) = 0$

7. $x_1 = 1/2 \vee x_2 = 1/3 \vee x_3 = -\sqrt{2} \vee x_4 = \sqrt{2}$

8. $CS = \{-\sqrt{2}; 1/3; 1/2; \sqrt{2}\}$

RAZONES

Dato

TDF

TF0 y transposición términos

Def. CS.

CAPÍTULO 2

ECUACIONES ALGEBRAICAS

RACIONALES - IRRACIONALES - VALOR ABSOLUTO

ECUACIONES RACIONALES

PÁGINA 42

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

$$1. \quad -\frac{5x-1}{x-1} - \frac{1}{x} = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad -\frac{5x-1}{x-1} - \frac{1}{x} = 0$$

$$2. \quad \frac{-5x^2 + x - x + 1}{x(x-1)} = 0$$

$$3. \quad \frac{-5x^2 + 1}{x^2 - x} = 0$$

$$4. \quad -5x^2 + 1 = 0; x \neq \pm 1$$

$$5. \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \vee x_2 = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$6. \quad x_1 = \frac{\sqrt{5}}{5} \vee x_2 = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$7. \quad CS = \left\{ -\sqrt{5}/5; \sqrt{5}/5 \right\}$$

RAZONES

Dato

mcm

TS y Axi. Distributivo

T: $P(x) / Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Raíces de la ecuación 1

Racionalización

Def. CS

$$2. \quad -\frac{-8y + y^2}{1+y} = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad -\frac{-8y + y^2}{1+y} = 0$$

$$2. \quad -(-8y + y^2) = 0; y \neq -1$$

$$3. \quad 8y - y^2 = 0$$

$$4. \quad y(8 - y) = 0$$

$$5. \quad y_1 = 0 \vee y_2 = 8$$

$$6. \quad CS = \{0; 8\}$$

RAZONES

Dato

T: $P(x) / Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Ley de signos

Factor común

Raíces de la ecuación 4

Def. CS

$$3. \quad \frac{-(5y-2)(7y+3)}{7y(5y-1)} + 1 = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad \frac{-(5y-2)(7y+3)}{7y(5y-1)} + 1 = 0$$

$$2. \quad \frac{-(5y-2)(7y+3)}{7y(5y-1)} = -1$$

$$3. \quad -(5y-2)(7y+3) = -7y(5y-1)$$

$$4. \quad 35y^2 + 15y - 14y - 6 = 35y^2 - 7y$$

$$5. \quad 8y = 6$$

$$6. \quad y = 3/4$$

$$7. \quad CS = \{3/4\}$$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a / b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Axi. Distributivo. Ley de signos

Términos semejantes

Despeje de y

Def. CS

$$4. \quad \frac{-1}{z} + 4z = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad \frac{-1}{z} + 4z = 0$$

$$2. \quad 4z = 1/z$$

$$3. \quad 4z^2 = 1$$

$$4. \quad z_1 = 1/2 \vee z_2 = -1/2$$

$$5. \quad CS = \{-0.5; 0.5\}$$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a / b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Raíces de la ecuación 3

Def. CS

$$5. \frac{-2+z^2}{z-2} = 0$$

PROPOSICIONES

1. $\frac{-2+z^2}{z-2} = 0$
2. $-2+z^2 = 0; z \neq -2$
3. $z_1 = \sqrt{2} \vee z_2 = -\sqrt{2}$
4. $CS = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

$$6. \frac{1}{y} - \frac{(5y^2 - 27y)}{(5y+3)} = 6 - y$$

PROPOSICIONES

1. $\frac{1}{y} - \frac{(5y^2 - 27y)}{(5y+3)} = 6 - y$
2. $\frac{5y+3-5y^3+27y^2}{y(5y+3)} = 6 - y$
3. $5y+3-5y^3+27y^2 = (6-y)(5y^2+3y)$
4. $-13y = -3$
5. $y = 3/13$
6. $CS = \{3/13\}$

$$7. \frac{y}{6-2y} = 0$$

PROPOSICIONES

1. $y/(6-2y) = 0$
2. $y = 0; y \neq 3$
3. $y = 0$
4. $CS = \{0\}$

$$8. \frac{1}{z} - \frac{1}{z^3} = 0$$

PROPOSICIONES

1. $1/z - 1/z^3 = 0$
2. $(z^2 - 1)/z^3 = 0$
3. $z^2 - 1 = 0; z \neq 0$
4. $z_1 = 1 \vee z_2 = -1$
5. $CS = \{-1; 1\}$

$$9. -\frac{2}{3} + \frac{6x^2}{9x^2-1} = -\frac{2}{3x-1}$$

PROPOSICIONES

1. $-\frac{2}{3} + \frac{6x^2}{9x^2-1} = -\frac{2}{3x-1}$
2. $\frac{6x^2}{9x^2-1} + \frac{2}{3x-1} = \frac{2}{3}$
3. $\frac{6x^2}{(3x-1)(3x+1)} + \frac{2}{3x-1} = \frac{2}{3}$
4. $\frac{6x^2+2(3x+1)}{(3x-1)(3x+1)} = \frac{2}{3}$
5. $\frac{6x^2+6x+2}{(3x-1)(3x+1)} = \frac{2}{3}$
6. $3(6x^2+6x+2) = 2(9x^2-1)$
7. $18x^2+18x+6 = 18x^2-2$
8. $18x = -8$
9. $x = -4/9$
10. $CS = \{-4/9\}$

RAZONES

Dato

$$T: P(x) / Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$$

Raíces de la ecuación 2

Def. CS

RAZONES

Dato

mcm

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

Axi. Distributivo y TS

Despeje de y

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: P(x) / Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$$

Raíz de la ecuación 2

Def. CS

RAZONES

Dato

mcm

$$T: P(x) / Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$$

Raíces de la ecuación 3

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Diferencia de cuadrados

mcm

Axi. Distributivo y TS

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

Axi. Distributivo

Transposicion de términos y TS

Despeje de x

Def. CS

$$10. \frac{-3(y-1)}{-y-1} + \frac{2(y+1)}{y-4} = \frac{-5y(y+1)}{-y^2+3y+4}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{-3(y-1)}{-y-1} + \frac{2(y+1)}{y-4} = \frac{-5y(y+1)}{-y^2+3y+4}$$

$$2. \frac{3(y-1)}{y+1} + \frac{2(y+1)}{y-4} = \frac{5y(y+1)}{y^2-3y-4}$$

$$3. \frac{3(y-1)(y-4)+2(y+1)(y+1)}{(y+1)(y-4)} = \frac{5y(y+1)}{y^2-3y-4}$$

$$4. \frac{3y^2-15y+12+2y^2+4y+2}{(y+1)(y-4)} = \frac{5y^2+5y}{(y+1)(y-4)}$$

$$5. \frac{3y^2-15y+12+2y^2+4y+2}{(y+1)(y-4)} - \frac{5y^2+5y}{(y+1)(y-4)} = 0$$

$$6. \frac{-16y+14}{(y+1)(y-4)} = 0$$

$$7. -16y+14=0; y \neq -1, y \neq 4$$

$$8. y = 7/8$$

$$9. CS = \{7/8\}$$

$$11. \frac{-2(y+2)}{y-2} + \frac{y^2+78}{2y^2-y-6} = -\frac{3(y-2)}{2y+3}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{-2(y+2)}{y-2} + \frac{y^2+78}{2y^2-y-6} = -\frac{3(y-2)}{2y+3}$$

$$2. \frac{-2(y+2)}{y-2} + \frac{y^2+78}{2y^2-y-6} + \frac{3(y-2)}{2y+3} = 0$$

$$3. \frac{-2(y+2)}{y-2} + \frac{y^2+78}{(y-2)(2y+3)} + \frac{3(y-2)}{2y+3} = 0$$

$$4. \frac{(-2y-4)(2y+3)+y^2+78+(3y-6)(y-2)}{(y-2)(2y+3)} = 0$$

$$5. \frac{-26y+78}{(y-2)(2y+3)} = 0$$

$$6. -26y+78=0; y \neq 2, y \neq -3/2$$

$$7. y = 3$$

$$8. CS = \{3\}$$

$$12. \frac{1}{y^2+3y-28} - \frac{3}{y^2+y-20} = \frac{1}{y^2+12y+35}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{1}{y^2+3y-28} - \frac{3}{y^2+y-20} = \frac{1}{y^2+12y+35}$$

$$2. \frac{1}{(y-4)(y+7)} - \frac{3}{(y-4)(y+5)} - \frac{1}{(y+5)(y+7)} = 0$$

$$3. \frac{y+5-3y-21-y+4}{(y-4)(y+5)(y+7)} = 0$$

$$4. \frac{-3y-12}{(y-4)(y+5)(y+7)} = 0$$

$$5. -3y-12=0; y \neq 4, y \neq -5, y \neq -7$$

$$6. y = -4$$

$$7. CS = \{-4\}$$

RAZONES

Dato

Supresión de signo.

mcm

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Fracciones homogéneas y TS

T: $P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Raíz de la ecuación 7

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Factorización

mcm

Axi. Distributivo y TS

T: $P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Raíz de la ecuación 6

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

mcm

Términos semejantes

T: $P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Raíz de la ecuación 5

Def. CS

$$13. \frac{z-2}{z^2+8z+7} + \frac{-z+2}{-z^2+6z+7} = -\frac{2z-5}{z^2-49}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{z-2}{z^2+8z+7} + \frac{-z+2}{-z^2+6z+7} = -\frac{2z-5}{z^2-49}$$

$$2. \frac{z-2}{z^2+8z+7} + \frac{z-2}{z^2-6z-7} = -\frac{2z-5}{z^2-49}$$

$$3. -\frac{z-2}{(z+1)(z+7)} + \frac{z-2}{(z-7)(z+1)} = -\frac{2z-5}{(z+7)(z-7)}$$

$$4. -\frac{z-2}{(z+1)(z+7)} + \frac{z-2}{(z-7)(z+1)} + \frac{2z-5}{(z+7)(z-7)} = 0$$

$$5. \frac{-(z-7)(z-2) + (z+7)(z-2) + (z+1)(2z-5)}{(z+1)(z+7)(z-7)} = 0$$

$$6. \frac{2z^2+11z-33}{(z+1)(z+7)(z-7)} = 0$$

$$7. 2z^2+11z-33=0; z \neq 1, z \neq 7, z \neq -7$$

$$8. z_1 = \frac{-11+\sqrt{385}}{4} \vee z_1 = \frac{-11-\sqrt{385}}{4}$$

$$9. CS = \left\{ \frac{-11+\sqrt{385}}{4}, \frac{-11-\sqrt{385}}{4} \right\}$$

$$14. \frac{4z+5}{15z^2+7z-2} - \frac{2z+3}{12z^2-7z-10} = \frac{2z-5}{20z^2-29z+5}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{4z+5}{15z^2+7z-2} - \frac{2z+3}{12z^2-7z-10} = \frac{2z-5}{20z^2-29z+5}$$

$$2. \frac{4z+5}{(5z-1)(3z+2)} - \frac{2z+3}{(4z-5)(3z+2)} = \frac{2z-5}{(4z-5)(5z-1)}$$

$$3. \frac{4z+5}{(5z-1)(3z+2)} - \frac{2z+3}{(4z-5)(3z+2)} - \frac{2z-5}{(4z-5)(5z-1)} = 0$$

$$4. \frac{-12-2z}{(5z-1)(3z+2)(4z-5)} = 0$$

$$5. -12-2z=0; z \neq \frac{1}{5}, z \neq -\frac{2}{3}, z \neq \frac{5}{4}$$

$$6. z = -6$$

$$7. CS = \{-6\}$$

$$15. \frac{7}{2x+1} - \frac{3}{-x-4} = -\frac{2}{x+1} - \frac{-3(x+1)}{2x^2+9x+4}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{7}{2x+1} - \frac{3}{-x-4} = -\frac{2}{x+1} - \frac{-3(x+1)}{2x^2+9x+4}$$

$$2. \frac{7}{2x+1} - \frac{3}{-x-4} = -\frac{2}{x+1} - \frac{-3(x+1)}{(2x+1)(x+4)}$$

$$3. \frac{-7(-x-4) - 3(2x+1)}{(2x+1)(-x-4)} = \frac{-2(2x+1)(x+4) + 3(x+1)^2}{(2x+1)(x+4)(x+1)}$$

$$4. \frac{x+25}{(2x+1)(-x-4)} = \frac{-x^2-12x-5}{(2x+1)(x+4)(x+1)}$$

$$5. x^2+26x+25 = x^2+12x+5$$

$$6. 14x = -20$$

$$7. x = -10/17$$

$$8. CS = \{-10/17\}$$

RAZONES

Dato

Supresión de signos

Factorización

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

mcm

Axi. Distributivo. TS.

T: $P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Raíces de la ecuación 7

Def. CS

RAZONES

Dato

Factorización

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

mcm

T: $P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Raíz de la ecuación 5

Def. CS

RAZONES

Dato

Factorización

mcm

Axi. Distributivo. TS.

Eliminación de denominadores

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS

$$16. \frac{(x+3)^2}{(x-3)^2} = \frac{-x+1}{-x-1} + \frac{2(-7x-1)}{-x^2+2x+3}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{(x+3)^2}{(x-3)^2} = \frac{-x+1}{-x-1} + \frac{2(-7x-1)}{-x^2+2x+3}$$

$$2. \frac{(x+3)^2}{(x-3)^2} = \frac{-(x-1)}{-(x+1)} + \frac{-2(7x+1)}{-(x-3)(x+1)}$$

$$3. \frac{(x+3)^2}{(x-3)^2} = \frac{x-1}{x+1} + \frac{2(7x+1)}{(x-3)(x+1)}$$

$$4. \frac{(x+3)^2}{(x-3)^2} = \frac{x-1}{x+1} - \frac{2(7x+1)}{(x-3)(x+1)}$$

$$5. \frac{(x+3)^2(x+1) - (x-1)(x-3)^2 - 2(7x+1)(x+1)}{(x-3)^2(x+1)}$$

$$6. \frac{(x^2+6x+9)(x+1) - (x-1)(x^2-6x+9) - 2(7x+1)(x+1)}{(x-3)^2(x+1)}$$

$$7. \frac{40x+24}{(x-3)^2(x+1)}$$

$$8. 40x+24=0; x \neq 3, x \neq -1$$

$$9. x = -3/5$$

$$10. CS = \{-3/5\}$$

$$17. \frac{-x+4}{-x-5} - \frac{x+1}{x-2} = -\frac{12(x+3)}{(x+5)^2}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{-x+4}{-x-5} - \frac{x+1}{x-2} = -\frac{12(x+3)}{(x+5)^2}$$

$$2. \frac{-(x-4)}{-(x+5)} - \frac{x+1}{x-2} = -\frac{12(x+3)}{(x+5)^2}$$

$$3. \frac{x-4}{x+5} - \frac{x+1}{x-2} = -\frac{12(x+3)}{(x+5)^2}$$

$$4. \frac{x-4}{x+5} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{12(x+3)}{(x+5)^2} = 0$$

$$5. \frac{(x-4)(x-2)(x+5) - (x+1)(x+5)^2 + 12(x+3)(x-2)}{(x+5)^2(x-2)} = 0$$

$$6. \frac{-45x-57}{(x+5)^2(x-2)} = 0$$

$$7. -45x-57=0; x \neq -5, x \neq 2$$

$$8. x = -19/15$$

$$9. CS = \{-19/15\}$$

$$18. \frac{-x+3}{-x+4} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+1} - \frac{x+3}{x+2}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{-x+3}{-x+4} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+1} - \frac{x+3}{x+2}$$

$$2. \frac{-(x-3)}{-(x-4)} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+1} - \frac{x+3}{x+2}$$

$$3. \frac{x-3}{x-4} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+1} - \frac{x+3}{x+2}$$

$$4. \frac{x-3}{x-4} - \frac{x-2}{x-3} - \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x+2} = 0$$

$$5. \frac{10x-10}{(x-4)(x-3)(x+1)(x+2)} = 0$$

$$6. 10x-10=0; x \neq 4, x \neq 3, x \neq -1, x \neq -2$$

$$7. x = 1$$

$$8. CS = \{1\}$$

RAZONES

Dato

Factorización

Ley de signos

Transposición de términos

mcm

Binomio al cuadrado

Axi. Distributivo. TS.

$$P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$$

Raíz de la ecuación 9

Def. CS

RAZONES

Dato

Factor común

Ley de signos

Transposición de términos

mcm

Binomio al cuadrado Axi. Distributivo y TS

$$P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$$

Raíz de la ecuación 7

Def. CS

RAZONES

Dato

Factor común

Ley de signos

Transposición de términos

mcm

$$T: P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$$

Raíz de la ecuación 6

Def. CS

$$19. \left(\frac{2y-1}{y+1} \right) \left(\frac{y^2-y}{y-1} - \frac{2y}{1} \right) = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \left(\frac{2y-1}{y+1} \right) \left(\frac{y^2-y}{y-1} - \frac{2y}{1} \right) = 0$$

$$2. \left(\frac{2y-1}{y+1} \right) \left(\frac{y^2-y-2y^2+2y}{y-1} \right) = 0$$

$$3. \left(\frac{2y-1}{y+1} \right) \left(\frac{-y^2+y}{y-1} \right) = 0$$

$$4. \frac{2y-1}{y+1} \cdot \frac{-y(y+1)}{y-1} = 0$$

$$5. \frac{-y(2y-1)}{y-1} = 0$$

$$6. -y(2y-1) = 0; y \neq 1$$

$$7. y_1 = 0 \vee y_2 = 1/2$$

$$8. CS = \{0; 1/2\}$$

$$20. \frac{-y(y-1)^2 + y^2(y-1)}{-(y+1)^2} = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{-y(y-1)^2 + y^2(y-1)}{-(y+1)^2} = 0$$

$$2. \frac{-y(y^2-2y+1) + y^2(y-1)}{-(y^2+2y+1)} = 0$$

$$3. \frac{-y^3+2y^2-y+y^3-y^2}{-y^2-2y-1} = 0$$

$$4. \frac{y^2-y}{-y^2-2y-1} = 0$$

$$5. y^2-y = 0(-y^2-2y-1)$$

$$6. y^2-y = 0$$

$$7. y(y-1) = 0$$

$$8. y = 0 \vee y-1 = 0$$

$$9. y_1 = 0 \vee y_2 = 1$$

$$10. CS = \{0; 1\}$$

RAZONES

Dato

mcm

Términos semejantes

Factor común

Simplificación

T: $P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

TFO. Transposición de términos

Def. CS

RAZONES

Dato

Binomio al cuadrado

Axi. Distributivo

Términos semejantes

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Def. (x)

Factor común

TFO

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS

ECUACIONES RACIONALES CON FRACCIONES COMPLEJAS**PÁGINA 43**

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

$$1. \frac{4 - \frac{2x}{3}}{6} = \frac{1 + \frac{x}{3}}{2} - \frac{2}{3}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{4 - \frac{2x}{3}}{6} = \frac{1 + \frac{x}{3}}{2} - \frac{2}{3}$$

$$2. \frac{\frac{12-2x}{3}}{6} = \frac{\frac{3+x}{3}}{2} - \frac{2}{3}$$

$$3. \frac{12-2x}{18} = \frac{3+x}{6} - \frac{2}{3}$$

$$4. \frac{12-2x}{18} - \frac{3+x}{6} + \frac{2}{3} = 0$$

RAZONES

Dato

Mínimo común múltiplo (mcm)

Producto extremos / producto medios

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

$$5. \frac{12-2x-9-3x+12}{18} = 0$$

$$6. \frac{15-5x}{18} = 0$$

$$7. 15-5x = 0$$

$$8. x = 3$$

$$9. CS = \{3\}$$

$$2. \frac{1}{4} + \frac{4-\frac{y}{4}}{2} = \frac{2+\frac{3y}{2}}{5}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{1}{4} + \frac{4-\frac{y}{4}}{2} = \frac{2+\frac{3y}{2}}{5}$$

$$2. \frac{1}{4} + \frac{4-\frac{y}{4}}{2} = \frac{2+\frac{3y}{2}}{5}$$

$$3. \frac{1}{4} + \frac{16-y}{8} = \frac{4+3y}{10}$$

$$4. \frac{1}{4} + \frac{16-y}{8} - \frac{4+3y}{10} = 0$$

$$5. \frac{10+80-5y-16-12y}{40} = 0$$

$$6. \frac{74-17y}{40} = 0$$

$$7. 74-17y = 0$$

$$8. y = 74/17$$

$$9. CS = \{74/17\}$$

$$3. \frac{\frac{2z-3}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{2z+3}{2}}{\frac{2}{3}}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{\frac{2z-3}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{2z+3}{2}}{\frac{2}{3}}$$

$$2. \frac{6z-9}{2z} = \frac{4z+6}{3z}$$

$$3. \frac{6z-9}{2z} - \frac{4z+6}{3z} = 0$$

$$4. \frac{18z^2-27z-8z^2-12z}{6z^2} = 0$$

$$5. \frac{10z^2-39z}{6z^2} = 0$$

$$6. 10z^2-39z = 0; z \neq 0$$

$$7. z_1 = 0 \vee z_2 = 39/10$$

$$8. CS = \{39/10\}$$

$$4. \frac{1}{3}x + \frac{\frac{4x-1}{x}}{6} = \frac{x+\frac{2}{x}}{3} - \frac{1}{6}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{1}{3}x + \frac{\frac{4x-1}{x}}{6} = \frac{x+\frac{2}{x}}{3} - \frac{1}{6}$$

mcm. Axi. Distributivo

Términos semejantes

T: $P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Raíz de la ecuación 7

Def. CS

RAZONES

Dato

mcm

Producto extremos / producto medios

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

mcm. Axi. Distributivo

Términos semejantes

T: $P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Raíz de la ecuación 7

Def. CS

RAZONES

Dato

Producto extremos / producto medios

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

mcm. Axi distributivo

Términos semejantes

T: $P(x)/Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$

Raíces de la ecuación 6

Def. CS

RAZONES

Dato

$$\begin{aligned}
2. \quad & \frac{1}{3}x + \frac{4x-1}{6x} = \frac{x^2+2}{3x} - \frac{1}{6} \\
3. \quad & \frac{1}{3}x + \frac{4x-1}{6x} - \frac{x^2+2}{3x} + \frac{1}{6} = 0 \\
4. \quad & \frac{2x^2+4x-1-2x^2-4+x}{6x} = 0 \\
5. \quad & \frac{5x-5}{6x} = 0 \\
6. \quad & 5x-5=0; x \neq 0 \\
7. \quad & x=1 \\
8. \quad & CS = \{1\}
\end{aligned}$$

$$5. \quad \frac{1}{1-\frac{1}{y}} - \frac{1}{1+\frac{1}{y}} = \frac{2}{1+\frac{2}{y}}$$

PROPOSICIONES

$$\begin{aligned}
1. \quad & \frac{1}{1-\frac{1}{y}} - \frac{1}{1+\frac{1}{y}} = \frac{2}{1+\frac{2}{y}} \\
2. \quad & \frac{1}{\frac{y-1}{y}} - \frac{1}{\frac{y+1}{y}} = \frac{2}{\frac{y+2}{y}} \\
3. \quad & \frac{y}{y-1} - \frac{y}{y+1} = \frac{2y}{y+2} \\
4. \quad & \frac{y}{y-1} - \frac{y}{y+1} - \frac{2y}{y+2} = 0 \\
5. \quad & \frac{y(y+1)(y+2) - y(y-1)(y+2) - 2y(y^2-1)}{(y^2-1)(y+2)} = 0 \\
6. \quad & \frac{y(y^2+3y+2) - y(y^2+y-2) - 2y(y^2-1)}{(y^2-1)(y+2)} = 0 \\
7. \quad & \frac{y^3+3y^2+2y - y^3 - y^2 + 2y - 2y^3 + 2y}{(y^2-1)(y+2)} = 0 \\
8. \quad & \frac{-2y^3+2y^2+6y}{(y^2-1)(y+2)} = 0 \\
9. \quad & -2y^3+2y^2+6y = 0; y \neq -2, y \neq -1, y \neq 1 \\
10. \quad & y^3 - y^2 - 3y = 0 \\
11. \quad & y_1 = 0 \vee y_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \vee y_3 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \\
12. \quad & CS = \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \right\}
\end{aligned}$$

$$6. \quad \frac{2z+3}{9} - \frac{3z-5}{2z-3} = \frac{4z-3}{18} - \frac{5}{6}$$

PROPOSICIONES

$$\begin{aligned}
1. \quad & \frac{2z+3}{9} - \frac{3z-5}{2z-3} = \frac{4z-3}{18} - \frac{5}{6} \\
2. \quad & \frac{2z+3}{9} - \frac{4z-3}{18} + \frac{5}{6} = \frac{3z-5}{2z-3} \\
3. \quad & \frac{4z+6-4z+3+15}{18} = \frac{3z-5}{2z-3} \\
4. \quad & \frac{24}{18} = \frac{3z-5}{2z-3}
\end{aligned}$$

Producto extremos / producto medios y suma de fracciones

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

mcm. Axi distributivo

Términos semejantes

$$T: P(x) / Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$$

Raíz de la ecuación 6

Def. CS

RAZONES

Dato

mcm

Producto extremos / producto medios

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

mcm

Axi. Distributivo y TS

Axi. Distributivo

Términos semejantes

$$T: P(x) / Q(x) = 0 \Rightarrow P(x) = 0; Q(x) \neq 0$$

Dividir para (-2)

Raíces de la ecuación 10

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

mcm

Términos semejantes

5. $\frac{4}{3} = \frac{3z-5}{2z-3}$
6. $3(3z-5) = 4(2z-3)$
7. $9z-15 = 8z-12$
8. $z = 3$
9. $CS = \{3\}$

Simplificación

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Axi. Distributivo

Transposición de términos y TS

Def. CS

$$7. \frac{9x+25}{27} = \frac{3x+8}{2x+6} + \frac{x}{3} - \frac{2}{27}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{9x+25}{27} = \frac{3x+8}{2x+6} + \frac{x}{3} - \frac{2}{27}$$

$$2. \frac{9x+25}{27} - \frac{x}{3} + \frac{2}{27} = \frac{3x+8}{2x+6}$$

$$3. \frac{9x+25-9x+2}{27} = \frac{3x+8}{2x+6}$$

$$4. \frac{27}{27} = \frac{3x+8}{2x+6}$$

$$5. 1 = \frac{3x+8}{2x+6}$$

$$6. 3x+8 = 2x+6$$

$$7. x = -2$$

$$8. CS = \{-2\}$$

$$8. \frac{2y+7}{5} = \frac{4y-1}{7y+2} + \frac{10y+22.5}{25}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{2y+7}{5} = \frac{4y-1}{7y+2} + \frac{10y+22.5}{25}$$

$$2. \frac{2y+7}{5} = \frac{25(4y-1) + (7y+2)(10y+22.5)}{25(7y+2)}$$

$$3. \frac{2y+7}{5} = \frac{100y-25+70y^2+157.5y+20y+45}{25(7y+2)}$$

$$4. \frac{2y+7}{5} = \frac{70y^2+277.5y+20}{25(7y+2)}$$

$$5. 2y+7 = \frac{70y^2+277.5y+20}{5(7y+2)}$$

$$6. 70y^2+265y+70 = 70y^2+277.5y+20$$

$$7. 70y^2+265y-70y^2-277.5y = +20-70$$

$$8. -12.5y = -50$$

$$9. 12.5y = 50$$

$$10. y = \frac{50}{12.5}$$

$$11. y = 4$$

$$12. CS = \{4\}$$

$$9. \frac{3z+10}{15} + \frac{2z-8}{z-1} = \frac{z+20}{5} - \frac{17}{6}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{3z+10}{15} + \frac{2z-8}{z-1} = \frac{z+20}{5} - \frac{17}{6}$$

$$2. \frac{(z-1)(3z+10) + 15(2z-8)}{15(z-1)} = \frac{6(z+20) - 85}{30}$$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

mcm

Términos semejantes

Simplificación

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Def. CS

RAZONES

Dato

mcm

Axi. Distributivo

Términos semejantes

Simplificación denominadores

Eliminación denominadores

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

T: $a = b \Leftrightarrow -a = -b$ T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Simplificación

Def. CS

RAZONES

Dato

mcm

$$3. \frac{(z-1)(3z+10)+15(2z-8)}{z-1} = \frac{6(z+20)-85}{2}$$

Simplificación denominadores

$$4. \frac{3z^2+7z-10+30z-120}{z-1} = \frac{6z+120-85}{2}$$

Axi. Distributivo

$$5. \frac{3z^2+37z-130}{z-1} = \frac{6z+35}{2}$$

Términos semejantes

$$6. 6z^2+74z-260 = 6z^2+29z-35$$

Eliminación denominadores

$$7. 6z^2+74z-6z^2-29z = -35+260$$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

$$8. 45z = 225$$

Términos semejantes

$$9. z = 5$$

Despeje de z

$$10. CS = \{5\}$$

Def. CS

$$10. \frac{x+8}{7} + \frac{x^2+1}{7x+3} = \frac{4x+11}{14}$$

PROPOSICIONES

$$1. \frac{x+8}{7} + \frac{x^2+1}{7x+3} = \frac{4x+11}{14}$$

RAZONES

Dato

$$2. \frac{(7x+3)(x+8)+7(x^2+1)}{7(7x+3)} = \frac{4x+11}{14}$$

mcm

$$3. \frac{(7x+3)(x+8)+7(x^2+1)}{7x+3} = \frac{4x+11}{2}$$

Simplificación denominadores

$$4. \frac{7x^2+59x+24+7x^2+7}{7x+3} = \frac{4x+11}{2}$$

Axi. Distributivo

$$5. \frac{14x^2+59x+31}{7x+3} = \frac{4x+11}{2}$$

Términos semejantes

$$6. 28x^2+118x+62 = 28x^2+89x+33$$

Eliminación denominadores

$$7. 28x^2+118x-28x^2-89x = 33-62$$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

$$8. 29x = -29$$

Términos semejantes

$$9. x = -1$$

Despeje de x

$$10. CS = \{-1\}$$

Def. CS

ECUACIONES IRRACIONALES**PÁGINA 48****1.- Resolver las siguientes ecuaciones**

$$1. 4\sqrt{x}-3=0$$

PROPOSICIONES

$$1. 4\sqrt{x}-3=0$$

$$2. 4\sqrt{x}=3$$

$$3. \sqrt{x} = \frac{3}{4}$$

$$4. \left[\sqrt{x}\right]^2 = \left[\frac{3}{4}\right]^2$$

$$5. x = 9/16$$

$$6. CS = \{9/16\}$$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$ T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$ $(\sqrt[n]{a})^n = a$; Def. a^n

Def. CS

$$2. \sqrt{5-x}-2=0$$

PROPOSICIONES

$$1. \sqrt{5-x}-2=0$$

$$2. \sqrt{5-x}=2$$

$$3. \left[\sqrt{5-x}\right]^2 = 2^2$$

$$4. 5-x=4$$

$$5. x=1$$

$$6. CS = \{1\}$$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$ $(\sqrt[n]{a})^n = a$; Def. a^n

Despeje de x

Def. CS

$$3. \sqrt{3x+2} - \sqrt{2x+7} = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \sqrt{3x+2} - \sqrt{2x+7} = 0$$

$$2. \sqrt{3x+2} = \sqrt{2x+7}$$

$$3. \left[\sqrt{3x+2} \right]^2 = \left[\sqrt{2x+7} \right]^2$$

$$4. 3x+2 = 2x+7$$

$$5. 3x-2x = 7-2$$

$$6. x = 5$$

$$7. CS = \{5\}$$

$$4. \sqrt{x} - \sqrt{x-1} = 1$$

PROPOSICIONES

$$1. \sqrt{x} - \sqrt{x-1} = 1$$

$$2. \sqrt{x} = 1 + \sqrt{x-1}$$

$$3. \left[\sqrt{x} \right]^2 = \left[1 + \sqrt{x-1} \right]^2$$

$$4. x = \left[1 + \sqrt{x-1} \right]^2$$

$$5. x = 1 + 2\sqrt{x-1} + x - 1$$

$$6. 0 = 2\sqrt{x-1}$$

$$7. \frac{0}{2} = \sqrt{x-1}$$

$$8. 0 = \sqrt{x-1}$$

$$9. \left[\sqrt{x-1} \right]^2 = 0$$

$$10. x-1 = 0$$

$$11. x = 1$$

$$12. CS = \{1\}$$

$$5. (8-x^2)^{1/2} = x$$

PROPOSICIONES

$$1. (8-x^2)^{1/2} = x$$

$$2. \left[(8-x^2)^{1/2} \right]^2 = x^2$$

$$3. 8-x^2 = x^2$$

$$4. -x^2 - x^2 = -8$$

$$5. -2x^2 = -8$$

$$6. 2x^2 = 8$$

$$7. x^2 = 4$$

$$8. x = \sqrt{4} \vee x = -\sqrt{4}$$

$$9. x_1 = 2 \vee x_2 = -2$$

$$10. CS = \{2\}$$

$$6. -\frac{(x+1)}{2} + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. -\frac{(x+1)}{2} + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$2. \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{(x+1)}{2}$$

$$3. \frac{(x+1)}{\sqrt{x}} = \frac{(x+1)}{2}$$

$$4. \sqrt{x}(x+1) = 2(x+1)$$

$$5. \sqrt{x} = \frac{2(x+1)}{(x+1)}$$

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

$$T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$$

$$\left(\sqrt[n]{a} \right)^n = a$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Términos semejantes

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

$$T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$$

$$\left(\sqrt[n]{a} \right)^n = a$$

Binomio cuadrado

Transposición términos y TS

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

$$0 / a = 0$$

$$T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$$

$$\left(\sqrt[n]{a} \right)^n = a$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$$

$$\left(\sqrt[n]{a} \right)^n = a$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Términos semejantes

Despeje de x^2

$$T: x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$$

Raíces de la ecuación 8

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Suma de fracciones

$$T: a / b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

6. $\sqrt{x} = 2$

7. $[\sqrt{x}]^2 = [2]^2$

8. $x = 4$

9. $CS = \{4\}$

7. $\sqrt[3]{x+1} = x - \sqrt[3]{x+1}$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt[3]{x+1} = x - \sqrt[3]{x+1}$

2. $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+1} = x$

3. $2\sqrt[3]{x+1} = x$

4. $[2\sqrt[3]{x+1}]^3 = [x]^3$

5. $8(x+1) = x^3$

6. $x^3 - 8x - 8 = 0$

7. $x_1 = -2 \vee x_2 = 1 + \sqrt{5} \vee x_3 = 1 - \sqrt{5}$

8. $CS = \{-2; 1 + \sqrt{5}; 1 - \sqrt{5}\}$

8. $x - 2 = 3 + \sqrt{4x - 24}$

PROPOSICIONES

1. $x - 2 = 3 + \sqrt{4x - 24}$

2. $x - 5 = \sqrt{4x - 24}$

3. $[x - 5]^2 = [\sqrt{4x - 24}]^2$

4. $x^2 - 10x + 25 = 4x - 24$

5. $x^2 - 14x + 49 = 0$

6. $x = 7$

7. $CS = \{7\}$

9. $\sqrt{x+1} + x + 1 = 2x$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x+1} + x + 1 = 2x$

2. $\sqrt{x+1} = x - 1$

3. $[\sqrt{x+1}]^2 = [x - 1]^2$

4. $x + 1 = x^2 - 2x + 1$

5. $x^2 - 3x = 0$

6. $x_1 = 0 \vee x_2 = 3$

7. $CS = \{3\}$

10. $\sqrt{2x+9} - \sqrt{x+1} = 2$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{2x+9} - \sqrt{x+1} = 2$

2. $\sqrt{2x+9} = 2 + \sqrt{x+1}$

3. $[\sqrt{2x+9}]^2 = [2 + \sqrt{x+1}]^2$

4. $2x + 9 = 4 + 4\sqrt{x+1} + x + 1$

5. $x + 4 = 4\sqrt{x+1}$

6. $[x + 4]^2 = [4\sqrt{x+1}]^2$

7. $x^2 + 8x + 16 = 16(x+1)$

8. $x^2 - 8x = 0$

9. $x_1 = 0 \vee x_2 = 8$

10. $CS = \{0; 8\}$

Simplificación

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$; Def. a^n

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$; Def. a^n

Axi. Distributivo

Raíces de la ecuación 6

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$, Binomio al cuadrado

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Raíz de la ecuación 5

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$, Binomio al cuadrado

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Raíz de la ecuación 5

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$, Binomio al cuadrado

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$, Binomio al cuadrado

Axi. Distributivo, TT y TS

Raíces de la ecuación 8

Def. CS

11. $(x^4 - 2x - 1)^{1/4} = x$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt[4]{x^4 - 2x - 1} = x$
2. $\left[\sqrt[4]{x^4 - 2x - 1}\right]^4 = [x]^4$
3. $x^4 - 2x - 1 = x^4$
4. $x = -1/2$
5. $CS = \{ \}$

12. $\sqrt{x+2} + 2x - 1 = 4x$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x+2} + 2x - 1 = 4x$
2. $\sqrt{x+2} = 2x + 1$
3. $\left[\sqrt{x+2}\right]^2 = [2x+1]^2$
4. $x+2 = 4x^2 + 4x + 1$
5. $4x^2 + 3x - 1 = 0$
6. $x_1 = 1/4 \vee x_2 = -1$
7. $CS = \{1/4\}$

13. $\sqrt[3]{3x^2 - 2} = 2x - 1$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt[3]{3x^2 - 2} = 2x - 1$
2. $\left[\sqrt[3]{3x^2 - 2}\right]^3 = [2x - 1]^3$
3. $3x^2 - 2 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$
4. $8x^3 - 15x^2 + 6x + 1 = 0$
5. $x_1 = 1 \vee x_2 = 1/8$
6. $CS = \{1/8, 1\}$

14. $-(x+1)/2 + \sqrt{x} + \sqrt{1/x} = 0$

PROPOSICIONES

1. $-\frac{x+1}{2} + \sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{x}} = 0$
2. $-\frac{x+1}{2} + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$
3. $-\frac{x+1}{2} + \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{x} = 0$
4. $-\frac{x+1}{2} + \sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0$
5. $-\frac{x+1}{2} + \sqrt{x} \left(\frac{x+1}{x}\right) = 0$
6. $\sqrt{x} \left(\frac{x+1}{x}\right) = \frac{x+1}{2}$
7. $\sqrt{x} = \frac{(x+1)/2}{(x+1)/x}$
8. $\sqrt{x} = x/2$
9. $(\sqrt{x})^2 = (x/2)^2$
10. $x = x^2/4$
11. $4x = x^2$
12. $x^2 - 4x = 0$
13. $x(x-4) = 0$
14. $x_1 = 0 \vee x_2 = 4$
15. $CS = \{4\}$

RAZONES

Dato

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$, Def. a^n

Raíz de la ecuación 3

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$, Def. a^n

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Raíces de la ecuación 5

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$, Binomio al cubo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Raíces de la ecuación 4

Def. CS

RAZONES

Dato

Def. $\sqrt{a}$

Racionalización

Factor común

mcm

Transposición de términos

Transposición de factores

Simplificación

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Def. a^n

Transposición de divisores

Transposición de términos

Factor común

TF0. Transposición de términos

Def. CS

15. $\sqrt{5x+4} - 1 = 2x$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{5x+4} - 1 = 2x$
2. $\sqrt{5x+4} = 2x+1$
3. $[\sqrt{5x+4}]^2 = [2x+1]^2$
4. $5x+4 = 4x^2 + 4x+1$
5. $4x^2 + 4x+1 - 5x - 4 = 0$
6. $4x^2 - x - 3 = 0$
7. $x_1 = 1 \vee x_2 = -3/4$
8. $CS = \{1\}$

16. $\sqrt{x+7} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x+2} = 0$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x+7} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x+2} = 0$
2. $\sqrt{x+7} = -\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+2}$
3. $[\sqrt{x+7}]^2 = [2\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1}]^2$
4. $x+7 = 4(x+2) - 4\sqrt{(x+2)(x-1)} + x-1$
5. $x+7 = 4x+8 - 4\sqrt{(x+2)(x-1)} + x-1$
6. $-4\sqrt{(x+2)(x-1)} = -4x$
7. $\sqrt{(x+2)(x-1)} = \frac{-4x}{-4}$
8. $\sqrt{(x+2)(x-1)} = x$
9. $[\sqrt{(x+2)(x-1)}]^2 = x^2$
10. $x^2 + x - 2 = x^2$
11. $x = 2$
12. $CS = \{2\}$

17. $\sqrt{5x+19} - \sqrt{5x} = -1$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{5x+19} - \sqrt{5x} = -1$
2. $\sqrt{5x+19} = \sqrt{5x} - 1$
3. $[\sqrt{5x+19}]^2 = [\sqrt{5x} - 1]^2$
4. $5x+19 = 5x - 2\sqrt{5x} + 1$
5. $2\sqrt{5x} = -18$
6. $\sqrt{5x} = -18/2$
7. $\sqrt{5x} = -9$
8. $[\sqrt{5x}]^2 = [-9]^2$
9. $5x = 81$
10. $x = 81/5$
11. $CS = \{ \}$

18. $(12x+8)^{1/3} = x+2$

PROPOSICIONES

1. $(12x+8)^{1/3} = x+2$
2. $[(12x+8)^{1/3}]^3 = [x+2]^3$
3. $12x+8 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
4. $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - 12x - 8 = 0$
5. $x^3 + 6x^2 = 0$
6. $x^2(x+6) = 0$
7. $x_1 = 0 \vee x_2 = -6$
8. $CS = \{0; -6\}$

RAZONES

Dato

Transposición de términos

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Binomio al cuadrado

Transposición de términos

Términos semejantes

Raíces de la ecuación 6

Def. CS

RAZONES

Dato

Transposición de términos

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Binomio al cuadrado

Axi. Distributivo

Transposición de términos. TS.

Transposición de factores

Simplificación

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. P. Distributiva

Transposición de términos. TS.

Def. CS

RAZONES

Dato

Transposición de términos

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Binomio al cuadrado

Transposición de términos. TS.

Transposición de factores

Simplificación

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Def. a^n

Transposición de factores

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Binomio al cubo

Transposición de términos

Términos semejantes

Factor común

TF0. Transposición de términos

Def. CS

19. $(\sqrt{x+5}-4)/(\sqrt{2x+1}-2)=-1$

PROPOSICIONES

1. $\frac{\sqrt{x+5}-4}{\sqrt{2x+1}-2}=-1$
2. $\sqrt{x+5}-4=-\sqrt{2x+1}+2$
3. $\sqrt{x+5}=6-\sqrt{2x+1}$
4. $[\sqrt{x+5}]^2=[6-\sqrt{2x+1}]^2$
5. $x+5=36-12\sqrt{2x+1}+2x+1$
6. $-12\sqrt{2x+1}=-32-x$
7. $12\sqrt{2x+1}=32+x$
8. $[12\sqrt{2x+1}]^2=[32+x]^2$
9. $144(2x+1)=1024+64x+x^2$
10. $288x+144=1024+64x+x^2$
11. $x^2-224x+880=0$
12. $x_1=220 \vee x_2=4$
13. $CS=\{4\}$

20. $(\sqrt{x+1}+1)/(\sqrt{2x-2}+4)=1/2$

PROPOSICIONES

1. $\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{2x-2}+4}=\frac{1}{2}$
2. $\sqrt{x+1}+1=\frac{\sqrt{2x-2}+4}{2}$
3. $\sqrt{x+1}+1=\frac{\sqrt{2x-2}}{2}+2$
4. $\sqrt{x+1}=\frac{\sqrt{2x-2}}{2}+1$
5. $[\sqrt{x+1}]^2=\left[\frac{\sqrt{2x-2}}{2}+1\right]^2$
6. $x+1=\frac{2x-2}{4}+\sqrt{2x-2}+1$
7. $x+1=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}+\sqrt{2x-2}+1$
8. $\sqrt{2x-2}=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$
9. $[\sqrt{2x-2}]^2=\left[\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right]^2$
10. $2x-2=\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+\frac{1}{4}$
11. $\frac{x^2}{4}-\frac{3}{2}x+\frac{9}{4}=0$
12. $x=3$
13. $CS=\{3\}$

21. $\sqrt{\sqrt{x^2-3x}}=\sqrt{2x}$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{\sqrt{x^2-3x}}=\sqrt{2x}$
2. $[\sqrt{\sqrt{x^2-3x}}]^2=[\sqrt{2x}]^2$
3. $\sqrt{x^2-3x}=2x$
4. $[\sqrt{x^2-3x}]^2=[2x]^2$

RAZONES

Dato

Transposición de divisores

Transposición de términos. TS.

T: $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n})=a$. Binomio al cuadrado

Transposición de términos. TS.

T: $-a=-b \Rightarrow a=b$

T: $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n})=a$. Binomio al cuadrado

Axi. Distributivo

Transposición de términos. TS.

Raíces de la ecuación 11

Def. CS

RAZONES

Dato

Transposición de divisores

Axi. Distributivo. Simplificación

Transposición de términos. TS.

T: $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n})=a$. Binomio al cuadrado

Axi. Distributivo. Simplificación

Transposición de términos. TS.

T: $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n})=a$. Binomio al cuadrado

Transposición de términos. TS.

Raíz de la ecuación 11

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n})=a$

T: $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

5. $x^2 - 3x = 4x^2$
6. $3x^2 + 3x = 0$
7. $x_1 = 0 \vee x_2 = -1$
8. $CS = \{0\}$

22. $\sqrt{\sqrt{x^2 - 2x}} = \sqrt{3x}$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{\sqrt{x^2 - 2x}} = \sqrt{3x}$
2. $\left[\sqrt{\sqrt{x^2 - 2x}}\right]^2 = \left[\sqrt{3x}\right]^2$
3. $\sqrt{x^2 - 2x} = 3x$
4. $\left[\sqrt{x^2 - 2x}\right]^2 = [3x]^2$
5. $x^2 - 2x = 9x^2$
6. $8x^2 + 2x = 0$
7. $x_1 = 0 \vee x_2 = -1/4$
8. $CS = \{0\}$

23. $\sqrt[3]{3x^2 - 2} = \sqrt{2x}$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt[3]{3x^2 - 2} = \sqrt{2x}$
2. $\left[\sqrt[3]{3x^2 - 2}\right]^2 = \left[\sqrt{2x}\right]^2$
3. $\sqrt[3]{3x^2 - 2} = 2x$
4. $\left[\sqrt[3]{3x^2 - 2}\right]^3 = [2x]^3$
5. $3x^2 - 2 = 8x^3$
6. $8x^3 - 3x^2 + 2 = 0$
7. $x = -0,5266$
8. $CS = \{ \}$

24. $\sqrt[3]{\sqrt{x^2 - 2x}} = \sqrt[3]{3x}$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt[3]{\sqrt{x^2 - 2x}} = \sqrt[3]{3x}$
2. $\left[\sqrt[3]{\sqrt{x^2 - 2x}}\right]^3 = \left[\sqrt[3]{3x}\right]^3$
3. $\sqrt{x^2 - 2x} = 3x$
4. $\left[\sqrt{x^2 - 2x}\right]^2 = [3x]^2$
5. $x^2 - 2x = 9x^2$
6. $8x^2 + 2x = 0$
7. $x_1 = 0 \vee x_2 = -1/4$
8. $CS = \{0\}$

25. $(x^3/8 + x^2 - 16)^{1/3} = x/2$

PROPOSICIONES

1. $(x^3/8 + x^2 - 16)^{1/3} = x/2$
2. $\left[(x^3/8 + x^2 - 16)^{1/3}\right]^3 = [x/2]^3$
3. $x^3/8 + x^2 - 16 = x^3/8$
4. $x^2 = 16$
5. $x_1 = 4 \vee x_2 = -4$
6. $CS = \{-4; 4\}$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Def. a^n

Transposición de términos. TS.

Raíces de la ecuación 6

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Def. a^n

Transposición de términos. TS.

Raíces de la ecuación 6

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Def. a^n

Transposición de términos

Raíz de la ecuación 6

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Def. a^n

Transposición de términos. TS.

TF0. Transposición de términos

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Def. a^n

Transposición de términos. TS.

Raíces de la ecuación 4

Def. CS

26. $\left[(x^4 - 7x^3 + 5x^2 - x + 6)^{1/2}\right] / x = x - 3$

PROPOSICIONES

- $\frac{(x^4 - 7x^3 + 5x^2 - x + 6)^{1/2}}{x} = x - 3$
- $\left[\frac{(x^4 - 7x^3 + 5x^2 - x + 6)^{1/2}}{x}\right]^2 = [x - 3]^2$
- $(x^4 - 7x^3 + 5x^2 - x + 6) / x^2 = x^2 - 6x + 9$
- $x^4 - 7x^3 + 5x^2 - x + 6 = x^4 - 6x^3 + 9x^2$
- $-x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0$
- $x_1 = 1 \vee x_2 = -2 \vee x_3 = -3$
- $CS = \{-3; -2\}$

RAZONES

Dato

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a^n}) = a$. Binomio al cuadrado

Transposición de divisores

Transposición de términos. TS.

Raíces de la ecuación 5

Def. CS

ECUACIONES IRRACIONALES (CON 3 RADICALES)

PÁGINA 49

1. -Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} - 2\sqrt{x-1} = 0$

PROPOSICIONES

- $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} - 2\sqrt{x-1} = 0$
- $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x-1}$
- $[\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4}]^2 = [2\sqrt{x-1}]^2$
- $x+4+2\sqrt{x+4}\sqrt{x-4}+x-4 = 4x-4$
- $x+4+2\sqrt{x^2-16}+x-4 = 4x-4$
- $2\sqrt{x^2-16} = 2x-4$
- $[2\sqrt{x^2-16}]^2 = [2x-4]^2$
- $4x^2-64 = 4x^2-16x+16$
- $16x-80 = 0$
- $x = 5$
- $CS = \{5\}$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio cuadrado, $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; a, b > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio cuadrado y $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Raíz de la ecuación 9

Def. CS

2. $\sqrt{x+5} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-1} = 0$

PROPOSICIONES

- $\sqrt{x+5} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-1} = 0$
- $\sqrt{x+5} = \sqrt{x-1}$
- $[\sqrt{x+5}]^2 = [\sqrt{x-1}]^2$
- $x+5 = x-1$
- $0 = -6$ (Falso)
- $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato

TS y T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Def. CS

3. $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-4} + \sqrt{x-2} = 0$

PROPOSICIONES

- $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-4} + \sqrt{x-2} = 0$
- $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-4}$
- $[\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2}]^2 = [\sqrt{x-4}]^2$
- $x+3+2\sqrt{x+3}\sqrt{x-2}+x-2 = x-4$
- $x+3+2\sqrt{x^2+x+6}+x-2 = x-4$
- $2\sqrt{x^2+x+6} = -x-5$
- $[2\sqrt{x^2+x+6}]^2 = [-x-5]^2$
- $4x^2+4x+24 = x^2+10x+25$
- $3x^2-6x-1 = 0$
- $x_1 = (3+2\sqrt{3})/3 \vee x_2 = (3-2\sqrt{3})/3$
- $CS = \{ \}$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio cuadrado y $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; a, b > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$ y Binomio al cuadrado

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Raíces de la ecuación 9

Def. CS

4. $\sqrt{x+7} - \sqrt{x-1} - 3\sqrt{x-2} = 0$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x+7} - \sqrt{x-1} - 3\sqrt{x-2} = 0$
2. $\sqrt{x+7} - \sqrt{x-1} = 3\sqrt{x-2}$
3. $[\sqrt{x+7} - \sqrt{x-1}]^2 = [3\sqrt{x-2}]^2$
4. $x+7 - 2\sqrt{x+7}\sqrt{x-1} + x-1 = 9x-18$
5. $x+7 - 2\sqrt{x^2+6x-7} + x-1 = 9x-18$
6. $7x-24 = 2\sqrt{x^2+6x-7}$
7. $[7x-24]^2 = [2\sqrt{x^2+6x-7}]^2$
8. $49x^2 - 336x + 576 = 4x^2 + 24x - 28$
9. $45x^2 - 360x + 604 = 0$
10. $x_1 = (60 + 2\sqrt{145})/15 \vee x_2 = (60 - 2\sqrt{145})/15$
11. $CS = \{(60 - 2\sqrt{145})/15\}$

5. $\sqrt{4x-6} + \sqrt{2x+6} - \sqrt{10x+12} = 0$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{4x-6} + \sqrt{2x+6} - \sqrt{10x+12} = 0$
2. $\sqrt{4x-6} + \sqrt{2x+6} = \sqrt{10x+12}$
3. $[\sqrt{4x-6} + \sqrt{2x+6}]^2 = [\sqrt{10x+12}]^2$
4. $4x-6 + 2\sqrt{4x-6}\sqrt{2x+6} + 2x+6 = 10x+12$
5. $4x-6 + 2\sqrt{8x^2+12x-36} + 2x+6 = 10x+12$
6. $2\sqrt{8x^2+12x-36} = 4x+12$
7. $[\sqrt{8x^2+12x-36}]^2 = [2x+6]^2$
8. $8x^2+12x-36 = 4x^2+24x+36$
9. $4x^2-12x-72 = 0$
10. $x_1 = 6 \vee x_2 = -3$
11. $CS = \{6\}$

6. $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = 2/\sqrt{x-2}$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = 2/\sqrt{x-2}$
2. $\sqrt{(x+3)(x-2)} - \sqrt{(x-2)(x-2)} = 2$
3. $\sqrt{x^2-2x+3x-6} - \sqrt{(x-2)^2} = 2$
4. $\sqrt{x^2+x-6} - x+2 = 2$
5. $\sqrt{x^2+x-6} = x$
6. $[\sqrt{x^2+x-6}]^2 = x^2$
7. $x^2+x-6 = x^2$
8. $x = 6$
9. $CS = \{6\}$

7. $\sqrt{x+10} - \sqrt{2x+6} - \sqrt{1-3x}/2 = 0$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x+10} - \sqrt{2x+6} - \sqrt{1-3x}/2 = 0$
2. $2\sqrt{x+10} - 2\sqrt{2x+6} - \sqrt{1-3x} = 0$
3. $2\sqrt{x+10} - 2\sqrt{2x+6} = \sqrt{1-3x}$
4. $[2\sqrt{x+10} - 2\sqrt{2x+6}]^2 = [\sqrt{1-3x}]^2$
5. $4(x+10) - 8\sqrt{x+10}\sqrt{2x+6} + 4(2x+6) = [1-3x]^2$
6. $4(x+10) - 8\sqrt{x+10}\sqrt{2x+6} + 4(2x+6) = 1-3x$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio cuadrado y $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; a, b > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio cuadrado y $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Raíces de la ecuación 9

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio cuadrado y $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; a, b > 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio cuadrado y $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Raíces de la ecuación 9

Def. CS

RAZONES

Dato

Supresión de denominadores

Axi. Distributivo. T: $a \cdot a = a^2$

T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Def. CS

RAZONES

Dato

Supresión denominadores

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio al cuadrado.

T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$

7. $4(x+10) - 8\sqrt{(x+10)(2x+6)} + 4(2x+6) = 1 - 3x$
8. $4x + 40 - 8\sqrt{2x^2 + 6x + 20x + 60} + 8x + 24 = 1 - 3x$
9. $15x + 63 = 8\sqrt{2x^2 + 26x + 60}$
10. $(15x + 63)^2 = [8\sqrt{2x^2 + 18x + 60}]^2$
11. $225x^2 + 1980x + 3969 = [8\sqrt{2x^2 + 18x + 60}]^2$
12. $225x^2 + 1980x + 3969 = 64(2x^2 + 26x + 60)$
13. $225x^2 + 1890x + 3969 = 128x^2 + 1664x + 3840$
14. $97x^2 + 226x + 129 = 0$
15. $x_1 = -1 \vee x_2 = -129/97$
16. $CS = \{129/97; -1\}$

8. $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} - \sqrt{x-1} = 0$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} - \sqrt{x-1} = 0$
2. $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} = \sqrt{x-1}$
3. $[\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}]^2 = [\sqrt{x-1}]^2$
4. $x+2 - 2\sqrt{x+2}\sqrt{x+3} + x+3 = [\sqrt{x-1}]^2$
5. $2x+5 - 2\sqrt{x+2}\sqrt{x+3} = x-1$
6. $x+6 = 2\sqrt{x+2}\sqrt{x+3}$
7. $x+6 = 2\sqrt{(x+2)(x+3)}$
8. $x+6 = 2\sqrt{x^2 + 5x + 6}$
9. $(x+6)^2 = [2\sqrt{x^2 + 5x + 6}]^2$
10. $x^2 + 12x + 36 = [2\sqrt{x^2 + 5x + 6}]^2$
11. $x^2 + 12x + 36 = 4(x^2 + 5x + 6)$
12. $x^2 + 12x + 36 = 4x^2 + 20x + 24$
13. $3x^2 + 8x - 12 = 0$
14. $x_1 = (-4 + 2\sqrt{13})/3 \vee x_2 = (-4 - 2\sqrt{13})/3$
15. $CS = \{ \}$

9. $\sqrt{x+6} + \sqrt{x-1} - \sqrt{4x+9} = 0$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x+6} + \sqrt{x-1} - \sqrt{4x+9} = 0$
2. $\sqrt{x+6} + \sqrt{x-1} = \sqrt{4x+9}$
3. $[\sqrt{x+6} + \sqrt{x-1}]^2 = [\sqrt{4x+9}]^2$
4. $x+6 + 2\sqrt{x+6}\sqrt{x-1} + x-1 = [\sqrt{4x+9}]^2$
5. $2x+5 + 2\sqrt{x+6}\sqrt{x-1} = 4x+9$
6. $2x+4 = 2\sqrt{x+6}\sqrt{x-1}$
7. $2x+4 = 2\sqrt{(x+6)(x-1)}$
8. $2x+4 = 2\sqrt{x^2 + 5x - 6}$
9. $x+2 = \sqrt{x^2 + 5x - 6}$
10. $(x+2)^2 = [\sqrt{x^2 + 5x - 6}]^2$
11. $x^2 + 4x + 4 = [\sqrt{x^2 + 5x - 6}]^2$
12. $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 5x - 6$
13. $x = 10$
14. $CS = \{10\}$

T: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; n \in \mathbb{N} > 1$

Axi. Distributivo.

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$, TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio al cuadrado

T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$, TS

Raíces de la ecuación 14

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio al cuadrado

T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$ y TS

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$, TS

T: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; n \in \mathbb{N} > 1$

Axi. Distributivo. TS

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio al cuadrado

T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$, TS

Raíces de la ecuación 14

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio al cuadrado.

T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$ y TS

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$, TS

T: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; n \in \mathbb{N} > 1$

Axi. Distributivo. TS

Dividir para 2 [8]

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio al cuadrado

T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$, TS

Def. CS

$$10. 2\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 4 / \sqrt{x-1}$$

PROPOSICIONES

1. $2\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 4 / \sqrt{x-1}$
2. $2\sqrt{(x-1)(x-1)} + \sqrt{(x+2)(x-1)} = 4$
3. $2\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{x^2 - x + 2x - 2} = 4$
4. $2(x-1) + \sqrt{x^2 + x - 2} = 4$
5. $2x - 2 - 4 = -\sqrt{x^2 + x - 2}$
6. $2x - 6 = -\sqrt{x^2 + x - 2}$
7. $(2x - 6)^2 = [-\sqrt{x^2 + x - 2}]^2$
8. $4x^2 - 24x + 36 = [-\sqrt{x^2 + x - 2}]^2$
9. $4x^2 - 24x + 36 = x^2 + x - 2$
10. $3x^2 - 25x + 38 = 0$
11. $x_1 = 19/3 \vee x_2 = 2$
12. $CS = \{2\}$

$$11. \sqrt{x-3} + \sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+4} = 0$$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+4} = 0$
2. $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+13} = 2\sqrt{x+4}$
3. $[\sqrt{x-3} + \sqrt{x+13}]^2 = [2\sqrt{x+4}]^2$
4. $x - 3 + 2\sqrt{x-3}\sqrt{x+13} + x + 13 = 4(x+4)$
5. $x - 3 + 2\sqrt{(x-3)(x+13)} + x + 13 = 4x + 16$
6. $2x + 10 + 2\sqrt{x^2 + 10x - 39} = 4x + 16$
7. $2\sqrt{x^2 + 10x - 39} = 2x + 6$
8. $\sqrt{x^2 + 10x - 39} = \frac{2x + 6}{2}$
9. $\sqrt{x^2 + 10x - 39} = x + 3$
10. $[\sqrt{x^2 + 10x - 39}]^2 = [x + 3]^2$
11. $x^2 + 10x - 39 = x^2 + 6x + 9$
12. $x^2 + 10x - x^2 - 6x = 9 + 39$
13. $4x = 48$
14. $x = 12$
15. $CS = \{12\}$

$$12. \sqrt{4x+8} - \sqrt{x+2} - \sqrt{-x-2} = 0$$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{4x+8} - \sqrt{x+2} - \sqrt{-x-2} = 0$
2. $\sqrt{4}\sqrt{x+2} - \sqrt{x+2} - \sqrt{-x-2} = 0$
3. $\sqrt{4}\sqrt{x+2} - \sqrt{x+2} = \sqrt{-x-2}$
4. $\sqrt{x+2}[2-1] = \sqrt{-x-2}$
5. $\sqrt{x+2} = \sqrt{-x-2}$
6. $[\sqrt{x+2}]^2 = [\sqrt{-x-2}]^2$
7. $x+2 = -x-2$
8. $x+x = -2-2$
9. $2x = -4$
10. $x = -2$
11. $CS = \{-2\}$

RAZONES

Dato

Supresión de denominadores

Axi. Distributivo. T: $a \cdot a = a^2$ T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$ y TS

Axi. Distributivo. TT

Términos semejantes

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Binomio al cuadrado

T: $(\sqrt[n]{a})^n = a$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Raíces de la ecuación 10

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$ Binomio cuadrado y $(\sqrt[n]{a})^n = a$ T: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; a, b > 0$

Axi. Distributivo y TS

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TST: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$ Binomio cuadrado y $(\sqrt[n]{a})^n = a$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; a, b > 0$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ Def. $\sqrt{a}$ y Factor común

Términos semejantes

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$ $(\sqrt[n]{a})^n = a$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS

$$13. \sqrt{x-8} + \sqrt{x+8} - 2\sqrt{x-1} = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \sqrt{x-8} + \sqrt{x+8} - 2\sqrt{x-1} = 0$$

$$2. \sqrt{x-8} + \sqrt{x+8} = 2\sqrt{x-1}$$

$$3. [\sqrt{x-8} + \sqrt{x+8}]^2 = [2\sqrt{x-1}]^2$$

$$4. x-8 + 2\sqrt{x-8}\sqrt{x+8} + x+8 = 4(x-1)$$

$$5. x-8 + 2\sqrt{x^2-64} + x+8 = 4x-4$$

$$6. 2\sqrt{x^2-64} = 4x-4-2x$$

$$7. \sqrt{x^2-64} = \frac{2x-4}{2}$$

$$8. \sqrt{x^2-64} = x-2$$

$$9. [\sqrt{x^2-64}]^2 = [x-2]^2$$

$$10. x^2-64 = x^2-4x+4$$

$$11. x^2-x^2+4x = 4+64$$

$$12. 4x = 68$$

$$13. x = 17$$

$$14. CS = \{17\}$$

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

$$T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$$

$$\text{Binomio cuadrado y } (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$T: \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; a, b > 0$$

$$TS \text{ y } T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

$$TS \text{ y } T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Simplificación

$$T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$$

$$\text{Binomio cuadrado y } (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS

$$14. \sqrt{x^2-4} + 2\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x^2-4} = 0$$

Observación: la solución del ejercicio es $CS = \{2; -2\}$. El proceso se deja a los estudiantes.

ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO (NÚMEROS CRÍTICOS)**PÁGINA 56**

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

$$1. |x-4| = 3$$

$$|x-4| = \begin{cases} x-4, & \text{si } x-4 \geq 0 \\ -(x-4), & \text{si } x-4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x-4| = \begin{cases} x-4, & \text{si } x \geq 4 \\ -(x-4), & \text{si } x < 4 \end{cases}$$



$ x-4 $	$-(x-4)$	$(x-4)$
$ x-4 = 3$	$-(x-4) = 3$	$x-4 = 3$
	$-x+4 = 3$	$x = 3+4$
	$x = 1$	$x = 7$
	$1 \in (-\infty, 4)$	$7 \in [4, \infty)$
	$CS_1 = \{1\}$	$CS_2 = \{7\}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{1; 7\}$	

$$2. |x-5| = 16$$

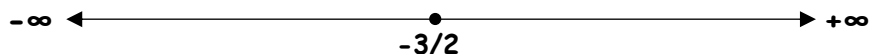
$$|x-5| = \begin{cases} x-5, & \text{si } x-5 \geq 0 \\ -(x-5), & \text{si } x-5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x-5| = \begin{cases} x-5, & \text{si } x \geq 5 \\ -(x-5), & \text{si } x < 5 \end{cases}$$



$ x-5 $	$-(x-5)$	$(x-5)$
$ x-5 = 16$	$-(x-5) = 16$	$x-5 = 16$
	$-x+5 = 16$	$x = 16+5$
	$x = -11$	$x = 21$
	$-11 \in (-\infty, 5)$	$21 \in [5, \infty)$
	$CS_1 = \{-11\}$	$CS_2 = \{21\}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{-11; 21\}$	

3. $|2x+3|=7$

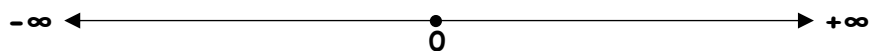
$$|2x+3| = \begin{cases} 2x+3, & \text{si } 2x+3 \geq 0 \\ -(2x+3), & \text{si } 2x+3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |2x+3| = \begin{cases} 2x+3, & \text{si } x \geq -3/2 \\ -(2x+3), & \text{si } x < -3/2 \end{cases}$$



$ 2x+3 $	$-(2x+3)$	$(2x+3)$
$ 2x+3 =7$	$-(2x+3)=7$	$2x+3=7$
	$-2x-3=7$	$2x=7-3$
	$-2x=10$	$2x=4$
	$x=-5$	$x=2$
	$-5 \in (-\infty, -3/2)$	$2 \in [-3/2, \infty)$
	$CS_1 = \{-5\}$	$CS_2 = \{2\}$
$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{-5; 2\}$		

4. $|3x|=6$

$$|3x| = \begin{cases} 3x, & \text{si } 3x \geq 0 \\ -(3x), & \text{si } 3x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |3x| = \begin{cases} 3x, & \text{si } x \geq 0 \\ -(3x), & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



$ 3x $	$-(3x)$	$(3x)$
$ 3x =6$	$-(3x)=6$	$3x=6$
	$-3x=6$	$x=2$
	$x=-2$	
	$-2 \in (-\infty, 0)$	$2 \in [0, \infty)$
	$CS_1 = \{-2\}$	$CS_2 = \{2\}$
$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{-2; 2\}$		

5. $|x-2|=3$

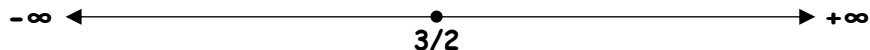
$$|x-2| = \begin{cases} x-2, & \text{si } x-2 \geq 0 \\ -(x-2), & \text{si } x-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x-2| = \begin{cases} x-2, & \text{si } x \geq 2 \\ -(x-2), & \text{si } x < 2 \end{cases}$$



$ x-2 $	$-(x-2)$	$(x-2)$
$ x-2 =3$	$-(x-2)=3$	$x-2=3$
	$-x+2=3$	$x=3+2$
	$x=-1$	$x=5$
	$-1 \in (-\infty, 2)$	$5 \in [2, \infty)$
	$CS_1 = \{-1\}$	$CS_2 = \{5\}$
$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{-1; 5\}$		

6. $|2x-3|=9$

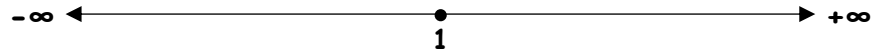
$$|2x-3| = \begin{cases} 2x-3, & \text{si } 2x-3 \geq 0 \\ -(2x-3), & \text{si } 2x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |2x-3| = \begin{cases} 2x-3, & \text{si } x \geq 3/2 \\ -(2x-3), & \text{si } x < 3/2 \end{cases}$$



$ 2x-3 $	$-(2x-3)$	$(2x-3)$
$ 2x-3 =9$	$-(2x-3)=9$	$2x-3=9$
	$-2x+3=9$	$2x=12$
	$x=-3$	$x=6$
	$-3 \in (-\infty, 3/2)$	$6 \in [3/2, \infty)$
	$CS_1 = \{-3\}$	$CS_2 = \{6\}$
$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{-3; 6\}$		

7. $|x-1| = 2x-1$

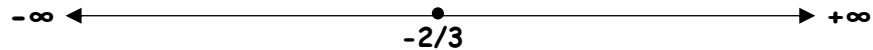
$$|x-1| = \begin{cases} x-1, & \text{si } x-1 \geq 0 \\ -(x-1), & \text{si } x-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x-1| = \begin{cases} x-1, & \text{si } x \geq 1 \\ -(x-1), & \text{si } x < 1 \end{cases}$$



$ x-1 $	$-(x-1)$	$(x-1)$
$ x-1 = 2x-1$	$-(x-1) = 2x-1$	$x-1 = 2x-1$
	$-x+1 = 2x-1$	$1-1 = 2x-x$
	$3x = 2$	$x = 0$
	$x = 2/3$	
	$2/3 \in (-\infty, 1)$	$0 \notin [1, \infty)$
	$CS_1 = \{2/3\}$	$CS_2 = \{ \}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{2/3\}$	

8. $|3x+2| = 5-x$

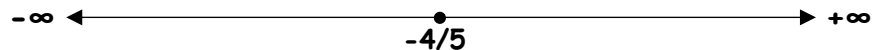
$$|3x+2| = \begin{cases} 3x+2, & \text{si } 3x+2 \geq 0 \\ -(3x+2), & \text{si } 3x+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |3x+2| = \begin{cases} 3x+2, & \text{si } x \geq -2/3 \\ -(3x+2), & \text{si } x < -2/3 \end{cases}$$



$ 3x+2 $	$-(3x+2)$	$(3x+2)$
$ 3x+2 = 5-x$	$-(3x+2) = 5-x$	$3x+2 = 5-x$
	$-3x-2 = 5-x$	$3x+x = 5-2$
	$x = -7/2$	$x = 3/4$
	$-7/2 \in (-\infty, -2/3)$	$3/4 \in [-2/3, \infty)$
	$CS_1 = \{-7/2\}$	$CS_2 = \{3/4\}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{-7/2, 3/4\}$	

9. $|5x+4| = 2x+1$

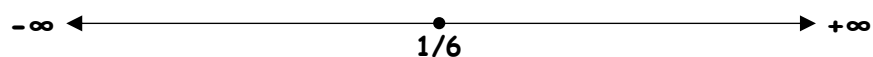
$$|5x+4| = \begin{cases} 5x+4, & \text{si } 5x+4 \geq 0 \\ -(5x+4), & \text{si } 5x+4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |5x+4| = \begin{cases} 5x+4, & \text{si } x \geq -4/5 \\ -(5x+4), & \text{si } x < -4/5 \end{cases}$$



$ 5x+4 $	$-(5x+4)$	$(5x+4)$
$ 5x+4 = 2x+1$	$-(5x+4) = 2x+1$	$5x+4 = 2x+1$
	$-5x-4 = 2x+1$	$5x-2x = 1-4$
	$x = -5/7$	$x = -1$
	$-5/7 \notin (-\infty, -4/5)$	$-1 \notin [-4/5, \infty)$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{ \}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{ \}$	

10. $|-6x+1| = 4x-7$

$$|-6x+1| = \begin{cases} -6x+1, & \text{si } -6x+1 \geq 0 \\ -(-6x+1), & \text{si } -6x+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |-6x+1| = \begin{cases} -6x+1, & \text{si } x \leq 1/6 \\ -(-6x+1), & \text{si } x > 1/6 \end{cases}$$



$ -6x+1 $	$(-6x+1)$	$-(-6x+1)$
$ -6x+1 = 4x-7$	$-6x+1 = 4x-7$	$-(-6x+1) = 4x-7$
	$7+1 = 4x+6x$	$6x-1 = 4x-7$
	$x = 4/5$	$x = -3$
	$4/5 \notin (-\infty, 1/6]$	$-3 \notin (1/6, \infty)$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{ \}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{ \}$	

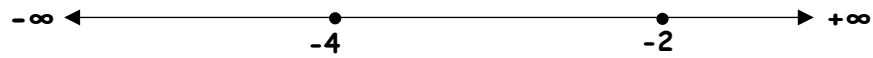
11. $|x+4| = |x+2|$

Para $|x+4|$

Para $|x+2|$

$$|x+4| = \begin{cases} x+4, & \text{si } x \geq -4 \\ -(x+4), & \text{si } x < -4 \end{cases}$$

$$|x+2| = \begin{cases} x+2, & \text{si } x \geq -2 \\ -(x+2), & \text{si } x < -2 \end{cases}$$



$ x+4 $	$-(x+4)$	$x+4$	$x+4$
$ x+2 $	$-(x+2)$	$-(x+2)$	$x+2$
$ x+4 = x+2 $	$-(x+4) = -(x+2)$	$x+4 = -(x+2)$	$x+4 = x+2$
	$-x-4 = -x-2$	$x+4 = -x-2$	$x-x = 2-4$
	$0 = 2$	$x = -3$	$0 = -2$
	$v(p) = F$	$-3 \in [-4, -2)$	$v(p) = F$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{-3\}$	$CS_3 = \{ \}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2 \cup CS_3; CS = \{-3\}$		

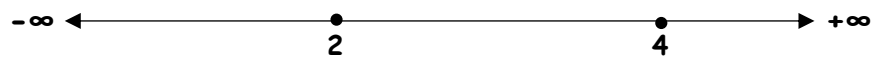
12. $|x-4| = |x-2|$

Para $|x-4|$

Para $|x-2|$

$$|x-4| = \begin{cases} x-4, & \text{si } x \geq 4 \\ -(x-4), & \text{si } x < 4 \end{cases}$$

$$|x-2| = \begin{cases} x-2, & \text{si } x \geq 2 \\ -(x-2), & \text{si } x < 2 \end{cases}$$



$ 2x-3 $	$-(x-4)$	$-(x-4)$	$x-4$
$ x-2 $	$-(x-2)$	$x-2$	$x-2$
$ x-4 = x-2 $	$-(x-4) = -(x-2)$	$-(x-4) = x-2$	$x-4 = x-2$
	$0 = 2$	$x = 3$	$0 = 2$
	$v(p) = F$	$3 \in [2; 4)$	$v(p) = F$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{3\}$	$CS_3 = \{ \}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2 \cup CS_3; CS = \{3\}$		

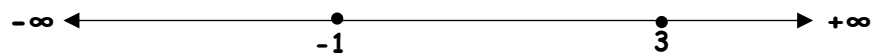
13. $|3-x| = |1+x|$

Para $|3-x|$

Para $|1+x|$

$$|3-x| = \begin{cases} 3-x, & \text{si } x \leq 3 \\ -(3-x), & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$|1+x| = \begin{cases} 1+x, & \text{si } x \geq -1 \\ -(1+x), & \text{si } x < -1 \end{cases}$$



$ 3-x $	$-(1+x)$	$1+x$	$1+x$
$ 1+x $	$3-x$	$3-x$	$-(3-x)$
$ 3-x = 1+x $	$-(1+x) = 3-x$	$1+x = 3-x$	$1+x = -(3-x)$
	$-1-x = 3-x$	$2x = 2$	$1+x = -3+x$
	$0 = 4$	$x = 1$	$0 = -4$
	$v(p) = F$	$1 \in [-1; 3]$	$v(p) = F$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{1\}$	$CS_3 = \{ \}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2 \cup CS_3; CS = \{1\}$		

14. $|2x-3| = -9$

$$|2x-3| = \begin{cases} 2x-3, & \text{si } 2x-3 \geq 0 \\ -(2x-3), & \text{si } 2x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |2x-3| = \begin{cases} 2x-3, & \text{si } x \geq 3/2 \\ -(2x-3), & \text{si } x < 3/2 \end{cases}$$

$$-\infty \longleftarrow \xrightarrow{\bullet \atop 3/2} +\infty$$

$ 2x-3 $	$-(2x-3)$	$(2x-3)$
$ 2x-3 = -9$	$-(2x-3) = -9$	$2x-3 = -9$
	$-2x+3 = -9$	$2x = -9+3$
	$x = 6$	$x = -3$
	$6 \notin (-\infty, 3/2)$	$-3 \notin [3/2, \infty)$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{ \}$
$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{ \}$		

15. $|1-3x| + x = -3$

$$|1-3x| = \begin{cases} 1-3x, & \text{si } 1-3x \geq 0 \\ -(1-3x), & \text{si } 1-3x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |1-3x| = \begin{cases} 1-3x, & \text{si } x \leq 1/3 \\ -(1-3x), & \text{si } x > 1/3 \end{cases}$$

$$-\infty \longleftarrow \xrightarrow{\bullet \atop 1/3} +\infty$$

$ 1-3x $	$(1-3x)$	$-(1-3x)$
$ 1-3x + x = -3$	$(1-3x) + x = -3$	$-(1-3x) + x = -3$
	$1-3x+x = -3$	$-1+3x+x = -3$
	$x = 2$	$x = -1/2$
	$2 \notin (-\infty, 1/3]$	$-1/2 \notin (1/3, \infty)$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{ \}$
$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{ \}$		

16. $3|x+4| - 2 = x$

$$|x+4| = \begin{cases} x+4, & \text{si } x+4 \geq 0 \\ -(x+4), & \text{si } x+4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x+4| = \begin{cases} x+4, & \text{si } x \geq -4 \\ -(x+4), & \text{si } x < -4 \end{cases}$$

$$-\infty \longleftarrow \xrightarrow{\bullet \atop -4} +\infty$$

$ x+4 $	$-(x+4)$	$(x+4)$
$3 x+4 - 2 = x$	$3(-(x+4)) - 2 = x$	$3(x+4) - 2 = x$
	$-3x-12-2 = x$	$3x+12-2 = x$
	$x = -7/2$	$x = -5$
	$-7/2 \notin (-\infty, -4)$	$-5 \notin [-4, \infty)$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{ \}$
$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{ \}$		

17. $\left| \frac{2x+1}{1-x} \right| = 3$

Para $|2x+1|$

Para $|1-x|$

$$\left| \frac{2x+1}{1-x} \right| = 3 \Leftrightarrow |2x+1| = 3|1-x| \quad |2x+1| = \begin{cases} 2x+1, & \text{si } x \geq -1/2 \\ -(2x+1), & \text{si } x < -1/2 \end{cases} \quad |1-x| = \begin{cases} 1-x, & \text{si } x \leq 1 \\ -(1-x), & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$-\infty \longleftarrow \xrightarrow{\bullet \atop -1/2} \xrightarrow{\bullet \atop 1} +\infty$$

$ 2x+1 $	$-(2x+1)$	$2x+1$	$2x+1$
$ 1-x $	$1-x$	$1-x$	$-(1-x)$
$ 2x+1 = 3 1-x $	$-(2x+1) = 3(1-x)$	$2x+1 = 3(1-x)$	$2x+1 = -3(1-x)$
	$x = 5$	$x = 2/5$	$x = 4$
	$5 \notin (-\infty, -1/2)$	$2/5 \in [-1/2, 1]$	$4 \notin (1, \infty)$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{ 2/5 \}$	$CS_3 = \{ 4 \}$
$CS = CS_1 \cup CS_2 \cup CS_3; CS = \{ 2/5, 4 \}$			

18. $|x+3| - |x-2| = x$

Para $|x+3| \rightarrow |x+3| = \begin{cases} x+3, & \text{si } x+3 \geq 0 \\ -(x+3), & \text{si } x+3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x+3| = \begin{cases} x+3, & \text{si } x \geq -3 \\ -(x+3), & \text{si } x < -3 \end{cases}$

Para $|x-2| \rightarrow |x-2| = \begin{cases} x-2, & \text{si } x-2 \geq 0 \\ -(x-2), & \text{si } x-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x-2| = \begin{cases} x-2, & \text{si } x \geq 2 \\ -(x-2), & \text{si } x < 2 \end{cases}$



$ x+3 $	$-(x+3)$	$x+3$	$x+3$
$ x-2 $	$-(x-2)$	$-(x-2)$	$x-2$
$ x+3 - x-2 = x$	$-(x+3) - [-(x-2)] = x$	$x+3 - [-(x-2)] = x$	$x+3 - (x-2) = x$
	$x = -5$	$x = -1$	$x = 5$
	$-5 \in (-\infty, -3)$	$-1 \in [-3, 2]$	$5 \in (2, \infty)$
	$CS_1 = \{-5\}$	$CS_2 = \{-1\}$	$CS_3 = \{5\}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2 \cup CS_3; CS = \{-5; -1; 5\}$		

19. $|x-4| - \left| \frac{x-1}{5} \right| = 4-x$

Para $|x-4| \rightarrow |x-4| = \begin{cases} x-4, & \text{si } x-4 \geq 0 \\ -(x-4), & \text{si } x-4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x-4| = \begin{cases} x-4, & \text{si } x \geq 4 \\ -(x-4), & \text{si } x < 4 \end{cases}$

Para $\left| \frac{x-1}{5} \right| \rightarrow \left| \frac{x-1}{5} \right| = \begin{cases} \frac{x-1}{5}, & \text{si } \frac{x-1}{5} \geq 0 \\ -\left(\frac{x-1}{5} \right), & \text{si } \frac{x-1}{5} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left| \frac{x-1}{5} \right| = \begin{cases} \frac{x-1}{5}, & \text{si } x \geq 1 \\ -\left(\frac{x-1}{5} \right), & \text{si } x < 1 \end{cases}$



$ x-4 $	$-(x-4)$	$-(x-4)$	$x-4$
$\left \frac{x-1}{5} \right $	$-\left(\frac{x-1}{5} \right)$	$\frac{x-1}{5}$	$\frac{x-1}{5}$
$ x-4 - \left \frac{x-1}{5} \right = 4-x$	$x-4 + \frac{x-1}{5} = -4+x$	$x-4 - \frac{x-1}{5} = -4+x$	$x-4 - \frac{x-1}{5} = 4-x$
	$\frac{x-1}{5} = 0$	$-\frac{x-1}{5} = 0$	$2x-8 = \frac{x-1}{5}$
	$x = 1$	$x = 1$	$x = 13/3$
	$1 \notin (-\infty, 1)$	$1 \in [1, 4]$	$13/3 \in (4, \infty)$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{1\}$	$CS_3 = \{13/3\}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2 \cup CS_3; CS = \{1; 13/3\}$		

20. $\frac{|x|}{2} + (3x+4) = |x-1|$

$\frac{|x|}{2} + (3x+4) = |x-1| \Leftrightarrow |x| - 2|x-1| = -6x-8$

Para $|x| \rightarrow |x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -(x), & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Para $|x-1| \rightarrow |x-1| = \begin{cases} x-1, & \text{si } x-1 \geq 0 \\ -(x-1), & \text{si } x-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x-1| = \begin{cases} x-1, & \text{si } x \geq 1 \\ -(x-1), & \text{si } x < 1 \end{cases}$

$-\infty \longleftarrow \begin{array}{c} \bullet \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ 1 \end{array} \longrightarrow +\infty$			
$ x $	$-x$	x	x
$ x-1 $	$-(x-1)$	$-(x-1)$	$x-1$
$ x-2 x-1 = -6x-8$	$-x+2(x-1) = -6x-8$	$x+2(x-1) = -6x-8$	$x-2(x-1) = -6x-8$
	$-x+2x-2 = -6x-8$	$x+2x-2 = -6x-8$	$x-2x+2 = -6x-8$
	$7x = -6$	$9x = -6$	$5x = -10$
	$x = -6/7$	$x = -2/3$	$x = -2$
	$-6/7 \in (-\infty, 0)$	$-2/3 \notin [0, 1]$	$-2 \notin (1, \infty)$
	$CS_1 = \{-6/7\}$	$CS_2 = \{\}$	$CS_3 = \{\}$
$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{-6/7\}$			

21. $\sqrt{(3-x)^2} = 5$

$\sqrt{(3-x)^2} = 5 \Leftrightarrow |3-x| = 5$

$|3-x| = \begin{cases} 3-x, & \text{si } 3-x \geq 0 \\ -(3-x), & \text{si } 3-x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |3-x| = \begin{cases} 3-x, & \text{si } x \leq 3 \\ -(3-x), & \text{si } x > 3 \end{cases}$

$-\infty \longleftarrow \begin{array}{c} \bullet \\ 3 \end{array} \longrightarrow +\infty$		
$ 3-x $	$3-x$	$-(3-x)$
$ 3-x = 5$	$3-x = 5$	$3-x = -5$
	$x = -2$	$x = 8$
	$-2 \in (-\infty, 3]$	$8 \in (3, \infty)$
	$CS_1 = \{-2\}$	$CS_2 = \{8\}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{-2; 8\}$	

22. $2\sqrt[4]{(5-4x)^4} = x+2$

$2\sqrt[4]{(5-4x)^4} = x+2 \Leftrightarrow 2|5-4x| = x+2$

$|5-4x| = \begin{cases} 5-4x, & \text{si } 5-4x \geq 0 \\ -(5-4x), & \text{si } 5-4x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |5-4x| = \begin{cases} 5-4x, & \text{si } x \leq 5/4 \\ -(5-4x), & \text{si } x > 5/4 \end{cases}$

$-\infty \longleftarrow \begin{array}{c} \bullet \\ 5/4 \end{array} \longrightarrow +\infty$		
$ 5-4x $	$5-4x$	$-(5-4x)$
$2 5-4x = x+2$	$2(5-4x) = x+2$	$2(5-4x) = -x-2$
	$10-8x = x+2$	$10-8x = -x-2$
	$9x = 8$	$7x = 12$
	$x = 8/9$	$x = 12/7$
	$8/9 \in (-\infty, 5/4]$	$12/7 \in (5/4, \infty)$
	$CS_1 = \{8/9\}$	$CS_2 = \{12/7\}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{8/9; 12/7\}$	

23. $|3-2x|-3|x+2|-x=0$

$|3-2x|-3|x+2|-x=0 \Leftrightarrow |3-2x|-3|x+2|=x$

Para $|3-2x| \rightarrow |3-2x| = \begin{cases} 3-2x, & \text{si } 3-2x \geq 0 \\ -(3-2x), & \text{si } 3-2x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |3-2x| = \begin{cases} 3-2x, & \text{si } x \leq 3/2 \\ -(3-2x), & \text{si } x > 3/2 \end{cases}$

Para $|x+2| \rightarrow |x+2| = \begin{cases} x+2, & \text{si } x+2 \geq 0 \\ -(x+2), & \text{si } x+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |x+2| = \begin{cases} x+2, & \text{si } x \geq -2 \\ -(x+2), & \text{si } x < -2 \end{cases}$

$-\infty \longleftarrow \begin{array}{c} \bullet \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ 3/2 \end{array} \longrightarrow +\infty$			
$ 3-2x $	$3-2x$	$3-2x$	$-(3-2x)$
$ x+2 $	$-(x+2)$	$x+2$	$x+2$
$ 3-2x -3 x+2 =x$	$3-2x+3(x+2)=x$	$3-2x-3(x+2)=x$	$-3+2x-3(x+2)=x$
	$3-2x+3x+6=x$	$3-2x-3x-6=x$	$-3+2x-3x-6=x$
	$0=-9$	$6x=-3$	$2x=-9$
	$v(p)=F$	$x=-1/2$	$x=-9/2$
		$-1/2 \in [-2, 3/2]$	$-9/2 \notin (3/2, \infty)$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{-1/2\}$	$CS_3 = \{ \}$
$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{-1/2\}$			

24. $\sqrt{(4x-1)^2} = |3-8x|$ $\sqrt{(4x-1)^2} = |3-8x| \Leftrightarrow |4x-1| = |3-8x|$

Para $|4x-1| \rightarrow |4x-1| = \begin{cases} 4x-1, \text{ si } 4x-1 \geq 0 \\ -(4x-1), \text{ si } 4x-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |4x-1| = \begin{cases} 4x-1, \text{ si } x \geq 1/4 \\ -(4x-1), \text{ si } x < 1/4 \end{cases}$

Para $|3-8x| \rightarrow |3-8x| = \begin{cases} 3-8x, \text{ si } 3-8x \geq 0 \\ -(3-8x), \text{ si } 3-8x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow |3-8x| = \begin{cases} 3-8x, \text{ si } x \leq 3/8 \\ -(3-8x), \text{ si } x > 3/8 \end{cases}$

$-\infty \longleftarrow \begin{array}{c} \bullet \\ 1/4 \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ 3/8 \end{array} \longrightarrow +\infty$			
$4x-1$	$-(4x-1)$	$4x-1$	$4x-1$
$3-8x$	$3-8x$	$3-8x$	$-(3-8x)$
$ 4x-1 = 3-8x $	$-4x+1=3-8x$	$4x-1=3-8x$	$4x-1=-3+8x$
	$4x=2$	$12x=4$	$4x=2$
	$x=1/2$	$x=1/3$	$x=1/2$
	$1/2 \notin (-\infty, 1/4]$	$1/3 \in [1/4, 3/8]$	$1/2 \in (3/8, \infty)$
	$CS_1 = \{ \}$	$CS_2 = \{1/3\}$	$CS_3 = \{1/2\}$
	$CS = CS_1 \cup CS_2; CS = \{1/3, 1/2\}$		

ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO (TEOREMAS)

PÁGINA 60

1.- Resolver las siguientes ecuaciones mediante teoremas:

1. $|x-4|=3$

PROPOSICIONES

1. $|x-4|=3$

2. $3 \geq 0 \wedge (x-4=3 \vee x-4=-3)$

3. $(x-4=3 \vee x-4=-3)$

Ecuación 1.

4. $x-4=3$

5. $x=7$

6. $CS = \{7\}$

Ecuación 2.

$x-4=-3$

$x=1$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

$p \wedge V = p$

Ecuaciones del paso 3

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS

2. $|x-5|=16$

PROPOSICIONES

1. $|x-5|=16$

2. $16 \geq 0 \wedge (x-5=16 \vee x-5=-16)$

3. $(x-5=16 \vee x-5=-16)$

Ecuación 1.

4. $x-5=16$

5. $x=21$

6. $CS = \{-11, 21\}$

Ecuación 2.

$x-5=-16$

$x=-11$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

$p \wedge V = p$

Ecuaciones del paso 3

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS

3. $|2x+3|=7$

PROPOSICIONES

1. $|2x+3|=7$
2. $7 \geq 0 \wedge (2x+3=7 \vee 2x+3=-7)$
3. $(2x+3=7 \vee 2x+3=-7)$

Ecuación 1.

4. $2x+3=7$

5. $x=2$

6. $CS = \{-5; 2\}$

Ecuación 2.

2. $2x+3=-7$

$x=-5$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

$p \wedge V = p$

Ecuaciones del paso 3

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS

4. $|3x|=6$

PROPOSICIONES

1. $|3x|=6$
2. $6 \geq 0 \wedge (3x=6 \vee 3x=-6)$
3. $(3x=6 \vee 3x=-6)$

Ecuación 1.

4. $3x=6$

5. $x=2$

6. $CS = \{-2; 2\}$

Ecuación 2.

3. $3x=-6$

$x=-2$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

$p \wedge V = p$

Ecuaciones del paso 3

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS

5. $|x-2|=3$

PROPOSICIONES

1. $|x-2|=3$
2. $3 \geq 0 \wedge (x-2=3 \vee x-2=-3)$
3. $(x-2=3 \vee x-2=-3)$

Ecuación 1.

4. $x-2=3$

5. $x=5$

6. $CS = \{-1; 5\}$

Ecuación 2.

$x-2=-3$

$x=-1$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

$p \wedge V = p$

Ecuaciones del paso 3

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS

6. $|2x-3|=9$

PROPOSICIONES

1. $|2x-3|=9$
2. $9 \geq 0 \wedge (2x-3=9 \vee 2x-3=-9)$
3. $(2x-3=9 \vee 2x-3=-9)$

Ecuación 1.

4. $2x-3=9$

5. $x=6$

6. $CS = \{-3; 6\}$

Ecuación 2.

2. $2x-3=-9$

$x=-3$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

$p \wedge V = p$

Ecuaciones del paso 3

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS

7. $|x-1|=2x-1$

PROPOSICIONES

1. $|x-1|=2x-1$
2. $2x-1 \geq 0 \wedge (x-1=2x-1 \vee x-1=-2x+1)$
3. $2x-1 \geq 0$
4. $x \geq 1/2$
5. $x-1=2x-1 \vee x-1=-2x+1$

Ecuación 1.

6. $x-1=2x-1$

7. $x=0$

8. $CS = \{2/3\}$

Ecuación 2.

$x-1=-2x+1$

$x=2/3$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

SC en 2

T: $a \pm b > c \Leftrightarrow a > c \mp b$

SC en 2

Ecuaciones del paso 5

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS

8. $|3x+2|=5-x$

PROPOSICIONES

- $|3x+2|=5-x$
- $5-x \geq 0 \wedge (3x+2=5-x \vee 3x+2=-5+x)$
- $5-x \geq 0$
- $x \leq 5$
- $3x+2=5-x \vee 3x+2=-5+x$

Ecuación 1.

- $3x+2=5-x$
- $4x=3$
- $x=3/4$
- $CS=\{-7/2; 3/4\}$

Ecuación 2.

- $3x+2=-5+x$
- $2x=-7$
- $x=-7/2$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

SC en 2

T: $a \pm b > c \Leftrightarrow a > c \mp b$

SC en 2

Ecuaciones del paso 5

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Despeje

Def. CS

9. $|5x+4|=2x+1$

PROPOSICIONES

- $|5x+4|=2x+1$
- $2x+1 \geq 0 \wedge (5x+4=2x+1 \vee 5x+4=-2x-1)$
- $2x+1 \geq 0$
- $x \geq -1/2$
- $5x+4=2x+1 \vee 5x+4=-2x-1$

Ecuación 1.

- $5x+4=2x+1$
- $3x=-3$
- $x=-1$
- $CS=\{ \}$

Ecuación 2.

- $5x+4=-2x-1$
- $7x=-5$
- $x=-5/7$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

SC en 2

T: $a \pm b > c \Leftrightarrow a > c \mp b$

SC en 2

Ecuaciones del paso 5

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Despeje

Def. CS

10. $|-6x+1|=4x-7$

PROPOSICIONES

- $|-6x+1|=4x-7$
- $4x-7 \geq 0 \wedge (-6x+1=4x-7 \vee -6x+1=-4x+7)$
- $4x-7 \geq 0$
- $x \geq 7/4$
- $-6x+1=4x-7 \vee -6x+1=-4x+7$

Ecuación 1.

- $-6x+1=4x-7$
- $-10x=-8$
- $x=4/5$
- $CS=\{ \}$

Ecuación 2.

- $-6x+1=-4x+7$
- $-2x=6$
- $x=-3$

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

SC en 2

T: $a \pm b > c \Leftrightarrow a > c \mp b$

SC en 2

Ecuaciones del paso 5

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Despeje

Def. CS

11. $|x+4|=|x+2|$

PROPOSICIONES

- $|x+4|=|x+2|$
- $[|x+4|]^2 = [|x+2|]^2$
- $(x+4)^2 = (x+2)^2$
- $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4$
- $x^2 - x^2 + 8x - 4x = 4 - 16$
- $4x = -12$
- $x = -3$
- $CS=\{-3\}$

RAZONES

Dato

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

T: $|x|^2 = x^2$

Binomio al cuadrado

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS

12. $|x-4|=|x-2|$

PROPOSICIONES

1. $|x-4|=|x-2|$

2. $[|x-4|]^2=[|x-2|]^2$

3. $(x-4)^2=(x-2)^2$

4. $x^2-8x+16=x^2-4x+4$

5. $x^2-x^2-8x+4x=4-16$

6. $-4x=-12$

7. $x=3$

8. $CS=\{3\}$

13. $|3-x|=|1+x|$

PROPOSICIONES

1. $|3-x|=|1+x|$

2. $[|3-x|]^2=[|1+x|]^2$

3. $(3-x)^2=(1+x)^2$

4. $9-6x+x^2=1+2x+x^2$

5. $x^2-x^2-6x-2x=1-9$

6. $-8x=-8$

7. $x=1$

8. $CS=\{1\}$

14. $|2x-3|=-9$

PROPOSICIONES

1. $|2x-3|=-9$

2. $-9 \geq 0 \wedge (2x-3=-9 \vee 2x-3=9)$

3. $(2x-3=-9 \vee 2x-3=9)$

Ecuación 1.

4. $2x-3=-9$

5. $x=-3$

6. $CS=\{ \}$

Ecuación 2.

$2x-3=9$

$x=6$

15. $|1-3x|+x=-3$

PROPOSICIONES

1. $|1-3x|+x=-3$

2. $|1-3x|=-x-3$

3. $-x-3 \geq 0 \wedge (1-3x=-x-3 \vee 1-3x=x+3)$

4. $-x-3 \geq 0$

5. $x \leq -3$

6. $1-3x=-x-3 \vee 1-3x=x+3$

Ecuación 1.

7. $1-3x=-x-3$

8. $2x=4$

9. $x=2$

10. $CS=\{ \}$

Ecuación 2.

$1-3x=x+3$

$4x=-2$

$x=-1/2$

RAZONES

Dato

T: $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

T: $|x|^2=x^2$

Binomio al cuadrado

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

T: $|x|^2=x^2$

Binomio al cuadrado

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

$p \wedge V = p$

Ecuaciones del paso 3

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS

RAZONES

Dato

Transposición de términos

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

SC en 2

T: $a \pm b > c \Leftrightarrow a > c \mp b$

SC en 2

Ecuaciones del paso 5

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Despeje

Def. CS

2.- Resolver los siguientes ejercicios

1. Hallar todos los números cuya distancia al 5 es igual a 16.

Plantear las ecuaciones $|x-5|=16$ o $|x+5|=16$

PROPOSICIONES

- $|x-5|=16$
- $16 \geq 0 \wedge (x-5=16 \vee x-5=-16)$
- $(x-5=16 \vee x-5=-16)$

Ecuación 1

4. $x-5=16$

5. $x=21$

6. $CS = \{-11; 21\}$

Ecuación 2

$x-5=-16$

$x=-11$

RAZONES

Dato

$$|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$$

$$p \wedge V = p$$

Ecuaciones del paso 5

$$T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b \text{ y TS}$$

Def. CS.

PROPOSICIONES

- $|x+5|=16$
- $16 \geq 0 \wedge (x+5=16 \vee x+5=-16)$
- $(x+5=16 \vee x+5=-16)$

Ecuación 1

4. $x+5=16$

5. $x=11$

6. $CS = \{-21; 11\}$

Ecuación 2

$x+5=-16$

$x=-21$

RAZONES

Dato

$$|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$$

$$p \wedge V = p$$

Ecuaciones del paso 5

$$T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b \text{ y TS}$$

Def. CS.

2. Hallar el triple de todos los números cuya distancia al cero es igual a seis

Plantear la ecuación $3|x|=6$

PROPOSICIONES

- $3|x|=6$
- $|x|=2$
- $2 \geq 0 \wedge (x=2 \vee x=-2)$
- $(x=2 \vee x=-2)$

Ecuación 1

5. $x=2$

6. $CS = \{-2; 2\}$

Ecuación 2

$x=-2$

RAZONES

Dato

$$T. a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0 \text{ y Simplificación}$$

$$|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$$

$$p \wedge V = p$$

Ecuaciones del paso 5

Def. CS.

3. Hallar todos los números cuya distancia a 1 es igual al doble de los números disminuido en 1

Plantear las ecuaciones $|x-1|=2x-1$ o $|x+1|=2x-1$

PROPOSICIONES

- $|x-1|=2x-1$
- $2x-1 \geq 0 \wedge (x-1=2x-1 \vee x-1=-2x+1)$
- $2x-1 \geq 0$
- $2x \geq 1$
- $x \geq 1/2$
- $x-1=2x-1 \vee x-1=-2x+1$

Ecuación 1

7. $x-1=2x-1$

8. $x-2x=1-1$

9. $x=0$

10. $CS = \{2/3\}$

Ecuación 2

$x-1=-2x+1$

$x+2x=1+1$

$x=2/3$

RAZONES

Dato

$$|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$$

SC en 2

$$T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

$$T. a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

SC en 2

Ecuaciones del paso 5

$$T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

Def. CS

PROPOSICIONES

- $|x+1|=2x-1$
- $2x-1 \geq 0 \wedge (x+1=2x-1 \vee x+1=-2x+1)$
- $2x-1 \geq 0$
- $2x \geq 1$
- $x \geq 1/2$
- $x+1=2x-1 \vee x+1=-2x+1$

Ecuación 1

7. $x+1=2x-1$

8. $x-2x=-1-1$

9. $x=2$

10. $CS = \{2\}$

Ecuación 2

$x+1=-2x+1$

$x+2x=1-1$

$x=0$

RAZONES

Dato

$$|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$$

SC en 2

$$T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

$$T. a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

SC en 2

Ecuaciones del paso 5

$$T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

Def. CS

4. Hallar todos los números cuya distancia al 4 es igual a la distancia al 2

Plantear las ecuaciones $|x-4|=|x-2|$ o $|x+4|=|x+2|$

PROPOSICIONES

- $|x-4|=|x-2|$
- $[|x-4|]^2=[|x-2|]^2$
- $|x-4|^2=|x-2|^2$
- $(x-4)^2=(x-2)^2$
- $x^2-8x+16=x^2-4x+4$
- $-4x=-12$
- $4x=12$
- $x=12/4$
- $x=3$
- $CS=\{3\}$

PROPOSICIONES

- $|x+4|=|x+2|$
- $[|x+4|]^2=[|x+2|]^2$
- $|x+4|^2=|x+2|^2$
- $(x+4)^2=(x+2)^2$
- $x^2+8x+16=x^2+4x+4$
- $4x=-12$
- $x=-12/4$
- $x=-3$
- $CS=\{-3\}$

3.- Demostrar: $\forall x \in \mathbb{R}. |x|^2 = x^2$

PROPOSICIONES

- $|x|^2 = |x|^2$
- $|x|^2 = (\sqrt{(x)^2})^2$
- $|x|^2 = x^2$

RAZONES

Dato

T. $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Def. (a^n)

$$|x|^2 = x^2$$

Binomio Cuadrado

T. $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

Cambio de signo

T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Simplificación

Def. CS

RAZONES

Dato

T. $a=b \Rightarrow a^n=b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Def. (a^n)

$$|x|^2 = x^2$$

Binomio Cuadrado

T. $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$ y TS

T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Simplificación

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $|x| = \sqrt[n]{x^n}; n \text{ par}$

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO DENTRO DE VALOR ABSOLUTO

PÁGINA 62

1.- Resolver las siguientes ecuaciones

1. $|x-4+|x||-3=0$

PROPOSICIONES

- $|x-4+|x||-3=0$
- $|x-4+|x||=3$
- $3 \geq 0 \wedge (x-4+|x|=3 \vee x-4+|x|=-3)$
- $(x-4+|x|=3 \vee x-4+|x|=-3)$
- $(|x|=-x+7 \vee |x|=-x+1)$
- $|x|=-x+7$
- $-x+7 \geq 0 \wedge (x=-x+7 \vee x=x-7)$
- $x \leq 7 \wedge (x=7/2 \vee 0=-7)$
- $CS_1=\{7/2\}$
- $|x|=-x+1$
- $-x+1 \geq 0 \wedge (x=-x+1 \vee x=x-1)$
- $x \leq 1 \wedge (x=1/2 \vee 0=-1)$
- $CS=\{1/2\}$
- $CS=\{1/2; 7/2\}$

RAZONES

Dato

Transposición de términos

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

$p \wedge V \Leftrightarrow p$

Despeje de $|x|$

Ecuación 1

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

Transposición de términos

Def. CS. $\cap$ por el operador $\wedge$

Ecuación 2

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

Transposición de términos

Def. CS. $\cap$ por el operador $\wedge$

Def. CS. $\cap$ por el operador $\vee$

2. $|x-5-|x||-x-2=0$

PROPOSICIONES

1. $|x-5-|x||-x-2=0$

2. $|x-5-|x||=x+2$

3. $x+2 \geq 0 \wedge (x-5-|x|=x+2 \vee x-5-|x|=-x-2)$

4. $x+2 \geq 0 \rightarrow CS_0 = [-2, +\infty)$

5. $(x-5-|x|=x+2 \vee x-5-|x|=-x-2)$

6. $(|x|=-7 \vee |x|=2x-3)$

7. $|x|=-7$

8. $-7 \geq 0 \wedge (x=-7 \vee x=7)$

9. $CS_1 = \{ \}$

10. $|x|=2x-3$

11. $2x-3 \geq 0 \wedge (x=2x-3 \vee x=-2x+3)$

12. $x \geq 3/2 \wedge (x=3 \vee x=1)$

13. $CS_2 = \{3\}$

14. $CS_{1,2} = \{ \} \cup \{3\} = \{3\}$

15. $CS = [-2, +\infty) \cap \{3\} = \{3\}$

RAZONES

Dato

Transposición de términos

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

Def. CS en 2

SC en 2

Despeje de $|x|$

Ecuación 1

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

Def. CS. $\wedge$

Ecuación 2

T: $|x|=a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)$

Transposición de términos

Def. CS. $\cap$ por el operador $\wedge$

Def. CS. $\cup$ por el operador $\vee$

Def. CS. $\cap$ por el operador $\wedge$

3. $|2x+3+|x^2-1||-7=0$ (Las RAZONES se deja a los lectores)

PROPOSICIONES

1. $|2x+3+|x^2-1||-7=0$

2. $|2x+3+|x^2-1||=7$

3. $7 \geq 0 \wedge (2x+3+|x^2-1|=7 \vee 2x+3+|x^2-1|=-7)$

4. $(2x+3+|x^2-1|=7 \vee 2x+3+|x^2-1|=-7)$

5. $(|x^2-1|=-2x+4 \vee |x^2-1|=-2x-10)$

6. $|x^2-1|=-2x+4$

7. $-2x-4 \geq 0 \wedge (x^2-1=-2x+4 \vee x^2-1=2x-4)$

8. $x \leq 2 \wedge (x^2+2x-5=0 \vee x^2-2x+3=0)$

9. $x \leq 2 \wedge (x=-1+\sqrt{6}, x=-1-\sqrt{6} \vee x=1+\sqrt{2}i, x=1-\sqrt{2}i)$

10. $CS_1 = \{-1+\sqrt{6}; -1-\sqrt{6}\}$

11. $|x^2-1|=-2x-10$

12. $-2x-10 \geq 0 \wedge (x^2-1=-2x-10 \vee x^2-1=2x+10)$

13. $x \leq -5 \wedge (x^2+2x+9=0 \vee x^2-2x-11=0)$

14. $x \leq -5 \wedge (x=-1+2\sqrt{2}i, x=-1-2\sqrt{2}i \vee x=1+2\sqrt{3}, x=1-2\sqrt{3})$

15. $CS = \{ \}$

16. $CS = \{-1-\sqrt{6}; -1+\sqrt{6}\}$

RAZONES

4. $|3x+|x^2+4||=x-3$ (Las RAZONES se deja a los lectores)

PROPOSICIONES

1. $|3x+|x^2+4||=x-3$

2. $x-3 \geq 0 \wedge (3x+|x^2+4|=x-3 \vee 3x+|x^2+4|=-x+3)$

3. $x-3 \geq 0 \rightarrow CS_0 = [3, +\infty)$

4. $(3x+|x^2+4|=x-3 \vee 3x+|x^2+4|=-x+3)$

5. $(|x^2+4|=-2x-3 \vee |x^2+4|=-4x+3)$

RAZONES

6. $|x^2 + 4| = -2x - 3$
7. $-2x - 3 \geq 0 \wedge (x^2 + 4 = -2x - 3 \vee x^2 + 4 = 2x + 3)$
8. $x \leq 3/2 \wedge (x^2 + 2x + 7 = 0 \vee x^2 - 2x + 1 = 0)$
9. $x \leq 3/2 \wedge (x = -1 + \sqrt{6}i, x = -1 - \sqrt{6}i \vee x = 1)$
10. $CS_1 = \{ \}$
11. $|x^2 + 4| = -4x + 3$
12. $-4x + 3 \geq 0 \wedge (x^2 + 4 = -4x + 3 \vee x^2 + 4 = 4x - 3)$
13. $x \leq 3/4 \wedge (x^2 + 4x + 1 = 0 \vee x^2 - 4x + 7 = 0)$
14. $x \leq -3/4 \wedge (x = -2 + \sqrt{3}, x = -2 - \sqrt{3} \vee x = 2 + \sqrt{3}i, x = 2 - \sqrt{3}i)$
15. $CS_2 = \{-2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3}\}$
16. $CS_{1,2} = \{ \} \cup \{-2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3}\} = \{-2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3}\}$
17. $CS = [3, +\infty) \cap \{-2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3}\} = \{ \}$

5. $3 = |x + |x| - 2|$

PROPOSICIONES

1. $3 = |x + |x| - 2|$
2. $|x + |x| - 2| = 3$
3. $3 \geq 0 \wedge (x + |x| - 2 = 3 \vee x + |x| - 2 = -3)$
4. $(x + |x| - 2 = 3 \vee x + |x| - 2 = -3)$
5. $(|x| = -x + 5 \vee |x| = -x - 1)$
6. $|x| = -x + 5$
7. $-x + 5 \geq 0 \wedge (x = -x + 5 \vee x = x - 5)$
8. $x \leq 5 \wedge (x = 5/2 \vee 0 = -5)$
9. $CS_1 = \{5/2\}$
10. $|x| = -x - 1$
11. $-x - 1 \geq 0 \wedge (x = -x - 1 \vee x = x + 1)$
12. $x \leq -1 \wedge (x = -1/2 \vee 0 = 1)$
13. $CS_2 = \{ \}$
14. $CS = \{5/2\} \cup \{ \} = \{5/2\}$

RAZONES

Dato

Axi. Simétrico (=)

T: $|x| = a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$

$p \wedge V \Leftrightarrow p$

Despeje de $|x|$

Ecuación 1

T: $|x| = a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$

Transposición de términos

Def. CS. $\cap$ por el operador $\wedge$

Ecuación 2

T: $|x| = a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$

Transposición de términos

Def. CS. $\cap$ por el operador $\wedge$

Def. CS. $\cup$ por el operador $\vee$

6. $x + 9 = |2x + |x| - 3|$ (Las RAZONES se deja a los lectores)

PROPOSICIONES

1. $x + 9 = |2x + |x| - 3|$
2. $|2x + |x| - 3| = x + 9$
3. $x + 9 \geq 0 \wedge (2x + |x| - 3 = x + 9 \vee 2x + |x| - 3 = -x - 9)$
4. $x + 9 \geq 0 \rightarrow CS_0 = [-9, +\infty)$
5. $(2x + |x| - 3 = x + 9 \vee 2x + |x| - 3 = -x - 9)$
6. $|x| = -x + 12 \vee |x| = -3x - 6$
7. $|x| = -x + 12$
8. $-x - 12 \geq 0 \wedge (x = -x + 12 \vee x = x - 12)$
9. $x \leq 12 \wedge (x = 6 \vee 0 = -12)$
10. $CS_1 = \{6\}$
11. $|x| = -3x - 6$

RAZONES

12. $-3x - 6 \geq 0 \wedge (x = -3x - 6 \vee x = 3x + 6)$
13. $x \leq -2 \wedge (x = -3/2 \vee x = -3)$
14. $CS_2 = \{-3\}$
15. $CS_{1,2} = \{6\} \cup \{-3\} = \{-3; 6\}$
16. $CS = [-9, +\infty) \cap \{-3; 6\} = \{-3; 6\}$

7. $2x - 1 = |x + |x|| - 1$ (Las RAZONES se deja a los lectores)

PROPOSICIONES

RAZONES

1. $2x - 1 = |x + |x|| - 1$
2. $|x + |x|| - 1 = 2x - 1$
3. $2x - 1 \geq 0 \wedge (x + |x| - 1 = 2x - 1 \vee x + |x| - 1 = -2x + 1)$
4. $2x - 1 \geq 0 \rightarrow CS_0 = [1/2, +\infty)$
5. $(x + |x| - 1 = 2x - 1 \vee x + |x| - 1 = -2x + 1)$
6. $(|x| = x \vee |x| = -3x + 2)$
7. $|x| = x$
8. $x \geq 0 \wedge (x = x \vee x = -x)$
9. $x \geq 0 \wedge (0 = 0 \vee x = 0)$
10. $CS_1 = [0, +\infty)$
11. $|x| = -3x + 2$
12. $-3x + 2 \geq 0 \wedge (x = -3x + 2 \vee x = 3x - 2)$
13. $x \leq 2/3 \wedge (x = 1/2 \vee x = 1)$
14. $CS_2 = \{1/2\}$
15. $CS_{1,2} = [0, +\infty) \cup \{1/2\} = [0, +\infty)$
16. $CS = [1/2, +\infty) \cap [0, +\infty) = [1/2, +\infty)$

8. $5 - x = |3x + |x|| + 2$

PROPOSICIONES

RAZONES

1. $5 - x = |3x + |x|| + 2$
2. $|3x + |x|| + 2 = 5 - x$
3. $5 - x \geq 0 \wedge (3x + |x| + 2 = 5 - x \vee 3x + |x| + 2 = -5 + x)$
4. $5 - x \geq 0 \rightarrow CS_0 = (-\infty, 5]$
5. $(3x + |x| + 2 = 5 - x \vee 3x + |x| + 2 = -5 + x)$
6. $(|x| = -4x + 3 \vee |x| = -2x - 7)$
7. $|x| = -4x + 3$
8. $-4x + 3 \geq 0 \wedge (x = -4x + 3 \vee x = 4x - 3)$
9. $x \leq 3/4 \wedge (x = 3/5 \vee x = 1)$
10. $CS_1 = \{3/5\}$
11. $|x| = -2x - 7$
12. $-2x - 7 \geq 0 \wedge (x = -2x - 7 \vee x = 2x + 7)$
13. $x \leq -7/2 \wedge (x = -7/3 \vee x = -7)$
14. $CS_2 = \{-7\}$
15. $CS_{1,2} = \{3/5\} \cup \{-7\} = \{-7; 3/5\}$
16. $CS = (-\infty, 5] \cap \{-7; 3/5\} = \{-7; 3/5\}$

Dato

Axi. Simétrico (=)

T: $|x| = a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$

Def. CS en 3

SC en 3

Despeje de $|x|$

Ecuación 1

T: $|x| = a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$

Transposición de términos

Def. CS. $\cap$ por el operador $\wedge$

Ecuación 2

T: $|x| = a \Leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$

Transposición de términos

Def. CS. $\cap$ por el operador $\wedge$

Def. CS. $\cup$ por el operador $\vee$

Def. CS. $\cap$ por el operador $\wedge$

9. $2|5x + |x| + 4| = 4x + 2$ (Las RAZONES se deja a los lectores)

PROPOSICIONES

RAZONES

1. $2|5x + |x| + 4| = 4x + 2$
2. $|5x + |x| + 4| = 2x + 1$
3. $2x + 1 \geq 0 \wedge (5x + |x| + 4 = 2x + 1 \vee 5x + |x| + 4 = -2x - 1)$
4. $2x + 1 \geq 0 \rightarrow CS_0 = [-1/2; +\infty)$
5. $(5x + |x| + 4 = 2x + 1 \vee 5x + |x| + 4 = -2x - 1)$
6. $(|x| = -3x - 3 \vee |x| = -7x - 5)$
7. $|x| = -3x - 3$
8. $-3x - 3 \geq 0 \wedge (x = -3x - 3 \vee x = 3x + 3)$
9. $x \leq -1 \wedge (x = -3/4 \vee x = -3/2)$
10. $CS_1 = \{-3/2\}$
11. $|x| = -7x - 5$
12. $-7x - 5 \geq 0 \wedge (x = -7x - 5 \vee x = 7x + 5)$
13. $x \leq -5/7 \wedge (x = -5/8 \vee x = -5/6)$
14. $CS_2 = \{-5/6\}$
15. $CS_{1,2} = \{-3/2\} \cup \{-5/6\} = \{-3/2; -5/6\}$
16. $CS = [-1/2, +\infty) \cap \{-3/2; -5/6\} = \{ \}$

10. $3|-6x - |x| + 1| = 12x - 21$ (Las RAZONES se deja a los lectores)

PROPOSICIONES

RAZONES

1. $3|-6x - |x| + 1| = 12x - 21$
2. $|-6x - |x| + 1| = 4x - 7$
3. $4x - 7 \geq 0 \wedge (-6x - |x| + 1 = 4x - 7 \vee -6x - |x| + 1 = -4x + 7)$
4. $4x - 7 \geq 0 \rightarrow CS_0 = [7/4; +\infty)$
5. $(-6x - |x| + 1 = 4x - 7 \vee -6x - |x| + 1 = -4x + 7)$
6. $(|x| = -10x + 8 \vee |x| = -2x - 6)$
7. $|x| = -10x + 8$
8. $-10x + 8 \geq 0 \wedge (x = -10x + 8 \vee x = 10x - 8)$
9. $x \leq 4/5 \wedge (x = 8/11 \vee x = 8/9)$
10. $CS_1 = \{8/11\}$
11. $|x| = -2x - 6$
12. $-2x - 6 \geq 0 \wedge (x = -2x - 6 \vee x = 2x + 6)$
13. $x \leq -3 \wedge (x = -2 \vee x = -6)$
14. $CS_2 = \{-6\}$
15. $CS_{1,2} = \{8/11\} \cup \{-6\} = \{-6; 8/11\}$
16. $CS = [7/4, +\infty) \cap \{-6; 8/11\} = \{ \}$

11. $|x + 4 + |x|| = x^2 + 2x + 4$ (Las RAZONES se deja a los lectores)

PROPOSICIONES

RAZONES

1. $|x + 4 + |x|| = x^2 + 2x + 4$
2. $x^2 + 2x + 4 \geq 0 \wedge (x + 4 + |x| = x^2 + 2x + 4 \vee x + 4 + |x| = -x^2 - 2x - 4)$
3. $x^2 + 2x + 4 \geq 0 \rightarrow CS_0 = \mathbb{R}$
4. $(x + 4 + |x| = x^2 + 2x + 4 \vee x + 4 + |x| = -x^2 - 2x - 4)$
5. $(|x| = x^2 + x \vee |x| = -x^2 - 3x - 8)$

6. $|x| = x^2 + x$
7. $x^2 + x \geq 0 \wedge (x = x^2 + x \vee x = -x^2 - x)$
8. $x^2 + x \geq 0 \wedge (x = 0 \vee x = 0, x = -2)$
9. $CS_1 = \{-2; 0\}$
10. $|x| = -x^2 - 3x - 8$
11. $-x^2 - 3x - 8 \geq 0 \wedge (x = -x^2 - 3x - 8 \vee x = x^2 + 3x + 8)$
12. $-x^2 - 3x - 8 \geq 0 \wedge (x = 1 + \sqrt{7}i, x = 1 - \sqrt{7}i \vee x = -1 + \sqrt{7}i, x = -1 - \sqrt{7}i)$
13. $x^2 + 3x + 8 \leq 0 \wedge (x = 1 + \sqrt{7}i, x = 1 - \sqrt{7}i \vee x = -1 + \sqrt{7}i, x = -1 - \sqrt{7}i)$
14. $x^2 + 3x + 4 \leq 0 \rightarrow CS_0 = \{ \}$
15. $CS_2 = \{ \}$
16. $CS_{1,2} = \{-2; 0\} \cup \{ \} = \{-2; 0\}$
17. $CS = [-\infty, +\infty) \cap \{-2; 0\} = \{-2; 0\}$

12. $x^3 - 1 = |x| + x - 2$ (Las RAZONES se deja a los lectores)

PROPOSICIONES

RAZONES

1. $x^3 - 1 = |x| + x - 2$
2. $x^3 - 1 \geq 0 \wedge (|x| + x - 2 = x^3 - 1 \vee |x| + x - 2 = 1 - x^3)$
3. $x^3 - 1 \geq 0 \rightarrow CS_0 = [1; +\infty)$
4. $(|x| + x - 2 = x^3 - 1 \vee |x| + x - 2 = 1 - x^3)$
5. $(|x| = x^3 - x + 1 \vee |x| = -x^3 - x + 3)$
6. $|x| = x^3 - x + 1$
7. $x^3 - x + 1 \geq 0 \wedge (x = x^3 - x + 1 \vee x = -x^3 + x - 1)$
8. $x^3 - x + 1 \geq 0 \wedge \left(x = 1 \vee x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \vee x = -1 \right)$
9. $CS_1 = \left\{ 1, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, -1 \right\}$
10. $|x| = -x^3 - x + 3$
11. $-x^3 - x + 3 \geq 0 \wedge (x = -x^3 - x + 3 \vee x = x^3 + x - 3)$
12. $x^3 + x - 3 \leq 0 \wedge (x = 1 \vee x = \sqrt[3]{3})$
13. $CS_2 = \{1\}$
14. $CS_{1,2} = \left\{ 1, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, -1 \right\} \cup \{1\} = \left\{ 1, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, -1 \right\}$
15. $CS = [1; +\infty) \cap \left\{ 1, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, -1 \right\} = \{1\}$

13. $6 - 3x = 2|1 + x + |x||$

PROPORCIONES

RAZONES

1. $6 - 3x = 2|1 + x + |x||$
2. $(6 - 3x) / 2 = |1 + x + |x||$
3. $3 - \frac{3}{2}x = |1 + x + |x||$
4. $3 - \frac{3}{2}x \geq 0 \wedge \left(1 + x + |x| = 3 - \frac{3}{2}x \vee 1 + x + |x| = -3 + \frac{3}{2}x \right)$
5. $3 - \frac{3}{2}x \geq 0 \rightarrow CS_0 = (-\infty, 2]$

$$6. \left(1+x+|x|=3-\frac{3}{2}x \vee 1+x+|x|=-3+\frac{3}{2}x \right)$$

$$7. \left(|x|=2-\frac{5}{2}x \vee |x|=-4+\frac{1}{2}x \right)$$

$$8. |x|=2-\frac{5}{2}x$$

$$9. 2-\frac{5}{2}x \geq 0 \wedge \left(x=2-\frac{5}{2}x \vee x=-2+\frac{5}{2}x \right)$$

$$10. x \leq 4/5 \wedge (x=4/7 \vee x=4/3)$$

$$11. CS_1 = \{4/7\}$$

$$12. |x|=-4+\frac{1}{2}x$$

$$13. -4+\frac{1}{2}x \geq 0 \wedge \left(x=-4+\frac{1}{2}x \vee x=4-\frac{1}{2}x \right)$$

$$14. x \geq 8 \wedge (x=-8 \vee x=8/3)$$

$$15. CS_2 = \{ \}$$

$$16. CS_{1,2} = \{4/7\} \cup \{ \} = \{4/7\}$$

$$17. CS = (-\infty, 2] \cap \{4/7\} = \{4/7\}$$

$$14. |2x-3+|x+1||=9$$

PROPOSICIONES

$$1. |2x-3+|x+1||=9$$

$$2. 9 \geq 0 \wedge (2x-3+|x+1|=9 \vee 2x-3+|x+1|=-9)$$

$$3. (2x-3+|x+1|=9 \vee 2x-3+|x+1|=-9)$$

$$4. (|x+1|=12-2x \vee |x+1|=-6-2x)$$

$$5. |x+1|=12-2x$$

$$6. 12-2x \geq 0 \wedge (x+1=12-2x \vee x+1=-12+2x)$$

$$7. x \leq 6 \wedge \left(x=\frac{11}{3} \vee x=13 \right)$$

$$8. CS_1 = \left\{ \frac{11}{3} \right\}$$

$$9. |x+1|=-6-2x$$

$$10. -6-2x \geq 0 \wedge (x+1=-6-2x \vee x+1=6+2x)$$

$$11. x \leq -3 \wedge \left(x=-\frac{7}{3} \vee x=-5 \right)$$

$$12. CS_2 = \{-5\}$$

$$13. CS = \left\{ \frac{11}{3} \right\} \cup \{-5\} = \left\{ -5; \frac{11}{3} \right\}$$

RAZONES

$$15. |1-3x+|x+2||+x=-3$$

PROPOSICIONES

$$1. |1-3x+|x+2||+x=-3$$

$$2. |1-3x+|x+2||=-3-x$$

$$3. -3-x \geq 0 \wedge (1-3x+|x+2|=-3-x \vee 1-3x+|x+2|=3+x)$$

$$4. -3-x \geq 0 \rightarrow CS_0 = (-\infty, -3]$$

$$5. (1-3x+|x+2|=-3-x \vee 1-3x+|x+2|=3+x)$$

$$6. (|x+2|=-4+2x \vee |x+2|=2+4x)$$

$$7. |x+2|=-4+2x$$

RAZONES

8. $-4+2x \geq 0 \wedge (x+2 = -4+2x \vee x+2 = 4-2x)$
9. $x \geq 2 \wedge (x=6 \vee x=2/3)$
10. $CS_1 = \{6\}$
11. $|x+2| = 2+4x$
12. $2+4x \geq 0 \wedge (x+2 = 2+4x \vee x+2 = -2-4x)$
13. $x \geq -1/2 \wedge (x=0 \vee x=-4/5)$
14. $CS_2 = \{0\}$
15. $CS_{1,2} = \{6\} \cup \{0\} = \{0;6\}$
16. $CS = (-\infty, -3] \cap \{0;6\} = \{ \}$

16. $3|x+4-|x-5||-2=x$

PROPOSICIONES

1. $3|x+4-|x-5||-2=x$
2. $|x+4-|x-5|| = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$
3. $\frac{x}{3} + \frac{2}{3} \geq 0 \wedge (x+4-|x-5| = \frac{x}{3} + \frac{2}{3} \vee x+4-|x-5| = -\frac{x}{3} - \frac{2}{3})$
4. $\frac{x}{3} + \frac{2}{3} \geq 0 \rightarrow [-2, +\infty)$
5. $(x+4-|x-5| = \frac{x}{3} + \frac{2}{3} \vee x+4-|x-5| = -\frac{x}{3} - \frac{2}{3})$
6. $(|x-5| = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \vee |x-5| = \frac{4}{3}x + \frac{14}{3})$
7. $\frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \geq 0 \wedge (x-5 = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \vee x-5 = -\frac{2}{3}x - \frac{10}{3})$
8. $x \geq -5 \wedge (x=25 \vee x=1)$
9. $CS_1 = \{25;1\}$
10. $\frac{4}{3}x + \frac{14}{3} \geq 0 \wedge (x-5 = \frac{4}{3}x + \frac{14}{3} \vee x-5 = -\frac{4}{3}x - \frac{14}{3})$
11. $x \geq -\frac{7}{2} \wedge (x=-29 \vee x=\frac{1}{7})$
12. $CS_2 = \{1/7\}$
13. $CS_{1,2} = \{25;1\} \cup \left\{\frac{1}{7}\right\} = \left\{25;1;\frac{1}{7}\right\}$
14. $CS = [-2, +\infty) \cap \left\{25;1;\frac{1}{7}\right\} = \left\{\frac{1}{7};1;25\right\}$

RAZONES

17. $|1+x+|x-2||+2x=3$

PROPOSICIONES

1. $|1+x+|x-2||+2x=3$
2. $|1+x+|x-2|| = 3-2x$
3. $3-2x \geq 0 \wedge (1+x+|x-2| = 3-2x \wedge 1+x+|x-2| = -3+2x)$
4. $3-2x \geq 0 \wedge (|x-2| = 2-3x \vee |x-2| = -4+x)$
5. $3-2x \geq 0 \rightarrow CS_0 = (-\infty, 3/2]$
6. $|x-2| = 2-3x$
7. $2-3x \geq 0 \wedge (x-2 = 2-3x \vee x-2 = -2+3x)$
8. $x \leq 2/3 \wedge (x=1 \vee x=0)$
9. $CS_1 = \{0\}$

RAZONES

10. $|x-2| = -4+x$
 11. $-4+x \geq 0 \wedge (x-2 = -4+x \vee x-2 = 4-x)$
 12. $x \geq 4 \wedge (0 = -2 \vee x = 3)$
 13. $CS_2 = \{ \}$
 14. $CS_{1,2} = \{0\} \cup \{ \} = \{0\}$
 15. $CS = (-\infty, 3/2] \cap \{0\} = \{0\}$
 18. $3|x+2-|x-5||-4 = 2x$

PROPOSICIONES**RAZONES**

1. $3|x+2-|x-5||-4 = 2x$
 2. $|x+2-|x-5|| = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$
 3. $\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \geq 0 \wedge \left(x+2-|x-5| = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \wedge x+2-|x-5| = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3} \right)$
 4. $\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \geq 0 \rightarrow CS_0 = [-2, +\infty)$
 5. $\left(x+2-|x-5| = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \wedge x+2-|x-5| = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3} \right)$
 6. $\left(|x-5| = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \wedge |x-5| = \frac{5}{3}x + \frac{10}{3} \right)$
 7. $|x-5| = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
 8. $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \geq 0 \wedge \left(x-5 = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \vee x-5 = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \right)$
 9. $x \geq -2 \wedge \left(x = \frac{17}{2} \vee x = \frac{13}{4} \right)$
 10. $CS_1 = \left\{ \frac{17}{2}, \frac{13}{4} \right\}$
 11. $|x-5| = \frac{5}{3}x + \frac{10}{3}$
 12. $\frac{5}{3}x + \frac{10}{3} \geq 0 \wedge \left(x-5 = \frac{5}{3}x + \frac{10}{3} \vee x-5 = -\frac{5}{3}x - \frac{10}{3} \right)$
 13. $x \geq -2 \wedge \left(x = -\frac{25}{2} \vee x = \frac{5}{8} \right)$
 14. $CS_2 = \left\{ \frac{5}{8} \right\}$
 15. $CS_{1,2} = \left\{ \frac{17}{2}, \frac{13}{4} \right\} \cup \left\{ \frac{5}{8} \right\} = \left\{ \frac{17}{2}, \frac{13}{4}, \frac{5}{8} \right\}$
 16. $CS = [-2, +\infty) \cap \left\{ \frac{17}{2}, \frac{13}{4}, \frac{5}{8} \right\} = \left\{ \frac{17}{2}, \frac{13}{4}, \frac{5}{8} \right\}$

19. $0 = |2x-4+|x^2-4||-8$

PROPOSICIONES**RAZONES**

1. $0 = |2x-4+|x^2-4||-8$
 2. $|2x-4+|x^2-4|| = 8$
 3. $8 \geq 0 \wedge (2x-4+|x^2-4| = 8 \vee 2x-4+|x^2-4| = -8)$
 4. $(2x-4+|x^2-4| = 8 \vee 2x-4+|x^2-4| = -8)$
 5. $(|x^2-4| = -2x+12 \vee |x^2-4| = -2x-4)$
 6. $|x^2-4| = -2x+12$
 7. $-2x+12 \geq 0 \wedge (x^2-4 = -2x+12 \vee x^2-4 = 2x-12)$

8. $x \leq 6 \wedge (x = -1 + \sqrt{17} \vee x = -1 - \sqrt{17})$
9. $CS_1 = \{-1 - \sqrt{17}; -1 + \sqrt{17}\}$
10. $|x^2 - 4| = -2x - 4$
11. $-2x - 4 \geq 0 \wedge (x^2 - 4 = -2x - 4 \vee x^2 - 4 = 2x + 4)$
12. $x \leq -2 \wedge (x = 0 \vee x = -2 \vee x = 4)$
13. $CS = \{-2\}$
14. $CS = \{-1 - \sqrt{17}; -2; -1 + \sqrt{17}\}$

20. $x + 6 = |x + |x^2 - 4||$

PROPOSICIONES

RAZONES

1. $x + 6 = |x + |x^2 - 4||$
2. $x + 6 \geq (x + |x^2 - 4| = x + 6 \vee x + |x^2 - 4| = -x - 6)$
3. $x + 6 \geq 0 \rightarrow CS_0 = [-6, +\infty)$
4. $(x + |x^2 - 4| = x + 6 \vee x + |x^2 - 4| = -x - 6)$
5. $(|x^2 - 4| = 6 \vee |x^2 - 4| = -2x - 6)$
6. $|x^2 - 4| = 6$
7. $6 \geq 0 \wedge (x^2 - 4 = 6 \vee x^2 - 4 = -6)$
8. $6 \geq 0 \wedge (x = \sqrt{10} \vee x = -\sqrt{10})$
9. $CS_1 = \{-\sqrt{10}, \sqrt{10}\}$
10. $|x^2 - 4| = -2x - 6$
11. $-2x - 6 \geq 0 \wedge (x^2 - 4 = -2x - 6 \vee x^2 - 4 = 2x + 6)$
12. $x \leq -3 \wedge (x = 1 + \sqrt{11} \vee x = 1 - \sqrt{11})$
13. $CS_2 = \{ \}$
14. $CS_{1,2} = \{\sqrt{10}, -\sqrt{10}\} \cup \{ \} = \{\sqrt{10}, -\sqrt{10}\}$
15. $CS = [-6, +\infty) \cap \{\sqrt{10}, -\sqrt{10}\} = \{\sqrt{10}, -\sqrt{10}\}$

CAPÍTULO 3

ECUACIONES TRASCENDENTES

EXPONENCIAL - LOGARÍTMICA - TRIGONOMÉTRICA

ECUACIÓN EXPONENCIAL EN UNA VARIABLE

PÁGINA 66

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $3^x = 81$

PROPOSICIONES

1. $3^x = 81$

2. $3^x = 3^4$

3. $x = 4$

4. $CS = \{4\}$

RAZONES

Dato

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. CS.

2. $5^{x+2} = 625$

PROPOSICIONES

1. $5^{x+2} = 625$

2. $5^{x+2} = 5^4$

3. $x + 2 = 4$

4. $x = 2$

5. $CS = \{2\}$

RAZONES

Dato

Def. a^n

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Def. CS.

3. $2^{x-2} = 1024$

PROPOSICIONES

1. $2^{x-2} = 1024$

2. $2^{x-2} = 2^{10}$

3. $x - 2 = 10$

4. $x = 12$

5. $CS = \{12\}$

RAZONES

Dato

Def. a^n

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS.

4. $3 \cdot 5^x = 75$

PROPOSICIONES

1. $3 \cdot 5^x = 75$

2. $5^x = 75 / 3$

3. $5^x = 25$

4. $5^x = 5^2$

5. $x = 2$

6. $CS = \{2\}$

RAZONES

Dato

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación

Def. a^n

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. CS.

5. $9 \cdot 3^{x-1} = 243$

PROPOSICIONES

1. $9 \cdot 3^{x-1} = 243$

2. $3^{x-1} = 27$

3. $3^{x-1} = 3^3$

4. $x - 1 = 3$

5. $x = 4$

6. $CS = \{4\}$

RAZONES

Dato

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$ y Simplificación

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Def. CS.

6. $7^{x+1} \cdot 7^x = 7^{x-1} \cdot 1/7$

PROPOSICIONES

1. $7^{x+1} \cdot 7^x = 7^{x-1} (1/7)$

2. $7^{x+1} \cdot 7^x \cdot 7 = 7^{x-1}$

3. $7^{2x+2} = 7^{x-1}$

4. $2x + 2 = x - 1$

5. $x = -3$

6. $CS = \{-3\}$

RAZONES

Dato

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. TS.

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Def. CS.

7. $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$

PROPOSICIONES

1. $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$

2. $3^x \cdot 3^{-1} + 3^x + 3^x \cdot 3^1 = 117$

3. $3^x (3^{-1} + 1 + 3^1) = 117$

4. $3^x (13/3) = 117$

RAZONES

Dato

T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Factor común

Términos semejantes

$$5. 3^x(13/3) = 117$$

$$6. 3^x = 27$$

$$7. 3^x = 3^3$$

$$8. x = 3$$

$$9. CS = \{3\}$$

$$8. 3^{2x-1} + 8 \cdot 3^{x-1} = 3$$

PROPOSICIONES

$$1. 3^{2x-1} + 8 \cdot 3^{x-1} = 3$$

$$2. 3^{2x} \cdot 3^{-1} + 8 \cdot 3^x \cdot 3^{-1} = 3$$

$$3. 3^{-1}(3^{2x} + 8 \cdot 3^x) = 3$$

$$4. (1/3)(3^{2x} + 8 \cdot 3^x) = 3$$

$$5. 3^{2x} + 8 \cdot 3^x = 3 \cdot 3$$

$$6. 3^{2x} + 8 \cdot 3^x = 9$$

$$7. 3^{2x} + 8 \cdot 3^x - 9 = 0$$

$$8. y^2 + 8y - 9 = 0$$

$$9. y_1 = 1 \vee y_2 = -9$$

$$10. 3^x = 1 \vee 3^x = -9$$

$$11. 3^x = 3^0$$

$$12. x = 0$$

$$13. CS = \{0\}$$

$$9. 9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 1 = -80$$

PROPOSICIONES

$$1. 9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 1 = -80$$

$$2. 3^{2x} - 2 \cdot 3^x \cdot 3^2 + 1 = -80$$

$$3. 3^{2x} - 18 \cdot 3^x + 1 = -80$$

$$4. 3^{2x} - 18 \cdot 3^x + 81 = 0$$

$$5. y^2 - 18y + 81 = 0$$

$$6. y = 9$$

$$7. 3^x = 9$$

$$8. 3^x = 3^2$$

$$9. x = 2$$

$$10. CS = \{2\}$$

$$10. 5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. 5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$$

$$2. y^2 - 30y + 125 = 0$$

$$3. y_1 = 25 \vee y_2 = 5$$

$$4. 5^x = 25 \vee 5^x = 5$$

$$5. 5^x = 5^2 \vee 5^x = 5^1$$

$$6. x = 2 \vee x = 1$$

$$7. CS = \{1; 2\}$$

$$11. 2 - 3^{-x} + 3^{x+1} = 0$$

PROPOSICIONES

$$1. 2 - 3^{-x} + 3^{x+1} = 0$$

$$2. 2 - 3^{-x} + 3^x \cdot 3 = 0$$

$$3. 2 - y^{-1} + 3y = 0$$

$$4. 2 - (1/y) + 3y = 0$$

$$5. 3y^2 + 2y - 1 = 0$$

$$6. y_1 = 3^{-1} \vee y_2 = -1$$

$$7. 3^x = 3^{-1} \vee 3^x = -1$$

$$8. x = -1$$

$$9. CS = \{-1\}$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Def. (x)

Def. a^n

$$T: a^p = a^q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$T: a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Factor común

$$T: a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Def. (x)

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Sustitución $3^x = y$

Raíces de la ecuación 8

Sustitución $y = 3^x$

Def. a^n

$$T: a^p = a^q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: (a^m)^n = a^{m \cdot n} \text{ y } T: a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Def. a^n . Def. (x)

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c. TS.$$

Sustitución $3^x = y$

Raíz de la ecuación 7

Sustitución $y = 3^x$

Def. a^n

$$T: a^p = a^q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. CS.

RAZONES

Dato

Sustitución $5^x = y$

Raíz de la ecuación 7

Sustitución $y = 5^x$

Def. a^n

$$T: a^p = a^q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$T: a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Sustitución $3^x = y$

$$T: a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$$

Operaciones combinadas

Raíces de la ecuación 5

Sustitución $y = 3^x$

$$T: a^p = a^q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. CS.

12. $27^x + 9^{3x} - 12 = 0$

PROPOSICIONES

1. $27^x + 9^{3x} - 12 = 0$
2. $(3^3)^x + (3^2)^{3x} - 12 = 0$
3. $3^{3x} + (3^{3x})^2 - 12 = 0$
4. $y + y^2 - 12 = 0$
5. $y_1 = 3 \vee y_2 = -4$
6. $3^{3x} = 3 \vee 3^{3x} = -4$
7. $3x = 1$
8. $x = 1/3$
9. $CS = \{1/3\}$

13. $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{4x} + 4^{2x} + 12 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{4x} + 4^{2x} + 12 = 0$
2. $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 4^{2x} + 4^{2x} + 12 = 0$
3. $2y - 5y^2 + y^2 + 12 = 0$
4. $4y^2 - 2y - 12 = 0$
5. $y_1 = 2 \vee y_2 = -3/2$
6. $4^x = 2 \vee 4^x = -3/2$
7. $2^{2x} = 2 \vee 2^{2x} = -3/2$
8. $2x = 1$
9. $x = 1/2$
10. $CS = \{1/2\}$

14. $5^{x+2} \cdot 5^{x-1} = 5^{x^2+1}$

PROPOSICIONES

1. $5^{x+2} \cdot 5^{x-1} = 5^{x^2+1}$
2. $5^{2x+1} = 5^{x^2+1}$
3. $2x+1 = x^2+1$
4. $x^2 - 2x = 0$
5. $x(x-2) = 0$
6. $x = 0 \vee x = 2$
7. $CS = \{0; 2\}$

15. $\sqrt{x}a^2 / \sqrt[3x]{a^4} = \sqrt[3]{a^{x \cdot x - 3}}; a > 0$

PROPOSICIONES

1. $\sqrt{x}a^2 / \sqrt[3x]{a^4} = \sqrt[3]{a^{x \cdot x - 3}}$
2. $a^x / a^{\frac{4}{3x}} = a^{\frac{x^2-3}{3}}$
3. $a^{\frac{2}{x} - \frac{4}{3x}} = a^{\frac{x^2-3}{3}}$
4. $\frac{2}{x} - \frac{4}{3x} = \frac{x^2-3}{3}$
5. $\frac{6x-4x}{3x^2} = \frac{x^2-3}{3}$
6. $18x - 12x = 3x^4 - 9x^2$
7. $6x = 3x^4 - 9x^2$
8. $3x^4 - 9x^2 - 6x = 0$
9. $3x(x^3 - 3x - 2) = 0$
10. $3x(x+1)^2(x-2) = 0$
11. $x_1 = 0 \vee x_2 = -1 \vee x_3 = 2$
12. $CS = \{-1; 2\}$

RAZONES

Dato

Def. a^n .

T: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Sustitución $3^{3x} = y$

Raíces de la ecuación 4

Sustitución $3^{3x} = y$

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Def. CS.

RAZONES

Datos

Def. a^n .

Sustitución $4^x = y$

TS. Cambio de signos.

Raíces de la ecuación 4

Sustitución $y = 4^x$

Def. a^n

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Def. CS.

RAZONES

Datos

T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. TS.

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$. TS.

Factor común.

TF0. T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Def. CS.

RAZONES

Datos

T: $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}; a > 0$

T: $a^m / a^n = a^{m-n}; a \neq 0$. TS.

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

mcm

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$. Def. (x)

Términos semejantes

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Factor común

Factorización

Raíces de la ecuación 10

Def. CS.

$$16. \sqrt{a^{6/x}} \cdot \sqrt[4]{a^{x \cdot x}} = \sqrt[3]{a^x} \cdot \sqrt[6]{a^{11x+3}}; a > 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \sqrt{a^{6/x}} \cdot \sqrt[4]{a^{x \cdot x}} = \sqrt[3]{a^x} \cdot \sqrt[6]{a^{11x+3}}$$

$$2. a^{\frac{6}{2x}} \cdot a^{\frac{x^2}{4}} = a^{\frac{x}{3}} \cdot a^{\frac{11x+3}{6}}$$

$$3. a^{\frac{3}{x}} \cdot a^{\frac{x^2}{4}} = a^{\frac{x}{3}} \cdot a^{\frac{11x+3}{6}}$$

$$4. a^{\frac{3}{x} + \frac{x^2}{4}} = a^{\frac{x}{3} + \frac{11x+3}{6}}$$

$$5. \frac{3}{x} + \frac{x^2}{4} = \frac{x}{3} + \frac{11x+3}{6}$$

$$6. \frac{12+x^3}{4x} = \frac{2x+11x+3}{6}$$

$$7. \frac{12+x^3}{4x} = \frac{13x+3}{6}$$

$$8. 72+6x^3 = 52x^2+12x$$

$$9. 6x^3 - 52x^2 - 12x + 72 = 0$$

$$10. x_1 = -1,21 \vee x_2 = 1,14 \vee x_3 = 8,74$$

$$11. CS = \{-1,21; 1,14; 8,74\}$$

$$17. \sqrt[4]{a^{x^2-1}} / a^3 = \sqrt[3]{a^{x+4}}; a > 0$$

PROPOSICIONES

$$1. \sqrt[4]{a^{x^2-1}} / a^3 = \sqrt[3]{a^{x+4}}$$

$$2. a^{\frac{x^2-1}{4}} / a^3 = a^{\frac{x+4}{3}}$$

$$3. a^{\frac{x^2-13}{4}} = a^{\frac{x+4}{3}}$$

$$4. \frac{x^2-13}{4} = \frac{x+4}{3}$$

$$5. 3x^2 - 39 = 4x + 16$$

$$6. 3x^2 - 4x - 55 = 0$$

$$7. x_1 = 5 \vee x_2 = -11/3$$

$$8. CS = \{5; -11/3\}$$

$$18. a^{x^2-x+1} = 1/a^{z-3}; a > 0, [z = \sqrt{2}]$$

PROPOSICIONES

$$1. a^{x^2-x+1} = 1/a^{z-3}$$

$$2. a^{x^2-x+1} = a^{-z+3}$$

$$3. x^2 - x + 1 = -z + 3$$

$$4. x^2 - x - 2 + z = 0$$

$$5. x = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{9-4z}}{2}$$

$$6. CS = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{9-4z}}{2}; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{9-4z}}{2} \right\}$$

$$19. a^{3x+5} - a^{2x} = 0; a > 0$$

PROPOSICIONES

$$1. a^{3x+5} - a^{2x} = 0$$

$$2. a^{3x+5} = a^{2x}$$

$$3. 3x+5 = 2x$$

$$4. 3x-2x+5 = 0$$

$$5. x+5 = 0$$

$$6. x = -5$$

$$7. CS = \{-5\}$$

RAZONES

Dato

$$T: a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}; a > 0$$

Simplificación

$$T: a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$T: a^P = a^Q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$$

mcm

Términos semejantes

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0. \text{ Def. (x)}$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Raíces de la ecuación 9

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$T: a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}; a > 0$$

$$T: a^m / a^n = a^{m-n}; a \neq 0. \text{ TS.}$$

$$T: a^P = a^Q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0. \text{ Def. (x)}$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b. \text{ TS.}$$

Raíces de la ecuación 6

Def. CS.

RAZONES

Datos

$$T: a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$$

$$T: a^P = a^Q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b. \text{ TS.}$$

Raíces de la ecuación 4

Def. CS.

RAZONES

Datos

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

$$T: a^P = a^Q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Términos semejantes

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Def. CS.

20. $3^x = 243$

PROPOSICIONES

1. $3^x = 243$
2. $3^x = 3^5$
3. $x = 5$
4. $CS = \{5\}$

21. $4^{x+5} = 1/64$

PROPOSICIONES

1. $4^{x+5} = 1/64$
2. $4^{x+5} = 1/4^3$
3. $4^{x+5} = 4^{-3}$
4. $x+5 = -3$
5. $x = -3-5$
6. $x = -8$
7. $CS = \{-8\}$

22. $4^{2x+3} \cdot 4^{x+1} = 1/16$

PROPOSICIONES

1. $4^{2x+3} \cdot 4^{x+1} = 1/16$
2. $4^{2x+3} \cdot 4^{x+1} = 1/4^2$
3. $4^{2x+3} \cdot 4^{x+1} = 4^{-2}$
4. $4^{2x+3+x+1} = 4^{-2}$
5. $4^{3x+4} = 4^{-2}$
6. $3x+4 = -2$
7. $3x = -2-4$
8. $3x = -6$
9. $x = -6/3$
10. $x = -2$
11. $CS = \{-2\}$

23. $2^{x^2+2x} = 1/2$

PROPOSICIONES

1. $2^{x^2+2x} = 1/2$
2. $2^{x^2+2x} = 2^{-1}$
3. $x^2+2x = -1$
4. $x^2+2x+1 = 0$
5. $(x+1)(x+1) = 0$
6. $x+1 = 0$
7. $x = -1$
8. $CS = \{-1\}$

24. $(0,5)^{x^2+x} = (0,5)^2$

PROPOSICIONES

1. $(0,5)^{x^2+x} = (0,5)^2$
2. $x^2+x = 2$
3. $x^2+x-2 = 0$
4. $(x+2)(x-1) = 0$
5. $x+2 = 0 \vee x-1 = 0$
6. $x = -2 \vee x = 1$
7. $CS = \{-2, 1\}$

25. $5^x \cdot 125 = 1/625$

PROPOSICIONES

1. $5^x \cdot 125 = 1/625$
2. $5^x \cdot 5^3 = 1/5^4$
3. $5^x \cdot 5^3 = 5^{-4}$
4. $5^{x+3} = 5^{-4}$
5. $x+3 = -4$
6. $x = -7$
7. $CS = \{-7\}$

RAZONES

Datos

Def. a^n .T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. CS.

RAZONES

Datos

Def. a^n T: $a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$ T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

Def. CS.

RAZONES

Datos

Def. a^n T: $a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$ T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Términos semejantes

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Simplificación

Def. CS.

RAZONES

Datos

T: $a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$ T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Factorización

TFO

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS.

RAZONES

Datos

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Factorización

TFO

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Def. CS.

RAZONES

Datos

Def. a^n .T: $a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$ T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$ T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Def. CS.

26. $2^{1-x^2} = 1/8$

PROPOSICIONES

1. $2^{1-x^2} = 1/8$
2. $2^{1-x^2} = 1/2^3$
3. $2^{1-x^2} = 2^{-3}$
4. $1-x^2 = -3$
5. $-x^2 = -3-1$
6. $-x^2 = -4$
7. $x^2 = 4$
8. $x = \sqrt{4} \vee x = -\sqrt{4}$
9. $x = 2 \vee x = -2$
10. $CS = \{-2; 2\}$

27. $(5/4)^x (4/5)^{x-2} = 1$

PROPOSICIONES

1. $(5/4)^x (4/5)^{x-2} = 1$
2. $(5/4)^x (5/4)^{-x+2} = 1$
3. $(5/4)^{x-x+2} = 1$
4. $(5/4)^2 = 1$
5. $(5/4)^2 = (5/4)^0$
6. $2 = 0$ (F)
7. $CS = \{ \}$

28. $3^{x+1} \left(\frac{1}{9}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+4}$

PROPOSICIONES

1. $3^{x+1} \left(\frac{1}{9}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+4}$
2. $3^{x+1} \left(\frac{1}{3^2}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+4}$
3. $3^{x+1} (3^{-2})^{x-3} = (3^{-1})^{2x+4}$
4. $3^{x+1} \cdot 3^{-2x+6} = 3^{-2x-4}$
5. $3^{-x+7} = 3^{-2x-4}$
6. $-x+7 = -2x-4$
7. $x = -11$
8. $CS = \{-11\}$

29. $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$

PROPOSICIONES

1. $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$
2. $2^x 2^3 + 2^{2x} 2^2 - 320 = 0$
3. $2^x \cdot 8 + 2^{2x} \cdot 4 - 320 = 0$
4. $2^x \cdot 8 + (2^x)^2 \cdot 4 - 320 = 0$
5. $4y^2 + 8y - 320 = 0$
6. $y = 8 \vee y = -10$
7. $2^x = 8 \vee 2^x = -10$
8. $2^x = 2^3$
9. $x = 3$
10. $CS = \{3\}$

30. $2^{x^2-2x-25} = 1$

PROPOSICIONES

1. $2^{x^2-2x-25} = 1$
2. $2^{x^2-2x-25} = 2^0$
3. $x^2 - 2x - 25 = 0$
4. $x = 1 + \sqrt{26} \vee x = 1 - \sqrt{26}$
5. $CS = \{1 + \sqrt{26}; 1 - \sqrt{26}\}$

RAZONES

Datos

Def. a^n .

T: $a^{-n} = 1/a^n$; $a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q$; $a > 0 \wedge a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

T: $-a = -b \Leftrightarrow a = b$

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}$; $k > 0$

Def. $\sqrt{a}$

Def. CS.

RAZONES

Datos

T: $a^{-n} = 1/a^n$; $a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$

T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Términos semejantes

T: $a^0 = 1$; $a \neq 0$

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q$; $a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. CS.

RAZONES

Datos

Def. a^n .

T: $a^{-n} = 1/a^n$; $a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$

T: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ y TS

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q$; $a > 0 \wedge a \neq 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Def. CS.

RAZONES

Datos

Def. a^n . T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Def. a^n .

T: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Sustitución $2^x = y$

Raíces de la ecuación 5

Sustitución $y = 2^x$

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q$; $a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. CS.

RAZONES

Datos

T: $a^0 = 1$; $a \neq 0$

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q$; $a > 0 \wedge a \neq 1$

Raíces de la ecuación 3

Def. CS

POTENCIAS DE EXPONENTE IRRACIONAL

PÁGINA 67

1.- Calcular:

1. $2^{\sqrt{2}}$

Los valores racionales que se aproximan a $\sqrt{2}$ son: 1; 1,4; 1,41; 1,414; 1,4142

Las potencias sucesivas para los exponentes racionales son: 2^1 ; $2^{1,4}$; $2^{1,41}$; $2^{1,414}$; $2^{1,4142}$

Las cuales toman los siguientes valores: 2; 2,639; 2,657; 2,665; 2,665

$$\therefore 2^{\sqrt{2}} \approx 2,665$$

2. $3^{\sqrt{3}}$

Los valores racionales que se aproximan a $\sqrt{3}$ son: 2; 1,7; 1,73; 1,732; 1,7321

Las potencias sucesivas para los exponentes racionales son: 3^2 ; $3^{1,7}$; $3^{1,73}$; $3^{1,732}$; $3^{1,7321}$

Las cuales toman los siguientes valores: 9; 6,473; 6,690; 6,705; 6,705

$$\therefore 3^{\sqrt{3}} \approx 6,705$$

3. $5^{\sqrt{2}}$

Los valores racionales que se aproximan a $\sqrt{2}$ son: 1; 1,4; 1,41; 1,414; 1,4142

Las potencias sucesivas para los exponentes racionales son: 5^1 ; $5^{1,4}$; $5^{1,41}$; $5^{1,414}$; $5^{1,4142}$

Las cuales toman los siguientes valores: 5; 9,518; 9,673; 9,735; 9,738

$$\therefore 5^{\sqrt{2}} \approx 9,738$$

4. $7^{\sqrt{2}}$

Los valores racionales que se aproximan a $\sqrt{2}$ son: 1; 1,4; 1,41; 1,414; 1,4142

Las potencias sucesivas para los exponentes racionales son: 7^1 ; $7^{1,4}$; $7^{1,41}$; $7^{1,414}$; $7^{1,4142}$

Las cuales toman los siguientes valores: 7; 15,245; 15,545; 15,666; 15,672

$$\therefore 7^{\sqrt{2}} \approx 15,672$$

5. $3^{\sqrt{2}}$

Los valores racionales que se aproximan a $\sqrt{2}$ son: 1; 1,4; 1,41; 1,414; 1,4142

Las potencias sucesivas para los exponentes racionales son: 3^1 ; $3^{1,4}$; $3^{1,41}$; $3^{1,414}$; $3^{1,4142}$

Las cuales toman los siguientes valores: 3; 4,655; 4,706; 4,727; 4,728

$$\therefore 3^{\sqrt{2}} \approx 4,728$$

6. $6^{\sqrt{2}}$

Los valores racionales que se aproximan a $\sqrt{2}$ son: 1; 1,4; 1,41; 1,414; 1,4142

Las potencias sucesivas para los exponentes racionales son: 6^1 ; $6^{1,4}$; $6^{1,41}$; $6^{1,414}$; $6^{1,4142}$

Las cuales toman los siguientes valores: 6; 12,286; 12,508; 12,598; 12,602

$$\therefore 6^{\sqrt{2}} \approx 12,602$$

DEFINICIÓN DE LOGARITMO

PÁGINA 69

1.- Hallar los siguientes logaritmos:

1. $\log_{10} 1000$

PROPOSICIONES

1. $\log_{10} 1000 = x$

2. $10^x = 1000$

3. $10^x = 10^3$

4. $x = 3$

Verificación: $10^3 = 1000$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. a^n .

T: $a^P = a^Q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

2. $\log_3 81$

PROPOSICIONES

1. $\log_3 81 = x$

2. $3^x = 81$

3. $3^x = 3^4$

4. $x = 4$

Verificación: $3^4 = 81$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. a^n .

T: $a^P = a^Q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

3. $\log_5 125$

PROPOSICIONES

1. $\log_5 125 = x$
2. $5^x = 125$
3. $5^x = 5^3$
4. $x = 3$

Verificación: $5^3 = 125$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

4. $\log_2 64$

PROPOSICIONES

1. $\log_2 64 = x$
2. $2^x = 64$
3. $2^x = 2^6$
4. $x = 6$

Verificación: $2^6 = 64$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

5. $\log_2 512$

PROPOSICIONES

1. $\log_2 512 = x$
2. $2^x = 512$
3. $2^x = 2^9$
4. $x = 9$

Verificación: $2^9 = 512$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

6. $\log_{1/2} 1$

PROPOSICIONES

1. $\log_{1/2} 1 = x$
2. $(1/2)^x = 1$
3. $(1/2)^x = (1/2)^0$
4. $x = 0$

Verificación: $(1/2)^0 = 1$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

7. $\log_{10} 1$

PROPOSICIONES

1. $\log_{10} 1 = x$
2. $10^x = 1$
3. $10^x = 10^0$
4. $x = 0$

Verificación: $10^0 = 1$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

8. $\log_4 1$

PROPOSICIONES

1. $\log_4 1 = x$
2. $4^x = 1$
3. $4^x = 4^0$
4. $x = 0$

Verificación: $4^0 = 1$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

9. $\log_{10} 0,01$

PROPOSICIONES

1. $\log_{10} 0,01 = x$
2. $10^x = 0,01$
3. $10^x = 1/100$
4. $10^x = \frac{1}{10^2}$
5. $10^x = 10^{-2}$
6. $x = -2$

Verificación: $10^{-2} = 0,01$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Cambio a fracción

Def. a^n

T: $a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

10. $\log_7 49$

PROPOSICIONES

1. $\log_7 49 = x$

2. $7^x = 49$

3. $7^x = 7^2$

4. $x = 2$

Verificación: $7^2 = 49$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. a^n .

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

11. $\log_2 0,125$

PROPOSICIONES

1. $\log_2 0,125 = x$

2. $2^x = 0,125$

3. $2^x = 1/8$

4. $2^x = \frac{1}{2^3}$

5. $2^x = 2^{-3}$

6. $x = -3$

Verificación: $2^{-3} = 0,125$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Cambio a fracción

Def. a^n

T: $a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

12. $\log_5 0,2$

PROPOSICIONES

1. $\log_5 0,2 = x$

2. $5^x = 0,2$

3. $5^x = \frac{1}{5}$

4. $5^x = 5^{-1}$

5. $x = -1$

Verificación: $5^{-1} = 0,2$

RAZONES

Dato, representación

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Cambio a fracción

T: $a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$

T: $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q; a > 0 \wedge a \neq 1$

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

2.- Escribir en notación logarítmica las siguientes expresiones (notación exponencial):

1. $2^2 = 4$

Forma exponencial

$2^2 = 4$

Forma logarítmica

$\log_2 4 = 2$

2. $5^2 = 25$

Forma exponencial

$5^2 = 25$

Forma logarítmica

$\log_5 25 = 2$

3. $2^{-2} = 0,25$

Forma exponencial

$2^{-2} = 0,25$

Forma logarítmica

$\log_2 0,25 = -2$

4. $10^{-1} = 0,1$

Forma exponencial

$10^{-1} = 0,1$

Forma logarítmica

$\log_{10} 0,1 = -1$

5. $4^0 = 1$

Forma exponencial

$4^0 = 1$

Forma logarítmica

$\log_4 1 = 0$

6. $3^5 = 243$

Forma exponencial

$3^5 = 243$

Forma logarítmica

$\log_3 243 = 5$

7. $5^3 = 125$

Forma exponencial

$5^3 = 125$

Forma logarítmica

$\log_5 125 = 3$

8. $6^3 = 216$

Forma exponencial

$6^3 = 216$

Forma logarítmica

$\log_6 216 = 3$

9. $10^2 = 100$

Forma exponencial

$10^2 = 100$

Forma logarítmica

$\log_{10} 100 = 2$

10. $5^{1/2} = \sqrt{5}$

Forma exponencial

$5^{1/2} = \sqrt{5}$

Forma logarítmica

$\log_5 \sqrt{5} = 1/2$

11. $5^{\dagger} = \sqrt{5}$

Forma exponencial

$5^{\dagger} = \sqrt{5}$

Forma logarítmica

$\log_5 \sqrt{5} = \dagger$

12. $10^{1,39794} = 25$

Forma exponencial

$10^{1,39794} = 25$

Forma logarítmica

$\log 25 = 1,39794$

13. $10^{0,77815} = 6$

Forma exponencial

$10^{0,77815} = 6$

Forma logarítmica

$\log 6 = 0,77815$

14. $3^{\sqrt{2}} = 4,728$

Forma exponencial

$3^{\sqrt{2}} = 4,728$

Forma logarítmica

$\log_3 4,728 = \sqrt{2}$

15. $3^{\sqrt{3}} = 6,7049$

Forma exponencial

$3^{\sqrt{3}} = 6,7049$

Forma logarítmica

$\log_3 6,7049 = \sqrt{3}$

TEOREMA DE CAMBIO DE BASE**PÁGINA 70**

1.- Hallar los siguientes logaritmos en base 10, utilizando el teorema de cambio de base

1. $\log_5 625$

PROPOSICIONES

1. $\log_5 625 = x$

2. $\log_5 625 = \log 625 / \log 5$

3. $\log_5 625 = 2,7959 / 0,6990$

4. $\log_5 625 = 4$

5. $x = 4$

Verificación: $5^4 = 625$

RAZONES

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. $\div$

Sustitución 4 en 1

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

2. $\log_{0,7} 81$

PROPOSICIONES

1. $\log_{0,7} 81 = x$

2. $\log_{0,7} 81 = \log 81 / \log 0,7$

3. $\log_{0,7} 81 = 1,9085 / -0,1549$

4. $\log_{0,7} 81 = -12,32$

5. $x = -12,32$

Verificación: $0,7^{-12,32} = 81$

RAZONES

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. $\div$

Sustitución 4 en 1

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

3. $\log_5 125$

PROPOSICIONES

1. $\log_5 125 = x$

2. $\log_5 125 = \log 125 / \log 5$

3. $\log_5 125 = 2,0969 / 0,6990$

4. $\log_5 125 = 3$

5. $x = 3$

Verificación: $5^3 = 125$

RAZONES

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. $\div$

Sustitución 4 en 1

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

4. $\log_2 64$ **PROPOSICIONES**

1. $\log_2 64 = x$
2. $\log_2 64 = \log 64 / \log 2$
3. $\log_2 64 = 6$
4. $x = 6$

Verificación: $2^6 = 64$ **RAZONES**

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Sustitución 4 en 1

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$ 5. $\log_2 512$ **PROPOSICIONES**

1. $\log_2 512 = x$
2. $\log_2 512 = \log 512 / \log 2$
3. $\log_2 512 = 2,70927 / 0,30102$
4. $\log_2 512 = 9$
5. $x = 9$

Verificación: $2^9 = 512$ **RAZONES**

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. $\div$

Sustitución 4 en 1

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$ 6. $\log_{0,3} 729$ **PROPOSICIONES**

1. $\log_{0,3} 729 = x$
2. $\log_{0,3} 729 = \log 729 / \log 0,3$
3. $\log_{0,3} 729 = 2,86273 / -0,52288$
4. $\log_{0,3} 729 = -5,475$
5. $x = -5,475$

Verificación: $0,3^{-5,475} = 729$ **RAZONES**

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. $\div$

Sustitución 4 en 1

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$ 7. $\log_{0,5} 1$ **PROPOSICIONES**

1. $\log_{0,5} 1 = x$
2. $\log_{0,5} 1 = \log 1 / \log 0,5$
3. $\log_{0,5} 1 = 0 / -0,3$
4. $\log_{0,5} 1 = 0$
5. $x = 0$

Verificación: $0,5^0 = 1$ **RAZONES**

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. $\div$

Sustitución 4 en 1

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$ 8. $\log_{0,2} 1024$ **PROPOSICIONES**

1. $\log_{0,2} 1024 = x$
2. $\log_{0,2} 1024 = \log 1024 / \log 0,2$
3. $\log_{0,2} 1024 = 3,0102 / -0,6989$
4. $\log_{0,2} 1024 = -4,307$
5. $x = -4,307$

Verificación: $0,2^{-4,307} = 1024$ **RAZONES**

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. $\div$

Sustitución 4 en 1

D: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$ **TEOREMAS DE LOS LOGARITMOS****PÁGINA 71****1.- Demostrar (Trigonometría plana y esférica de Granville, PÁGINA 164)**

1. $\log_a (M/N) = \log_a M - \log_a N$

PROPOSICIONES

1. $\log_a M = x$
2. $\log_a N = y$
3. $a^x = M$

RAZONES

Dato 1

Dato 2

Forma exponencial en 1

4. $a^y = N$
5. $a^x / a^y = M / N$
6. $a^{x-y} = M / N$
7. $\log_a \left(\frac{M}{N} \right) = x - y$
8. $\log_a \left(\frac{M}{N} \right) = \log_a M - \log_a N$

2. $\log_a M^k = k \log_a M$

PROPOSICIONES

1. $\log_a M = x$
2. $a^x = M$
3. $a^{xk} = M^k$
4. $\log_a M^k = kx$
5. $\log_a M^k = k \log_a M$

3. $\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$

PROPOSICIONES

1. $\log_a M = x$
2. $a^x = M$
3. $\sqrt[n]{a^x} = \sqrt[n]{M}$
4. $a^{\frac{x}{n}} = \sqrt[n]{M}$
5. $\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{x}{n}$
6. $\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{\log_a M}{n}$

4. $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

PROPOSICIONES

1. $\log_a x = y$
2. $a^y = x$
3. $\log_b a^y = \log_b x$
4. $y \log_b a = \log_b x$
5. $y = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
6. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

2.- Hallar los siguientes logaritmos:

1. $\log_2 5 + \log_2 2$

PROPOSICIONES

1. $\log_2 5 + \log_2 2 = x$
2. $\log_2 (5 \cdot 2) = x$
3. $\log_2 (10) = x$
4. $\log_2 10 = \log_{10} 10 / \log_2 10$
5. $\log_2 10 = 3,32$
6. $x = 3,32$

2. $\log_{0,7} 1 - \log_{0,7} 3$

PROPOSICIONES

1. $\log_{0,7} 1 - \log_{0,7} 3 = x$
2. $\log_{0,7} (1/3) = x$
3. $\log_{0,7} (1/3) = \log_{10} (1/3) / \log_{10} 0,7$
4. $\log_{0,7} (1/3) = 3,080$
5. $x = 3,080$

Forma exponencial en 2

Dividimos 3 para 4

$$a^m / a^n = a^{m-n}$$

Forma logarítmica en 6

Sustitución 1 y 2 en 7

RAZONES

Dato

Forma exponencial en 1

$$T: a = b \Leftrightarrow a^n = b^n$$

Forma logarítmica en 3

Sustitución de 1 en 4

RAZONES

Dato 1

Forma exponencial en 1

$$\sqrt[n]{\quad} \text{ en 2}$$

Forma exponencial en 3

Forma logarítmica en 4

Sustitución 1 en 5

RAZONES

Dato

$$T: a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

$$T: \log_a M^k = k \log_a M$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Sustitución $\log_a x = y$

RAZONES

Dato

$$T: \log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$$

Def. (x)

$$T: \log_a x = \log_b x / \log_b a$$

Calculadora

Sustitución 3 en 5

RAZONES

Dato

$$T: \log_a (M / N) = \log_a M - \log_a N$$

$$T: \log_a x = \log_b x / \log_b a$$

Calculadora

Sustitución 2 en 4

3. $\log_5 4 - \log_5 6$

PROPOSICIONES

1. $\log_5 4 - \log_5 6 = x$
2. $\log_5 (4 / 6) = x$
3. $\log_5 (2 / 3) = x$
4. $\log_5 (2 / 3) = \log(2 / 3) / \log 5$
5. $\log_{0,7} (1 / 3) = -0,252$
6. $x = -0,252$

4. $\log_2 7 + \log_2 8$

PROPOSICIONES

1. $\log_2 7 + \log_2 8 = x$
2. $\log_2 (7 \cdot 8) = x$
3. $\log_2 (56) = x$
4. $\log_2 56 = \log 56 / \log 2$
5. $\log_2 56 = 5,807$
6. $x = 5,807$

5. $\log_{15} 9 - \log_{15} 11$

PROPOSICIONES

1. $\log_{15} 9 - \log_{15} 11 = x$
2. $\log_{15} (9 / 11) = x$
3. $\log_{15} (9 / 11) = \log(9 / 11) / \log 15$
4. $\log_{15} (9 / 11) = -0,0741$
5. $x = -0,0741$

6. $\log_{0,3} 12 - \log_{0,3} 5$

PROPOSICIONES

1. $\log_{0,3} 12 - \log_{0,3} 5 = x$
2. $\log_{0,3} (12 / 5) = x$
3. $\log_{0,3} (12 / 5) = \log(12 / 5) / \log 0,3$
4. $\log_{0,3} (12 / 5) = -0,7271$
5. $x = -0,7271$

7. $4 \log_{0,5} 3$

PROPOSICIONES

1. $4 \log_{0,5} 3 = x$
2. $4 \log_{0,5} 3 = 4 [\log 3 / \log 0,5]$
3. $4 \log_{0,5} 3 = 4 [0,4771 / -0,3010]$
4. $4 \log_{0,5} 3 = 4 [-1,5850]$
5. $4 \log_{0,5} 3 = -6,3399$
6. $x = -6,3399$

8. $3 \log_{0,2} 3$

PROPOSICIONES

1. $3 \log_{0,2} 3 = x$
2. $3 \log_{0,2} 3 = 3 [\log 3 / \log 0,2]$
3. $3 \log_{0,2} 3 = 3 [0,4771 / -0,6990]$
4. $3 \log_{0,2} 3 = 3 [-0,6826]$
5. $3 \log_{0,2} 3 = -2,0478$
6. $x = -2,0478$

RAZONES

Dato

T: $\log_a (M / N) = \log_a M - \log_a N$

Def. ($\div$)

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Sustitución 2 en 4

RAZONES

Dato

T: $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$

Def. ($\times$)

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Sustitución 3 en 5

RAZONES

Dato

T: $\log_a (M / N) = \log_a M - \log_a N$

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Sustitución 3 en 5

RAZONES

Dato

T: $\log_a (M / N) = \log_a M - \log_a N$

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Sustitución 3 en 5

RAZONES

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. ($\div$)

Def. ($\times$)

Sustitución 5 en 1

RAZONES

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. ($\div$)

Def. ($\times$)

Sustitución 5 en 1

9. $5\log_3 2$ **PROPOSICIONES**

1. $5\log_3 2 = x$
2. $5\log_3 2 = 5[\log 2 / \log 3]$
3. $5\log_3 2 = 5[0,30102 / 0,47712]$
4. $5\log_3 2 = 5[0,63091]$
5. $5\log_3 2 = 3,15455$
6. $x = 3,15455$

RAZONES

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. ($\div$)Def. ($\times$)

Sustitución 5 en 1

10. $\log_7 \sqrt{2}$ **PROPOSICIONES**

1. $\log_7 \sqrt{2} = x$
2. $\frac{1}{2}\log_7 2 = x$
3. $\frac{1}{2}\log_7 2 = \frac{1}{2}[\log 2 / \log 7]$
4. $\frac{1}{2}\log_7 2 = \frac{1}{2}[0,30102 / 0,84510]$
5. $\frac{1}{2}\log_7 2 = \frac{1}{2}[0,35619]$
6. $\frac{1}{2}\log_7 2 = 0,17810$
7. $x = 0,17810$

RAZONES

Dato

T: $\log_a \sqrt[n]{M} = 1/n \log_a M$

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. ($\div$)Def. ($\times$)

Sustitución 5 en 1

11. $\log_{1/2} \sqrt{7}$ **PROPOSICIONES**

1. $\log_{1/2} \sqrt{7} = x$
2. $\frac{1}{2}\log_{1/2} 7 = x$
3. $\frac{1}{2}\log_{1/2} 7 = \frac{1}{2}[\log 7 / \log \frac{1}{2}]$
4. $\frac{1}{2}\log_{1/2} 7 = \frac{1}{2}[0,84510 / -0,30103]$
5. $\frac{1}{2}\log_{1/2} 7 = \frac{1}{2}[-2,80736]$
6. $\frac{1}{2}\log_{1/2} 7 = -1,40368$
7. $x = -1,40368$

RAZONES

Dato

T: $\log_a \sqrt[n]{M} = 1/n \log_a M$

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. ($\div$)Def. ($\times$)

Sustitución 5 en 1

12. $\log_{5/2} \sqrt{5}$ **PROPOSICIONES**

1. $\log_{5/2} \sqrt{5} = x$
2. $\frac{1}{2}\log_{5/2} 5 = x$
3. $\frac{1}{2}\log_{5/2} 5 = \frac{1}{2}[\log 5 / \log \frac{5}{2}]$
4. $\frac{1}{2}\log_{5/2} 5 = \frac{1}{2}[0,69897 / 0,39794]$
5. $\frac{1}{2}\log_{5/2} 5 = \frac{1}{2}[1,75647]$
6. $\frac{1}{2}\log_{5/2} 5 = 0,87824$
7. $x = 0,87824$

RAZONES

Dato

T: $\log_a \sqrt[n]{M} = 1/n \log_a M$

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Calculadora

Def. ($\div$)Def. ($\times$)

Sustitución 5 en 1

ECUACIONES LOGARITMICAS

PÁGINA 74

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $\log 4x = 3$

PROPOSICIONES

- $\log 4x = 3$
- $10^3 = 4x$
- $4x = 1000$
- $x = 1000 / 4$
- $x = 250$
- $CS = \{250\}$

RAZONES

Dato

$$T: a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. a^n .

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Simplificación

Def. CS.

2. $\log(x-2) + \log x = \log 8$

PROPOSICIONES

- $\log(x-2) + \log x = \log 8$
- $\log[(x-2)x] = \log 8$
- $(x-2)x = 8$
- $x^2 - 2x = 8$
- $x^2 - 2x - 8 = 0$
- $x_1 = 4 \vee x_2 = -2$
- $CS = \{4\}$

RAZONES

Dato

$$T: \log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$$

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

Axi. Distributivo

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Raíces de la ecuación 5

Def. CS.

3. $\log[1/(2x+3)] = -2$

PROPOSICIONES

- $\log[1/(2x+3)] = -2$
- $\log 1 - \log(2x+3) = -2$
- $-\log(2x+3) = -2$
- $\log(2x+3) = 2$
- $10^2 = 2x+3$
- $100 = 2x+3$
- $x = 97/2$
- $CS = \{97/2\}$

RAZONES

Dato

$$T: \log_a(M/N) = \log_a M - \log_a N$$

Def. de logaritmo

Multiplicar (-1) a 3

$$T: a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. a^n .

Despeje de x

Def. CS.

4. $\log(x-5) + \log(x+4) = 1$

PROPOSICIONES

- $\log(x-5) + \log(x+4) = 1$
- $\log[(x-5)(x+4)] = 1$
- $\log(x^2 - x - 20) = 1$
- $10 = x^2 - x - 20$
- $x^2 - x - 30 = 0$
- $x_1 = 6 \vee x_2 = -5$
- $CS = \{6\}$

RAZONES

Dato

$$T: \log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$$

Def. (+)

$$T: a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c \text{ y TS.}$$

Raíces de la ecuación 5

Def. CS.

5. $\log(x^2 - 15x) = 3$

PROPOSICIONES

- $\log(x^2 - 15x) = 3$
- $10^3 = x^2 - 15x$
- $1000 = x^2 - 15x$
- $x^2 - 15x - 1000 = 0$
- $x_1 = 40 \vee x_2 = -25$
- $CS = \{40; -25\}$

RAZONES

Dato

$$T: a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. a^n .

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Raíces de la ecuación 4

Def. CS.

6. $201^{2x} = 100$

PROPOSICIONES

- $201^{2x} = 100$
- $\log 201^{2x} = \log 100$
- $2x \log 201 = \log 100$
- $2x = \log 100 / \log 201$

RAZONES

Dato

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

$$T: \log_a M^n = n \log_a M$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

5. $2x = 2 / 2,3032$
6. $2x = 0,8684$
7. $x = 0,4342$
8. $CS = 0,4342$

$\log x = y$ (calculadora)
Def. $\div$
Despeje de x
Def. CS

7. $201^{2x} = 100$

Observación: el ejercicio se repite (ejercicio 6)

8. $13,5^{2x} = 13,5$

PROPOSICIONES

1. $13,5^{2x} = 13,5$
2. $\log 13,5^{2x} = \log 13,5$
3. $2x \log 13,5 = \log 13,5$
4. $2x = \log 13,5 / \log 13,5$
5. $2x = 1$
6. $x = 1/2$
7. $CS = \{1/2\}$

RAZONES

Dato
T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$
T: $\log_a M^n = n \log_a M$
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
Simplificación
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
Def. CS .

9. $28,89^{7x} = 1$

PROPOSICIONES

1. $28,89^{7x} = 1$
2. $\log 28,89^{7x} = \log 1$
3. $7x \log 28,89 = \log 1$
4. $7x = \log 1 / \log 28,89$
5. $7x = 0 / 1,46$
6. $7x = 0$
7. $x = 0 / 7$
8. $x = 0$
9. $CS = \{0\}$

RAZONES

Dato
T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$
T: $\log_a M^n = n \log_a M$
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
 $\log x = y$ (calculadora)
Def. $\div$
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
Def. $\div$
Def. CS

10. $200^{x-5} = 100$

PROPOSICIONES

1. $200^{x-5} = 100$
2. $\log 200^{x-5} = \log 100$
3. $(x-5) \log 200 = \log 100$
4. $x-5 = \log 100 / \log 200$
5. $x-5 = 2 / 2,30103$
6. $x-5 = 0,86918$
7. $x = 0,86918 + 5$
8. $x = 5,86918$
9. $CS = \{5,86918\}$

RAZONES

Dato
T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$
T: $\log_a M^n = n \log_a M$
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
 $\log x = y$ (calculadora)
Def. $\div$
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Términos semejantes
Def. CS

11. $77 \cdot 9^{3x-7} = 45$

PROPOSICIONES

1. $77 \cdot 9^{3x-7} = 45$
2. $9^{3x-7} = 45 / 77$
3. $\log 9^{3x-7} = \log (45 / 77)$
4. $\log 9^{3x-7} = \log 0,58442$
5. $(3x-7) \log 9 = \log 0,58442$
6. $3x-7 = \log 0,58442 / \log 9$
7. $3x-7 = -0,23327 / 0,95424$
8. $3x-7 = -0,24446$
9. $3x = -0,24446 + 7$
10. $3x = 6,75554$
11. $x = 2,25185$
12. $CS = \{2,25185\}$

RAZONES

Dato
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$
Def. $\div$
T: $\log_a M^n = n \log_a M$
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
 $\log x = y$ (calculadora)
Def. $\div$
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Términos semejantes
Despeje de x
Def. CS

12. $307^{4x+9} = 52$

PROPOSICIONES

1. $307^{4x+9} = 52$
2. $\log 307^{4x+9} = \log 52$
3. $(4x+9)\log 307 = \log 52$
4. $4x+9 = \log 52 / \log 307$
5. $4x+9 = 1,716 / 2,487$
6. $4x+9 = 0,690$
7. $4x = 0,690 - 9$
8. $4x = -8,31$
9. $x = -2,0775$
10. $CS = \{-2,0775\}$

13. $5,09^{7x-6} = 200,3$

PROPOSICIONES

1. $5,09^{7x-6} = 200,3$
2. $\log 5,09^{7x-6} = \log 200,3$
3. $(7x-6)\log 5,09 = \log 200,3$
4. $7x-6 = \log 200,3 / \log 5,09$
5. $7x-6 = 2,30168 / 0,70672$
6. $7x-6 = 3,25685$
7. $7x = 3,25685 + 6$
8. $7x = 9,25685$
9. $x = 1,32241$
10. $CS = \{1,32241\}$

14. $99^{11x+10} = 62,2$

PROPOSICIONES

1. $99^{11x+10} = 62,2$
2. $\log 99^{11x+10} = \log 62,2$
3. $(11x+10)\log 99 = \log 62,2$
4. $11x+10 = \log 62,2 / \log 99$
5. $11x+10 = 1,79379 / 1,99564$
6. $11x+10 = 0,89885$
7. $11x = 0,89885 - 10$
8. $11x = -9,10115$
9. $x = -9,10115 / 11$
10. $x = -0,82738$
11. $CS = \{-0,82738\}$

15. $4,65 \cdot 3^{2x} = 88$

PROPOSICIONES

1. $4,65 \cdot 3^{2x} = 88$
2. $3^{2x} = 88 / 4,65$
3. $3^{2x} = 1760 / 93$
4. $\log 3^{2x} = \log (1760 / 93)$
5. $2x \cdot \log 3 = \log (1760 / 93)$
6. $2x = \log (1760 / 93) / \log 3$
7. $2x = 2,67653$
8. $x = 1,33826$
9. $CS = \{1,33826\}$

RAZONES

Dato

T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$

T: $\log_a M^n = n \log_a M$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

$\log x = y$ (calculadora)

Def. $\div$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$

T: $\log_a M^n = n \log_a M$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

$\log x = y$ (calculadora)

Def. $\div$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$

T: $\log_a M^n = n \log_a M$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

$\log x = y$ (calculadora)

Def. $\div$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Def. $\div$

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Def. ($\div$)

T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$

T: $\log_a M^n = n \log_a M$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

$\log x = y$ (calculadora). Def. ($\div$)

Despeje de x

Def. CS

16. $23 + 2^{3x-1} = 88,09$

PROPOSICIONES

1. $23 + 2^{3x-1} = 88,09$
2. $2^{3x-1} = 65,09$
3. $2^{3x} \cdot 2^{-1} = 65,09$
4. $2^{3x} \cdot 1/2 = 65,09$
5. $2^{3x} = 130,18$
6. $\log 2^{3x} = \log 130,18$
7. $3x \cdot \log 2 = \log 130,18$
8. $3x = \log 130,18 / \log 2$
9. $3x = 7,02436$
10. $x = 2,34145$
11. $CS = \{2,34145\}$

17. $59,9^{4x-9} / 2,8 = 300,9$

PROPOSICIONES

1. $59,9^{4x-9} / 2,8 = 300,9$
2. $59,9^{4x-9} = 842,52$
3. $\log 59,9^{4x-9} = \log 842,52$
4. $(4x-9) \cdot \log 59,9 = \log 842,52$
5. $4x-9 = \log 842,52 / \log 59,9$
6. $4x-9 = 1,645963807$
7. $x = 2,661490952$
8. $CS = \{2,66\}$

18. $5 + 5,9^{9x+11} / 1,98 = 109,87$

PROPOSICIONES

1. $5 + 5,9^{9x+11} / 1,98 = 109,87$
2. $5,9^{9x+11} / 1,98 = 104,87$
3. $5,9^{9x+11} = 207,6426$
4. $\log 5,9^{9x+11} = \log 207,6426$
5. $(9x+11) \log 5,9 = \log 207,6426$
6. $9x+11 = \log 207,6426 / \log 5,9$
7. $9x+11 = 3,00617$
8. $9x = -7,99382$
9. $x = -0,888202$
10. $CS = \{-0,888202\}$

19. $9,6 - 0,8^{6x-13} / 17,9 = 0,997$

PROPOSICIONES

1. $9,6 - 0,8^{6x-13} / 17,9 = 0,997$
2. $-0,8^{6x-13} / 17,9 = -8,603$
3. $-0,8^{6x-13} = -153,9937$
4. $0,8^{6x-13} = 153,9937$
5. $\log 0,8^{6x-13} = \log 153,9937$
6. $(6x-13) \log 0,8 = \log 153,9937$
7. $6x-13 = \log 153,9937 / \log 0,8$
8. $6x-13 = -22,57251$
9. $6x = -9,57251$
10. $x = -1,595419$
11. $CS = \{-1,595419\}$

20. $7,4^{11x-10} / 1,2 = 2,2$

PROPOSICIONES

1. $7,4^{11x-10} / 1,2 = 2,2$
2. $7,4^{11x-10} = 2,64$
3. $\log 7,4^{11x-10} = \log 2,64$
4. $(11x-10) \log 7,4 = \log 2,64$
5. $11x-10 = \log 2,64 / \log 7,4$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

T: $a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ y Def. (x)

T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$

T: $\log_a M^n = n \log_a M$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

$\log x = y$ (calculadora). Def. ($\div$)

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$ y Def. ($\div$)

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ y Def. (x)

T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$

T: $\log_a M^n = n \log_a M$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

$\log x = y$ (calculadora). Def. ($\div$)

Despeje de x

Def. CS

RAZONES

Dato

$a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ y Def. (x)

T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$

T: $\log_a M^n = n \log_a M$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

$\log x = y$ (calculadora). Def. ($\div$)

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$ y Def. ($\div$)

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ y Def. (x)

Ley de signos

T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$

T: $\log_a M^n = n \log_a M$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

$\log x = y$ (calculadora) y Def. ($\div$)

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$ y Def. ($\div$)

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ y Def. (x)

T: $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$

T: $\log_a M^n = n \log_a M$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

6. $11x - 10 = 0,48503$
7. $11x = 10,48503$
8. $x = 0,953184$
9. $CS = \{0,953184\}$

$\log x = y$ (calculadora) y Def. ($\div$)
 T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS
 T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$ y Def. ($\div$)
 Def. CS

2.- Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $\log_3(x+2) + \log_4(x+2) = 3$

PROPOSICIONES

1. $\log_3(x+2) + \log_4(x+2) = 3$
2. $\frac{\log(x+2)}{\log 3} + \frac{\log(x+2)}{\log 4} = 3$
3. $\log 3 \cdot \log(x+2) + \log 4 \cdot \log(x+2) = 3 \cdot \log 3 \cdot \log 4$
4. $\log(x+2)(\log 3 + \log 4) = 3 \cdot \log 3 \cdot \log 4$
5. $\log(x+2) = 3 \cdot \log 3 \cdot \log 4 / (\log 3 + \log 4)$
6. $\log(x+2) = 0,798537$
7. $x+2 = 10^{0,798537}$
8. $x+2 = 6,288363$
9. $x = 4,288363$
10. $CS = \{4,288363\}$

RAZONES

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Simplificación de denominadores

Factor común

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Calculadora ($\approx$)

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. (a^n)

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ y TS

Def. CS

2. $\log_3(2x+4) - \log_5(x+2) = 1$

PROPOSICIONES

1. $\log_3(2x+4) - \log_5(x+2) = 1$
2. $\log_3 2(x+2) - \log_5(x+2) = 1$
3. $\log_3 2 + \log_3(x+2) - \log_5(x+2) = 1$
4. $\log_3(x+2) - \log_5(x+2) = 1 - \log_3 2$
5. $\frac{\log(x+2)}{\log 3} - \frac{\log(x+2)}{\log 5} = 1 - \log_3 2$
6. $\log 3 \cdot \log(x+2) - \log 5 \cdot \log(x+2) = 0,123082$
7. $\log(x+2)(\log 3 - \log 5) = 0,123082$
8. $\log(x+2) = 0,123082 / (\log 3 - \log 5)$
9. $\log(x+2) = 0,554803$
10. $x+2 = 10^{0,554803}$
11. $x = 1,587597$
12. $CS = \{1,587597\}$

RAZONES

Dato

Factor común

T: $\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Simplificación de denominadores

Factor común

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Calculadora ($\approx$)

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. (a^n) y despeje de x

Def. CS

3. $\log_3(3x+1) - \log_2(3x+1) = 1$

PROPOSICIONES

1. $\log_3(3x+1) - \log_2(3x+1) = 1$
2. $\frac{\log(3x+1)}{\log 3} - \frac{\log(3x+1)}{\log 2} = 1$
3. $\log 2 \cdot \log(3x+1) - \log 3 \cdot \log(3x+1) = \log 3 \cdot \log 2$
4. $\log(3x+1)(\log 2 - \log 3) = \log 3 \cdot \log 2$
5. $\log(3x+1) = \log 3 \cdot \log 2 / (\log 2 - \log 3)$
6. $\log(3x+1) = -0,815644$
7. $3x+1 = 10^{-0,815644}$
8. $x = -0,282372$
9. $CS = \{-0,282372\}$

RAZONES

Dato

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

Simplificación de denominadores

Factor común

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Calculadora ($\approx$)

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. (a^n) y despeje de x

Def. CS

4. $\log_2(x) + \log_2(x+9) = 1$

PROPOSICIONES

1. $\log_2(x) + \log_2(x+9) = 1$
2. $\log_2 x(x+9) = 1$
3. $\log_2(x^2 + 9x) = 1$
4. $\log(x^2 + 9x) / \log 2 = 1$

RAZONES

Dato

T: $\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$

Axi. Distributivo

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

5. $\log(x^2 + 9x) = \log 2$
6. $\log(x^2 + 9x) = 0,301029$
7. $x^2 + 9x = 10^{0,301029}$
8. $x^2 + 9x = 2$
9. $x = (-9 + \sqrt{89})/2 \vee x = (-9 - \sqrt{89})/2$
10. $CS = \{(-9 + \sqrt{89})/2\}$

5. $\log_3(1/2 + x) - \log_3 1/2 + \log_3 x = 0$

PROPOSICIONES

1. $\log_3(1/2 + x) - \log_3 1/2 + \log_3 x = 0$
2. $\log_3(1/2 + x) + \log_3 x = \log_3 1/2$
3. $\log_3(1/2 + x)x = \log_3 1/2$
4. $\log_3(x/2 + x^2) = \log_3 1/2$
5. $\frac{\log(x/2 + x^2)}{\log 3} = \log_3 1/2$
6. $\log(x/2 + x^2) = \log_3 1/2 \cdot \log 3$
7. $\log(x/2 + x^2) = -0,301029$
8. $x/2 + x^2 = 10^{-0,301029}$
9. $x/2 + x^2 = 1/2$
10. $2x^2 + x - 1 = 0$
11. $x = 1/2 \vee x = -1$
12. $CS = \{1/2\}$

6. $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$

PROPOSICIONES

1. $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$
2. $\log_2(9^{x-1} + 7) - \log_2(3^{x-1} + 1) = 2$
3. $\log_2\left(\frac{9^{x-1} + 7}{3^{x-1} + 1}\right) = 2$
4. $\frac{\log\left(\frac{9^{x-1} + 7}{3^{x-1} + 1}\right)}{\log 2} = 2$
5. $\log\left(\frac{9^{x-1} + 7}{3^{x-1} + 1}\right) = 2\log 2$
6. $\log\left(\frac{9^{x-1} + 7}{3^{x-1} + 1}\right) = 0,602059$
7. $\frac{9^{x-1} + 7}{3^{x-1} + 1} = 10^{0,602059}$
8. $\frac{9^{x-1} + 7}{3^{x-1} + 1} = 4$
9. $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$
10. $9^{x-1} + 7 = 4 \cdot 3^{x-1} + 4$
11. $9^{x-1} - 4 \cdot 3^{x-1} + 3 = 0$
12. $3^{2x-2} - 4 \cdot 3^{x-1} + 3 = 0$
13. $3^{2x} \cdot 3^{-2} - 4 \cdot 3^x \cdot 3^{-1} + 3 = 0$
14. $3^{2x} \frac{1}{9} - 4 \cdot 3^x \cdot \frac{1}{3} + 3 = 0$
15. $3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$
16. $y^2 - 12y + 27 = 0$
17. $y = 9 \vee y = 3$
18. $3^x = 9 \vee 3^x = 3$
19. $3^x = 3^2 \vee 3^x = 3^1$
20. $x = 2 \vee x = 1$
21. $CS = \{1, 2\}$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

T: $\log x = y$ (Calculadora $\approx$)

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. (a^n)

Raíces de la ecuación 8

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$

Axi. Distributivo

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

T: $\log x = y$ (Calculadora $\approx$)

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. (a^n)

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Raíces de la ecuación 10

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $\log_a(M/N) = \log_a M - \log_a N$

T: $\log_a x = \log_b x / \log_b a$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

T: $\log x = y$ (Calculadora $\approx$)

T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. (a^n)

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

T: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

T: $a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+$

Simplificación de denominadores

Sustitución $y = 3^x$

Raíces de la ecuación 16

Sustitución $3^x = y$

Def. (a^n)

T: $a^P = a^Q \Leftrightarrow P = Q; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. CS

$$7. \log_4(x-2) + \log_4 x = \log_4 8$$

PROPOSICIONES

$$1. \log_4(x-2) + \log_4 x = \log_4 8$$

$$2. \log_4(x-2)x = \log_4 8$$

$$3. \log_4(x^2 - 2x) = \log_4 8$$

$$4. \frac{\log(x^2 - 2x)}{\log 4} = \log_4 8$$

$$5. \log(x^2 - 2x) = \log_4 8 \cdot \log 4$$

$$6. \log(x^2 - 2x) = 0,903089$$

$$7. x^2 - 2x = 10^{0,903089}$$

$$8. x^2 - 2x = 8$$

$$9. x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$10. x = 4 \vee x = -2$$

$$11. CS = \{4\}$$

$$8. \log_2(x-5) + \log_3(x-5) = 1$$

PROPOSICIONES

$$1. \log_2(x-5) + \log_3(x-5) = 1$$

$$2. \frac{\log(x-5)}{\log 2} + \frac{\log(x-5)}{\log 3} = 1$$

$$3. \log 3 \cdot \log(x-5) + \log 2 \cdot \log(x-5) = \log 2 \cdot \log 3$$

$$4. \log(x-5)(\log 3 + \log 2) = \log 2 \cdot \log 3$$

$$5. \log(x-5) = \log 2 \cdot \log 3 / (\log 3 + \log 2)$$

$$6. \log(x-5) = 0,184575$$

$$7. x-5 = 10^{0,184575}$$

$$8. x-5 = 1,529592$$

$$9. x = 6,529592$$

$$10. CS = \{6,529592\}$$

$$9. \log_2(x^2 - 15x) = 3$$

PROPOSICIONES

$$1. \log_2(x^2 - 15x) = 3$$

$$2. 2^3 = x^2 - 15x$$

$$3. 8 = x^2 - 15x$$

$$4. x^2 - 15x - 8 = 0$$

$$5. x_1 = \frac{15 + \sqrt{257}}{2} \vee x_2 = \frac{15 - \sqrt{257}}{2}$$

$$6. CS = \left\{ \frac{15 + \sqrt{257}}{2}, \frac{15 - \sqrt{257}}{2} \right\}$$

$$10. 201^{2x} = 100$$

PROPOSICIONES

$$1. 201^{2x} = 100$$

$$2. \log 201^{2x} = \log 100$$

$$3. 2x \log 201 = \log 100$$

$$4. 2x = \log 100 / \log 201$$

$$5. 2x = 2 / 2,3032$$

$$6. 2x = 0,8684$$

$$7. x = 0,4342$$

$$8. CS = 0,4342$$

RAZONES

Dato

$$T: \log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$$

Axi. Distributivo

$$T: \log_a x = \log_b x / \log_b a$$

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

$$T: \log x = y \text{ (Calculadora } \approx \text{)}$$

$$T: a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. (a^n)

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Raíces de la ecuación 9

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: \log_a x = \log_b x / \log_b a$$

Simplificación de denominadores

Factor común

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Calculadora ($\approx$)

$$T: a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. (a^n)

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c \text{ y TS}$$

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. a^n .

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Raíces de la ecuación 4

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

$$T: \log_a M^n = n \log_a M$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

$$\log x = y \text{ (calculadora)}$$

Def. $\div$

Despeje de x

Def. CS

$$11. \log_4(3x+2) = \log_4 5 + \log_4 3$$

PROPOSICIONES

1. $\log_4(3x+2) = \log_4 5 + \log_4 3$
2. $\log_4(3x+2) = \log_4(5 \cdot 3)$
3. $\log_4(3x+2) = \log_4(15)$
4. $3x+2 = 15$
5. $x = 13/3$
6. $CS = \{13/3\}$

$$12. 2\log_3 x = 4\log_3 8$$

PROPOSICIONES

1. $2\log_3 x = 4\log_3 8$
2. $\log_3 x^2 = \log_3 8^4$
3. $x^2 = 8^4$
4. $x^2 = 4096$
5. $x_1 = 64 \vee x_2 = -64$
6. $CS = \{64\}$

$$13. 3\log x = 3\log 5$$

PROPOSICIONES

1. $3\log x = 3\log 5$
2. $\log x = \log 5$
3. $x = 5$
4. $CS = \{5\}$

$$14. \ln(-4-x) + \ln 3 = \ln(2-x)$$

PROPOSICIONES

1. $\ln(-4-x) + \ln 3 = \ln(2-x)$
2. $\ln[(-4-x) \cdot 3] = \ln(2-x)$
3. $\ln(-12-3x) = \ln(2-x)$
4. $-12-3x = 2-x$
5. $-3x+x = 2+12$
6. $-2x = 14$
7. $x = -7$
8. $CS = \{-7\}$

$$15. \ln x + \ln(x+4) = \ln 15 + \ln 3$$

PROPOSICIONES

1. $\ln x + \ln(x+4) = \ln 15 + \ln 3$
2. $\ln[x(x+4)] = \ln[15 \cdot 3]$
3. $\ln(x^2 + 4x) = \ln(45)$
4. $x^2 + 4x = 45$
5. $x_1 = 5 \vee x_2 = -9$
6. $CS = \{5\}$

$$16. \log_4(x) = -3/2$$

PROPOSICIONES

1. $\log_4(x) = -3/2; x > 0$
2. $4^{-3/2} = x$
3. $1/8 = x$
4. $CS = \{1/8\}$

$$17. \log_4(x) = -3/2$$

Observación: el ejercicio se repite (ejercicio 16)

RAZONES

Dato

$$T: \log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$$

Def. (x)

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

Despeje de x

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$T: \log_a M^n = n \log_a M$$

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

Def. a^n .

$$T: x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$$

Def. CS.

RAZONES

Dato

Simplificación

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$T: \log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$$

Axi. Distributivo

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Términos semejantes

Despeje de x

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$T: \log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$$

Def. (x)

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

Raíces de la ecuación 4

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$D: \log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. a^n

Def. CS

$$18. \log_5(x^2) = -2$$

PROPOSICIONES

1. $\log_5(x^2) = -2$
2. $5^{-2} = x^2$
3. $1/25 = x^2$
4. $x = \sqrt{1/25} \vee x = -\sqrt{1/25}$
5. $x = 1/5 \vee x = -1/5$
6. $CS = \{-1/5; 1/5\}$

$$19. \log_{10}(x^2) = -4$$

PROPOSICIONES

1. $\log_{10}(x^2) = -4$
2. $10^{-4} = x^2$
3. $1/10000 = x^2$
4. $x = \sqrt{1/10000} \vee x = -\sqrt{1/10000}$
5. $x = 1/100 \vee x = -1/100$
6. $CS = \{-1/100; 1/100\}$

$$20. \log_6(2x-3) = \log_6 12 - \log_6 3$$

PROPOSICIONES

1. $\log_6(2x-3) = \log_6 12 - \log_6 3$
2. $\log_6(2x-3) = \log_6(12/3)$
3. $2x-3 = 12/3$
4. $x = 7/2$
5. $CS = \{7/2\}$

$$21. \log_3(4x-5) = \log_3(2x+1)$$

PROPOSICIONES

1. $\log_3(4x-5) = \log_3(2x+1)$
2. $4x-5 = 2x+1$
3. $4x-2x = 1+5$
4. $2x = 6$
5. $x = 6/2$
6. $x = 3$
7. $CS = \{3\}$

$$22. \log(5x^2 - 14x + 1) = \log(4x^2 - 4x - 20)$$

PROPOSICIONES

1. $\log(5x^2 - 14x + 1) = \log(4x^2 - 4x - 20)$
2. $5x^2 - 14x + 1 = 4x^2 - 4x - 20$
3. $5x^2 - 14x + 1 - 4x^2 + 4x + 20 = 0$
4. $x^2 - 10x + 21 = 0$
5. $(x-7)(x-3) = 0$
6. $x-7 = 0 \vee x-3 = 0$
7. $x = 7 \vee x = 3$
8. $CS = \{7; 3\}$

RAZONES

Dato

$$D: \log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x; a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$T: a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+. \text{Def. } a^n$$

$$T: x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$$

Def. $\sqrt{a}$

Def. CS

RAZONES

Dato

$$D: \log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x; a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$T: a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}^+. \text{Def. } a^n$$

$$T: x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$$

Def. $\sqrt{a}$

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: \log_a(M/N) = \log_a M - \log_a N$$

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

Despeje de x

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Simplificación

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Términos semejantes

Factorización

TF0

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Def. CS

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN UN VARIABLE

PÁGINA 84

1.- Encuentre todas las soluciones de las ecuaciones trigonométricas dadas, si x es un ángulo medido en radianes. En el intervalo $[0\pi, 2\pi]$

1. $\operatorname{sen} x = \sqrt{3}/2$

PROPOSICIONES

- $\operatorname{sen} x = \sqrt{3}/2$
- $x = \operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{3}/2)$
- $x = 60^\circ$
- $x_1 = 60^\circ \vee x_2 = 120^\circ$
- $x_1 = \pi/3 \vee x_2 = 2\pi/3$
- $CS = \{\pi/3; 2\pi/3\}$

RAZONES

Dato

Def. sen^{-1}

Medida en grados
Valores principales
Medidas en radianes
Def. CS.

	Fórmula	Solución	rad
I	x	60°	$\pi/3$
II	$180^\circ - x$	120°	$2\pi/3$
III	$180^\circ + x$	Negativo	
IV	$360^\circ - x$	Negativo	

2. $\cos x = -\sqrt{2}/2$

PROPOSICIONES

- $\cos x = -\sqrt{2}/2$
- $x = \cos^{-1}(-\sqrt{2}/2)$
- $x = 135^\circ$
- $x_1 = 135^\circ \vee x_2 = 225^\circ$
- $x_1 = 3\pi/4 \vee x_2 = 5\pi/4$
- $CS = \{3\pi/4; 5\pi/4\}$

RAZONES

Dato

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados
Valores principales
Medida en radianes
Def. CS.

	Fórmula	Solución	rad
I	x	Positivo	
II	$180^\circ - x$	135°	$3\pi/4$
III	$180^\circ + x$	225°	$5\pi/4$
IV	$360^\circ - x$	Positivo	

3. $\cot x = -\sqrt{3}$

PROPOSICIONES

- $\cot x = -\sqrt{3}$
- $\frac{1}{\tan x} = -\sqrt{3}$
- $1 = -\sqrt{3} \cdot \tan x$
- $\tan x = -1/\sqrt{3}$
- $x = \tan^{-1}(-1/\sqrt{3})$
- $x = -30^\circ$
- $x_1 = 150^\circ \vee x_2 = 330^\circ$
- $x_1 = \frac{5\pi}{6} \vee x_2 = \frac{11\pi}{6}$
- $CS = \left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

RAZONES

Dato

$$\tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Def. $\tan^{-1}$

Medidas en grados
Valores principales
Medida en radianes

	Fórmula	Solución	rad
I	x	Positivo	
II	$180^\circ - x$	150°	$5\pi/6$
III	$180^\circ + x$	Positivo	
IV	$360^\circ - x$	330°	$11\pi/6$

4. $\sec x = \sqrt{2}$

PROPOSICIONES

- $\sec x = \sqrt{2}$
- $\frac{1}{\cos x} = \sqrt{2}$
- $1 = \sqrt{2} \cdot \cos x$
- $\cos x = 1/\sqrt{2}$
- $x = \cos^{-1}(1/\sqrt{2})$
- $x = 45^\circ$
- $x_1 = 45^\circ \vee x_2 = 315^\circ$
- $x_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \vee x_2 = \frac{7\pi}{4} \text{ rad}$
- $CS = \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

RAZONES

Dato

$$\cos x = \frac{1}{\sec x}$$

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Def. $\cos^{-1}$

Medidas en grados
Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

	Fórmula	Solución	rad
I	x	45°	$\pi/4$
II	$180^\circ - x$	Negativo	
III	$180^\circ + x$	Negativo	
IV	$360^\circ - x$	315°	$7\pi/4$

5. $\tan x = -1$

PROPOSICIONES

1. $\tan x = -1$

2. $x = \tan^{-1}(-1)$

3. $x = -45^\circ$

4. $x_1 = 135^\circ \vee x_2 = 315^\circ$

5. $x_1 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad} \vee x_2 = \frac{7\pi}{4} \text{ rad}$

6. $CS = \left\{ \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$

RAZONES

Dato

Def. $\tan^{-1}$

Medidas en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

	Fórmula	Solución	rad
I	x	Positivo	
II	$180^\circ - x$	135°	$3\pi/4$
III	$180^\circ + x$	Positivo	
IV	$360^\circ - x$	315°	$7\pi/4$

6. $\csc x = 2$

PROPOSICIONES

1. $\csc x = 2$

2. $\frac{1}{\sin x} = 2$

3. $\sin x = 1/2$

4. $x = \sin^{-1}(1/2)$

5. $x = 30^\circ$

6. $x_1 = 30^\circ \vee x_2 = 150^\circ$

7. $x_1 = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \vee x_2 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$

8. $CS = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

RAZONES

Dato

 $\sin x = 1/\csc x$ T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ Def. $\sin^{-1}$

Medidas en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

	Fórmula	Solución	rad
I	x	30°	$\pi/6$
II	$180^\circ - x$	150°	$5\pi/6$
III	$180^\circ + x$	Negativo	
IV	$360^\circ - x$	Negativo	

2.- Encuentre todas las soluciones de las ecuaciones trigonométricas dadas, si x es un ángulo medido en grados. $[0^\circ, 360^\circ]$

1. $\sin x = \sqrt{3}/3$

PROPOSICIONES

1. $\sin x = \sqrt{3}/3$

2. $x = \sin^{-1}(\sqrt{3}/3)$

3. $x = 35,26^\circ$

4. $x_1 = 35,26^\circ \vee x_2 = 144,74^\circ$

5. $CS = \{35,26^\circ; 144,74^\circ\}$

RAZONES

Dato

Def. $\sin^{-1}$

Medidas en grados

Valores principales

Def. CS

	Fórmula	Solución	rad
I	x	$35,26^\circ$	$44\pi/225$
II	$180^\circ - x$	$144,74^\circ$	$7237\pi/9000$
III	$180^\circ + x$	Negativo	
IV	$360^\circ - x$	Negativo	

2. $\cos x = -\sqrt{2}/2$

PROPOSICIONES

1. $\cos x = -\sqrt{2}/2$

2. $x = \cos^{-1}(-\sqrt{2}/2)$

3. $x = 135^\circ$

4. $x_1 = 135^\circ \vee x_2 = 225^\circ$

5. $CS = \{135^\circ; 225^\circ\}$

RAZONES

Dato

Def. $\cos^{-1}$

Medidas en grados

Valores principales

Def. CS

	Fórmula	Solución	rad
I	x	Positivo	
II	$180^\circ - x$	135°	$3\pi/4$
III	$180^\circ + x$	225°	$5\pi/4$
IV	$360^\circ - x$	Positivo	

3. $\cot x + 1 = 0$

PROPOSICIONES

1. $\cot x + 1 = 0$

2. $\cot x = -1$

3. $\frac{1}{\tan x} = -1$

4. $\tan x = -1$

5. $x = \tan^{-1}(-1)$

6. $x = -45^\circ$

7. $x_1 = 135^\circ \vee x_2 = 315^\circ$

8. $CS = \{135^\circ, 315^\circ\}$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$ $\tan x = 1/\cot x$ T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ Def. $\tan^{-1}$

Medidas en grados

Valores principales

Def. CS

	Fórmula	Solución	rad
I	x	Positivo	
II	$180^\circ - x$	135°	$3\pi/4$
III	$180^\circ + x$	Positivo	
IV	$360^\circ - x$	315°	$7\pi/4$

4. $\sec x = -2$

PROPOSICIONES

- $\sec x = -2$
- $\frac{1}{\cos x} = -2$
- $\cos x = -1/2$
- $x = \cos^{-1}(-1/2)$
- $x = 120^\circ$
- $x_1 = 120^\circ \vee x_2 = 240^\circ$
- $CS = \{120^\circ, 240^\circ\}$

RAZONES

Dato

$$\cos x = \frac{1}{\sec x}$$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Def. $\cos^{-1}$

Medidas en grados

Valores principales

Def. CS

	Fórmula	Solución	rad
I	x	Positivo	
II	$180^\circ - x$	120°	$2\pi/3$
III	$180^\circ + x$	240°	$4\pi/3$
IV	$360^\circ - x$	Positivo	

5. $2\sin x = \pm\sqrt{2}$

PROPOSICIONES

- $2\sin x = \pm\sqrt{2}$
- $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \vee \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \vee x = \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
- $x = 45^\circ \vee x = -45^\circ$
- $x_1 = 45^\circ \vee x_2 = 135^\circ \vee$
 $x_3 = 225^\circ \vee x_4 = 315^\circ$
- $CS = \{45^\circ; 135^\circ; 225^\circ; 315^\circ\}$

RAZONES

Datos

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Def. $\sin^{-1}$

Medidas en grados

Valores principales

Def. CS.

	Fórmula	Solución	rad
I	x	45°	$\pi/4$
II	$180^\circ - x$	135°	$3\pi/4$
III	$180^\circ + x$	225°	$5\pi/4$
IV	$360^\circ - x$	315°	$7\pi/4$

6. $2\cos x + \sqrt{2} = 0$

PROPOSICIONES

- $2\cos x + \sqrt{2} = 0$
- $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
- $x = 135^\circ$
- $x_1 = 135^\circ \vee x_2 = 225^\circ$
- $CS = \{135^\circ; 225^\circ\}$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Def. CS.

	Fórmula	Solución	rad
I	x	Positivo	
II	$180^\circ - x$	135°	$3\pi/4$
III	$180^\circ + x$	225°	$5\pi/4$
IV	$360^\circ - x$	Positivo	

3.- Encuentre todas las soluciones de las ecuaciones trigonométricas dadas, si x es un ángulo medido en grados. $[0^\circ, 720^\circ]$

1. $\sin x = \pm\sqrt{3}/2$

PROPOSICIONES

- $\sin x = \sqrt{3}/2 \vee \sin x = -\sqrt{3}/2$
- $x = \sin^{-1}\sqrt{3}/2 \vee x = \sin^{-1}-\sqrt{3}/2$
- $x = 60^\circ \vee x = -60^\circ$
- $x = 60^\circ, 120^\circ$
- $CS = \left\{60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ, \right.$
 $\left.420^\circ, 480^\circ, 600^\circ, 660^\circ\right\}$

RAZONES

Dato

Def. $\sin^{-1}$

Medidas en grados

Valores principales

Def. CS

	Fórmula	Solución	rad
I	x	60°	$\pi/3$
II	$180^\circ - x$	120°	$2\pi/3$
III	$180^\circ + x$	240°	$4\pi/3$
IV	$360^\circ - x$	300°	$5\pi/3$

2. $\cos x = +\sqrt{2}/2$

PROPOSICIONES

- $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x = \cos^{-1}(\sqrt{2}/2)$
- $x = 45^\circ$
- $x_1 = 45^\circ \vee x_2 = 315^\circ \vee$
 $x_3 = 405^\circ \vee x_4 = 675^\circ$
- $CS = \{45^\circ; 315^\circ; 405^\circ; 675^\circ\}$

RAZONES

Dato

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Def. CS.

	Fórmula	Solución	rad
I	x	45°	$\pi/4$
II	$180^\circ - x$	Negativo	
III	$180^\circ + x$	Negativo	
IV	$360^\circ - x$	315°	$7\pi/4$

3. $\cot x = -\sqrt{3}$
PROPOSICIONES

1. $\cot x = -\sqrt{3}$

2. $\frac{1}{\tan x} = -\sqrt{3}$

3. $1 = -\sqrt{3} \times \tan x$

4. $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

5. $x = \tan^{-1}\left(-1/\sqrt{3}\right)$

6. $x = -30^\circ$

7. $x_1 = 150^\circ \vee x_2 = 330^\circ \vee$

$x_3 = 510^\circ \vee x_4 = 690^\circ$

8. $CS = \{150^\circ; 330^\circ; 510^\circ; 690^\circ\}$

RAZONES

Dato

$$\tan x = \frac{1}{\cot x}$$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Def. $\tan^{-1}$

Medidas en grados

Valores principales

Def. CS

	Fórmula	Solución	rad
I	x	Positivo	
II	$180^\circ - x$	150°	$5\pi/6$
III	$180^\circ + x$	Positivo	
IV	$360^\circ - x$	330°	$11\pi/6$

Observación:

$n=1 \quad (0, 360^\circ]$
 $(360^\circ, 720^\circ]$

$n2\pi \quad 2\pi = 360^\circ$

$x_1 = 150^\circ$

$x_2 = 330^\circ$

$x_1 = 510^\circ$

$x_2 = 690^\circ$

4.- Resolver las siguientes ecuaciones en el intervalo $[0\pi, 2\pi]$. Verificar las respuestas con un graficador.

Observación: las gráficas las puede ver en Anexos

1. $\sec^2 x = \frac{1}{4}$

PROPOSICIONES

1. $\sec^2 x = \frac{1}{4}$

2. $\sec x = \pm \frac{1}{2}$

3. $x = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \vee x = \sec^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

4. $x = 30^\circ \vee x = 330^\circ$

5. $x_1 = 30^\circ \vee x_2 = 150^\circ \vee x_3 = 210^\circ \vee x_4 = 330^\circ$

6. $x_1 = \frac{\pi}{6} \vee x_2 = \frac{5\pi}{6} \vee x_3 = \frac{7\pi}{6} \vee x_4 = \frac{11\pi}{6}$

7. $CS = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

RAZONES

Dato

Raíz cuadrada

Def. $\sec^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida de radianes

Def. CS.

2. $\sec^2 x - 4 = 0$

PROPOSICIONES

1. $\sec^2 x - 4 = 0$

2. $\sec^2 x = 4$

3. $\sec x = \pm 2$

4. $\frac{1}{\cos x} = \pm 2$

5. $\cos x = \pm \frac{1}{2}$

6. $x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \vee x = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

7. $x = 60^\circ \vee x = 300^\circ$

8. $x_1 = 60^\circ \vee x_2 = 120^\circ \vee x_3 = 240^\circ \vee x_4 = 300^\circ$

9. $x_1 = \frac{\pi}{3} \vee x_2 = \frac{2\pi}{3} \vee x_3 = \frac{4\pi}{3} \vee x_4 = \frac{5\pi}{3}$

10. $CS = \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Raíz cuadrada

$$\cos x = \frac{1}{\sec x}$$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS.

3. $\sin^2 2x = 1$

PROPOSICIONES

1. $\sin^2 2x = 1$
2. $\sin 2x = \pm 1$
3. $2x = \sin^{-1}(1) \vee 2x = \sin^{-1}(-1)$
4. $2x = 90^\circ \vee 2x = 270^\circ$
5. $x = 45^\circ \vee x = 135^\circ$
6. $x_1 = \frac{\pi}{4} \vee x_2 = \frac{3\pi}{4} \vee x_3 = \frac{5\pi}{4} \vee x_4 = \frac{7\pi}{4}$
7. $CS = \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\}$

4. $\sin x = 1 - \cos x$

PROPOSICIONES

1. $\sin x = 1 - \cos x$
2. $\sin^2 x = (1 - \cos x)^2$
3. $\sin^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$
4. $1 - \cos^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$
5. $2\cos^2 x - 2\cos x = 0$
6. $2\cos x(\cos x - 1) = 0$
7. $\cos x = 0 \vee \cos x = 1$
8. $x = \cos^{-1}(0) \vee x = \cos^{-1}(1)$
9. $x_1 = 90^\circ \vee x_2 = 0^\circ \vee x_3 = 360^\circ$
10. $x_1 = \pi/2 \vee x_2 = 0\pi \vee x_3 = 2\pi$
11. $CS = \{0\pi; \pi/2; 2\pi\}$

5. $\sec^2(x/2) = 2$

PROPOSICIONES

1. $\sec^2(x/2) = 2$
2. $\sec(x/2) = \pm\sqrt{2}$
3. $1/\cos(x/2) = \pm\sqrt{2}$
4. $\cos(x/2) = \pm 1/\sqrt{2}$
5. $\cos(x/2) = \pm\sqrt{2}/2$
6. $x/2 = \cos^{-1}(\sqrt{2}/2) \vee x/2 = \cos^{-1}(-\sqrt{2}/2)$
7. $x/2 = 45^\circ \vee x/2 = 135^\circ$
8. $x = 90^\circ \vee x = 270^\circ$
9. $x_1 = \pi/2 \vee x_2 = 3\pi/2$
10. $CS = \{\pi/2; 3\pi/2\}$

6. $2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1$

PROPOSICIONES

1. $2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1$
2. $\cos^2 x - \sin^2 x = 1/2$
3. $\cos^2 x - 1 + \cos^2 x = 1/2$
4. $2\cos^2 x - 1 = 1/2$
5. $2\cos^2 x = (1/2) + 1$
6. $2\cos^2 x = 3/2$
7. $\cos^2 x = 3/4$
8. $\cos x = \pm\sqrt{3}/2$
9. $x = \cos^{-1}(\sqrt{3}/2) \vee x = \cos^{-1}(-\sqrt{3}/2)$
10. $x = 30^\circ \vee x = 150^\circ$
11. $x_1 = 30^\circ \vee x_2 = 330^\circ \vee x_3 = 150^\circ \vee x_4 = 210^\circ$
12. $x_1 = \frac{\pi}{6} \vee x_2 = \frac{11\pi}{6} \vee x_3 = \frac{5\pi}{6} \vee x_4 = \frac{7\pi}{6}$
13. $CS = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}$

RAZONES

Dato

Raíz cuadrada

Def. $\sin^{-1}$

Medida en grados

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Medida en radianes

Def. CS.

RAZONES

Dato

Elevado al cuadrado

Binomio al cuadrado

$\sin^2 + \cos^2 = 1$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$. TS.

Factor común

TFO

Def. $\cos^{-1}$

Valores principales

Medida en grados

Def. CS.

RAZONES

Dato

Raíz cuadrada

$\cos x = \frac{1}{\sec x}$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Racionalización

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Medida en radianes

Def. CS.

RAZONES

Dato

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

$\sin^2 + \cos^2 = 1$

Términos semejantes

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Raíz cuadrada

Def. $\cos^{-1}$

Medida de grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS.

7. $2\operatorname{sen}^2 x - \cos x - 1 = 0$

PROPOSICIONES

- $2\operatorname{sen}^2 x - \cos x - 1 = 0$
- $2(1 - \cos^2 x) - \cos x - 1 = 0$
- $2 - 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$
- $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$
- $2y^2 + y - 1 = 0$
- $y = 1/2 \vee y = -1$
- $\cos x = 1/2 \vee \cos x = -1$
- $x = \cos^{-1}(1/2) \vee x = \cos^{-1}(-1)$
- $x = 60^\circ \vee x = 180^\circ$
- $x_1 = 60^\circ \vee x_2 = 300^\circ \vee x_3 = 180^\circ$
- $x_1 = \pi/3 \vee x_2 = 5\pi/3 \vee x_3 = \pi$
- $CS = \{\pi/3; 5\pi/3; \pi\}$

8. $\operatorname{sen}^5 x = 4\operatorname{sen} x$

PROPOSICIONES

- $\operatorname{sen}^5 x = 4\operatorname{sen} x$
- $\operatorname{sen}^5 x - 4\operatorname{sen} x = 0$
- $\operatorname{sen} x(\operatorname{sen}^4 x - 4) = 0$
- $\operatorname{sen} x = 0 \vee \operatorname{sen}^4 x = 4$
- $\operatorname{sen} x = 0 \vee \operatorname{sen} x = \sqrt[4]{4}$
- $x = \operatorname{sen}^{-1}(0) \vee x = \operatorname{sen}^{-1}(\sqrt[4]{4})$
- $x = 0^\circ$
- $x_1 = 0^\circ \vee x_2 = 180^\circ \vee x_3 = 360^\circ$
- $x_1 = 0\pi \vee x_2 = \pi \vee x_3 = 2\pi$
- $CS = \{0\pi; \pi; 2\pi\}$

9. $\operatorname{csc}^2 x = 2$

PROPOSICIONES

- $\operatorname{csc}^2 x = 2$
- $\operatorname{csc} x = \pm\sqrt{2}$
- $1/\operatorname{sen} x = \pm\sqrt{2}$
- $\operatorname{sen} x = \pm 1/\sqrt{2}$
- $\operatorname{sen} x = \pm\sqrt{2}/2$
- $x = \operatorname{sen}^{-1}(\sqrt{2}/2) \vee x = \operatorname{sen}^{-1}(-\sqrt{2}/2)$
- $x = 45^\circ \vee x = -45^\circ$
- $x_1 = 45^\circ \vee x_2 = 135^\circ \vee x_3 = 225^\circ \vee x_4 = 315^\circ$
- $x_1 = \frac{\pi}{4} \vee x_2 = \frac{3\pi}{4} \vee x_3 = \frac{5\pi}{4} \vee x_4 = \frac{7\pi}{4}$
- $CS = \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right\}$

10. $\tan 2x = 1$

PROPOSICIONES

- $\tan 2x = 1$
- $\frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} = 1$
- $2\tan x = 1 - \tan^2 x$
- $\tan^2 x + 2\tan x - 1 = 0$
- $y^2 + 2y - 1 = 0$
- $y_1 = 0,41 \vee y_2 = -2,41$
- $\tan x = 0,41 \vee \tan x = -2,41$
- $x = \tan^{-1}(0,41) \vee x = \tan^{-1}(-2,41)$
- $x = 22,5^\circ \vee x = -67,5^\circ$
- $x_1 = 22,5^\circ \vee x_2 = 202,5^\circ \vee x_3 = 112,5^\circ \vee x_4 = 292,5^\circ$
- $CS = \left\{\frac{\pi}{8}; \frac{9\pi}{8}; \frac{5\pi}{8}; \frac{13\pi}{8}\right\}$

RAZONES

Dato

$$\operatorname{sen}^2 + \cos^2 = 1$$

Axi. Distributivo

TS. Cambio de signo.

Sustitución $y = \cos x$

Raíces de la ecuación 5

Sustitución $\cos x = y$

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Factor común

TFO

Raíz cuarta

Def. sen^{-1}

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS.

RAZONES

Dato

Raíz cuadrada

$$\operatorname{sen} x = 1/\operatorname{csc} x$$

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

Racionalización

Def. sen^{-1}

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Sustitución $\tan x = y$

Raíces de la ecuación 5

Sustitución $y = \tan x$

Def. $\tan^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Def. CS.

11. $4\cos^2 2x - 1 = 0$

PROPOSICIONES

1. $4\cos^2 2x - 1 = 0$
2. $4\cos^2 2x = 1$
3. $\cos^2 2x = 1/4$
4. $\cos 2x = \pm 1/2$
5. $\cos^2 x - \sin^2 x = \pm 1/2$
6. $\cos^2 x - 1 + \cos^2 x = \pm 1/2$
7. $2\cos^2 x - 1 = \pm 1/2$
8. $2\cos^2 x - 1 = 1/2 \vee 2\cos^2 x - 1 = -1/2$
9. $2\cos^2 x = 1/2 + 1 \vee 2\cos^2 x = -1/2 + 1$
10. $2\cos^2 x = 3/2 \vee 2\cos^2 x = 1/2$
11. $\cos^2 x = 3/4 \vee \cos^2 x = 1/4$
12. $\cos x = \pm \sqrt{3}/2 \vee \cos x = \pm 1/2$
13. $x = \cos^{-1}(\pm \sqrt{3}/2) \vee x = \cos^{-1}(\pm 1/2)$
14. $x_1 = 30^\circ \vee x_2 = 150^\circ \vee x_3 = 60^\circ \vee x_4 = 120^\circ$
15. $x_1 = 30^\circ \vee x_2 = 330^\circ \vee x_3 = 150^\circ \vee x_4 = 210^\circ \vee$
 $x_5 = 60^\circ \vee x_6 = 300^\circ \vee x_7 = 120^\circ \vee x_8 = 240^\circ$
16. $x_1 = \frac{\pi}{6} \vee x_2 = \frac{11\pi}{6} \vee x_3 = \frac{5\pi}{6} \vee x_4 = \frac{7\pi}{6} \vee$
 $x_5 = \frac{\pi}{3} \vee x_6 = \frac{5\pi}{3} \vee x_7 = \frac{2\pi}{3} \vee x_8 = \frac{4\pi}{3}$
17. $CS = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$

12. $\sin^2 x - 2\cos x - 1/4 = 0$

PROPOSICIONES

1. $\sin^2 x - 2\cos x - 1/4 = 0$
2. $1 - \cos^2 x - 2\cos x - 1/4 = 0$
3. $-\cos^2 x - 2\cos x + 3/4 = 0$
4. $\cos^2 x + 2\cos x - 3/4 = 0$
5. $y^2 + 2y - 3/4 = 0$
6. $y = 0,32 \vee y = -2,32$
7. $\cos x = 0,32 \vee \cos x = -2,32$
8. $x = \cos^{-1} 0,32 \vee x = \cos^{-1} -2,32$
9. $x = 71,34^\circ$
10. $x_1 = 71,34^\circ \vee x_2 = 288,66^\circ$
11. $x_1 = 1,25 \vee x_2 = 5,04$
12. $CS = \{1,25; 5,04\}$

13. $\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$

PROPOSICIONES

1. $\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$
2. $1 - \sin^2 x - 3\sin^2 x = 0$
3. $1 - 4\sin^2 x = 0$
4. $-4\sin^2 x = -1$
5. $4\sin^2 x = 1$
6. $\sin^2 x = 1/4$
7. $\sin x = 1/2 \wedge \sin x = -1/2$
8. $x = \sin^{-1}(1/2) \wedge x = \sin^{-1}(-1/2)$
9. $x = 30^\circ \vee x = 330^\circ$
10. $x_1 = 30^\circ \vee x_2 = 150^\circ \vee x_3 = 210^\circ \vee x_4 = 330^\circ$
11. $x_1 = \frac{\pi}{6} \vee x_2 = \frac{5\pi}{6} \vee x_3 = \frac{7\pi}{6} \vee x_4 = \frac{11\pi}{6}$
12. $CS = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Raíz cuadrada

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Términos semejantes

Dos posibilidades

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Raíz cuadrada

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Términos semejantes

Cambio de signo

Sustitución $\cos x = y$

Factorización

Sustitución $y = \cos x$

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores Principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Términos semejantes

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Cambio de signo

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Raíz cuadrada

Def. $\sin^{-1}$

Medida en grados

Valores Principales

Medida en radianes

Def. CS

14. $2\text{sen}^2 x - 3\text{sen} x + 1 = 0$

PROPOSICIONES

- $2\text{sen}^2 x - 3\text{sen} x + 1 = 0$
- $2y^2 - 3y + 1 = 0$
- $(2y - 1)(y - 1) = 0$
- $2y - 1 = 0 \vee y - 1 = 0$
- $y = 1/2 \vee y = 1$
- $\text{sen} x = 1/2 \vee \text{sen} x = 1$
- $x = \text{sen}^{-1}(1/2) \vee x = \text{sen}^{-1}(1)$
- $x = 30^\circ \vee x = 90^\circ$
- $x_1 = 30^\circ \vee x_2 = 150^\circ \vee x_3 = 90^\circ$
- $x_1 = \frac{\pi}{6} \vee x_2 = \frac{5\pi}{6} \vee x_3 = \frac{\pi}{2}$
- $CS = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right\}$

15. $\text{sen} x + \cos x \cot x = \csc x$

PROPOSICIONES

- $\text{sen} x + \cos x \cot x = \csc x$
- $\text{sen} x + \cos x \cdot \frac{\cos x}{\text{sen} x} = \frac{1}{\text{sen} x}$
- $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$
- $1 - \cos^2 x + \cos^2 x = 1$
- $1 = 1$ (V)
- Infinitas Soluciones

16. $5\text{sen} x \tan x - 10 \tan x + 3\text{sen} x = 6$

PROPOSICIONES

- $5\text{sen} x \tan x - 10 \tan x + 3\text{sen} x = 6$
- $5\text{sen} x \tan x - 10 \tan x = -3\text{sen} x + 6$
- $5 \tan x (\text{sen} x - 2) = -3(\text{sen} x - 2)$
- $5 \tan x \frac{(\text{sen} x - 2)}{(\text{sen} x - 2)} = -3$
- $5 \tan x = -3$
- $\tan x = -3/5$
- $x = \tan^{-1}(-3/5)$
- $x = -30,96^\circ$
- $x_1 = 329,04^\circ \vee x_2 = 149,04^\circ$
- $x_1 = 5,74 \vee x_2 = 2,60$
- $CS = \{5,74; 2,60\}$

17. $\tan^2 x - 3 = 0$

PROPOSICIONES

- $\tan^2 x - 3 = 0$
- $\tan^2 x = 3$
- $\tan x = \pm \sqrt{3}$
- $x = \tan^{-1}(\sqrt{3}) \vee \tan x = \tan^{-1}(-\sqrt{3})$
- $x = 60 \vee x = 300$
- $x_1 = 60^\circ \vee x_2 = 240^\circ \vee x_3 = 300^\circ \vee x_4 = 120^\circ$
- $x_1 = \frac{\pi}{3} \vee x_2 = \frac{4\pi}{3} \vee x_3 = \frac{5\pi}{3} \vee x_4 = \frac{2\pi}{3}$
- $CS = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$

RAZONES

Dato
Sustitución $\text{sen} x = y$
Factorización
TFO
Despeje de y

Sustitución $y = \text{sen} x$
Def. sen^{-1}
Medida en grados
Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato
Identidades trigonométricas
Multiplicación por $\text{sen} x$
 $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$
Términos semejantes
Valor de verdad
Def. CS

RAZONES

Dato
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Factor común

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$

Simplificación
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
Def. $\tan^{-1}$
Medida en grados
Valores Principales

Medida en radianes
Def. CS

RAZONES

Dato
T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$
Raíz cuadrada
Def. $\tan^1$

Medida en grados
Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

$$18. 2\cos 2x + \sqrt{3} = 0$$

PROPOSICIONES

1. $2\cos 2x + \sqrt{3} = 0$
2. $2(\cos^2 x - \sin^2 x) + \sqrt{3} = 0$
3. $2\cos^2 x - 2\sin^2 x + \sqrt{3} = 0$
4. $2\cos^2 x - 2(1 - \cos^2 x) + \sqrt{3} = 0$
5. $2\cos^2 x - 2 + 2\cos^2 x + \sqrt{3} = 0$
6. $4\cos^2 x = 2 - \sqrt{3}$
7. $\cos^2 x = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$
8. $\cos x = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} \vee \cos x = -\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}}$
9. $x = \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}}\right) \vee x = \cos^{-1}\left(-\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}}\right)$
10. $x = 75^\circ \vee x = 105^\circ$
11. $x_1 = 75^\circ \vee x_2 = 285^\circ \vee x_3 = 105^\circ \vee x_4 = 255^\circ$
12. $x_1 = \frac{5\pi}{12} \vee x_2 = \frac{19\pi}{12} \vee x_3 = \frac{7\pi}{12} \vee x_4 = \frac{17\pi}{12}$
13. $CS = \left\{ \frac{5\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{17\pi}{12} \right\}$

$$19. \cot^2(x/2) = 3$$

PROPOSICIONES

1. $\cot^2(x/2) = 3$
2. $\csc^2(x/2) - 1 = 3$
3. $\csc^2(x/2) = 4$
4. $1/\sin^2(x/2) = 4$
5. $\sin^2(x/2) = 1/4$
6. $\sin(x/2) = 1/2 \vee \sin(x/2) = -1/2$
7. $\pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} = \pm \frac{1}{2}$
8. $\left(\sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \vee \left(\sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$
9. $1 - \cos x = 1/2 \vee 1 - \cos x = 1/2$
10. $\cos x = 1/2$
11. $x = \cos^{-1} 1/2$
12. $x = 60^\circ$
13. $x = 60^\circ, x = 300^\circ$
14. $x_1 = \pi/3 \vee x_2 = 5\pi/3$
15. $CS = \{\pi/3, 5\pi/3\}$

$$20. \sin 2x = 2\sin x$$

PROPOSICIONES

1. $\sin 2x = 2\sin x$
2. $2\sin x \cos x = 2\sin x$
3. $2\sin x \cos x - 2\sin x = 0$
4. $2\sin x(\cos x - 1) = 0$
5. $2\sin x = 0 \vee \cos x - 1 = 0$
6. $\sin x = 0 \vee \cos x = 1$
7. $x = \sin^{-1} 0 \vee x = \cos^{-1} 1$
8. $x = 0^\circ, x = 180^\circ$
9. $x = 0^\circ, x = 360^\circ$
10. $x_1 = 0\pi\text{rad} \vee x_2 = \pi\text{rad} \vee x_3 = 2\pi\text{rad}$
11. $CS = \{0\pi, \pi, 2\pi\}$

RAZONES

Datos

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Axi. Distributivos

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Axi. Distributivo

Términos semejantes

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Raíz cuadrada

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato

$$\csc^2 x = 1 + \cot^2 x$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c \text{ y TS}$$

$$\sin x = 1 / \csc x$$

$$T: a / b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

Raíz cuadrada

Ángulo mitad de seno

Elevar al cuadrado

Definición de (a^n)

Operaciones algebraicas

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Factor común

TFO

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Def. $\sin^{-1}$ y Def. $\cos^{-1}$ Valores principales $\sin x$ Valores principales $\cos x$

Medida en radianes

Def. CS

$$21. \operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x = 1/2$$

PROPOSICIONES

1. $\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x = 1/2$
2. $1 - \cos^2 x - \cos^2 x = 1/2$
3. $-2\cos^2 x = -1/2$
4. $\cos^2 x = 1/4$
5. $\cos x = 1/2 \vee \cos x = -1/2$
6. $x = \cos^{-1} 1/2 \vee x = \cos^{-1} -1/2$
7. $x = 60^\circ \vee x = 120^\circ$
8. $x = 60^\circ, x = 120^\circ, x = 240^\circ, x = 300^\circ$
9. $x = \frac{\pi}{3} \vee x = \frac{2\pi}{3} \vee x = \frac{4\pi}{3} \vee x = \frac{5\pi}{3}$
10. $CS = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$

$$22. 4\operatorname{sen}^2 x \tan x - \tan x = 0$$

PROPOSICIONES

1. $4\operatorname{sen}^2 x \tan x - \tan x = 0$
2. $\tan x(4\operatorname{sen}^2 x - 1) = 0$
3. $\tan x = 0 \vee 4\operatorname{sen}^2 x - 1 = 0$
4. $\tan x = 0 \vee \operatorname{sen} x = \pm 1/2$
5. $x = \tan^{-1} 0 \vee x = \operatorname{sen}^{-1} (\pm 1/2)$
6. $x = 0^\circ \vee x = 30^\circ, x = 210^\circ$
7. $x_1 = 0^\circ \vee x_2 = 180^\circ \vee x_2 = 360^\circ$
8. $x_1 = 30^\circ \vee x_2 = 150^\circ \vee x_3 = 210^\circ \vee x_4 = 330^\circ$
9. $CS = \left\{ 0\pi, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, 2\pi \right\}$

$$23. \operatorname{sen}^3 x - \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x + 1 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $\operatorname{sen}^3 x - \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x + 1 = 0$
2. $y^3 - y^2 - y + 1 = 0$
3. $(y-1)(y+1) = 0$
4. $y = 1 \vee y = -1$
5. $\operatorname{sen} x = 1 \vee \operatorname{sen} x = -1$
6. $x = \operatorname{sen}^{-1} 1 \vee x = \operatorname{sen}^{-1} (-1)$
7. $x = 90^\circ \vee x = -90^\circ$
8. $x_1 = 90^\circ \vee x_2 = 270^\circ$
9. $x_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \vee x_2 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$
10. $CS = \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$

$$24. \cos^2 x + 2\operatorname{sen} x + 2 = 0$$

PROPOSICIONES

1. $\cos^2 x + 2\operatorname{sen} x + 2 = 0$
2. $1 - \operatorname{sen}^2 x + 2\operatorname{sen} x + 2 = 0$
3. $\operatorname{sen}^2 x - 2\operatorname{sen} x + 3 = 0$
4. $y^2 - 2y + 3 = 0$
5. $(y-3)(y+1) = 0$
6. $y = 3 \vee y = -1$
7. $\operatorname{sen} x = 3 \vee \operatorname{sen} x = -1$
8. $\operatorname{sen} x = -1$
9. $x = \operatorname{sen}^{-1} (-1)$
10. $x = -90^\circ$
11. $x = 270^\circ$
12. $x = 3\pi/2$
13. $CS = \{3\pi/2\}$

RAZONES

Dato

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c \text{ y TS}$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Raíz cuadrada

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato

Factor común

TFO

Operaciones algebraicas

Def. $\tan^{-1}$. Def. sen^{-1}

Medida en grados

Valores principales de $\tan x$ Valores principales de $\operatorname{sen} x$

Def. CS.

RAZONES

Dato

Sustitución $\operatorname{sen} x = y$

Factorización

TFO

Sustitución $y = \operatorname{sen} x$ Def. sen^{-1}

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

Términos semejantes

Sustitución $\operatorname{sen} x = y$

Factorización

TFO

Sustitución $y = \operatorname{sen} x$

$$\operatorname{sen} x = 3 \rightarrow CS = \emptyset$$

Def. sen^{-1}

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

25. $\cot^2 x + \tan^2 x = 2$

PROPOSICIONES

1. $\cot^2 x + \tan^2 x = 2$
2. $\frac{1}{\tan^2 x} + \tan^2 x = 2$
3. $\frac{1 + \tan^4 x}{\tan^2 x} = 2$
4. $1 + \tan^4 x = 2 \tan^2 x$
5. $\tan^4 x - 2 \tan^2 x + 1 = 0$
6. $y^4 - 2y^2 + 1 = 0$
7. $y = 1 \vee y = -1$
8. $\tan x = 1 \vee \tan x = -1$
9. $x = \tan^{-1} 1 \vee x = \tan^{-1}(-1)$
10. $x = 45^\circ \vee x = -45^\circ$
11. $x_1 = 45^\circ \vee x_2 = 135^\circ \vee x_3 = 225^\circ \vee x_4 = 315^\circ$
12. $CS = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$

26. $3 \cos^2 x + 5 \sin x = 1$

PROPOSICIONES

1. $3 \cos^2 x + 5 \sin x = 1$
2. $3(1 - \sin^2 x) + 5 \sin x = 1$
3. $3 - 3 \sin^2 x + 5 \sin x = 1$
4. $3 - 3 \sin^2 x + 5 \sin x - 1 = 0$
5. $3 \sin^2 x - 5 \sin x - 2 = 0$
6. $3y^2 - 5y - 2 = 0$
7. $y = 2 \vee y = -1/3$
8. $\sin x = 2 \vee \sin x = -1/3$
9. $\sin x = -1/3$
10. $x = \sin^{-1}(-1/3)$
11. $x = -19,47^\circ$
12. $x_1 = 199,47^\circ \vee x_2 = 340,53^\circ$
13. $CS = \{1,11\pi; 1,89\pi\}$

5.- Resolver las siguientes ecuaciones en el intervalo indicado. Verificar las respuestas (graficador).

Observación: las gráficas las puede ver en Anexos.

1. $\sin^2 x = 1/4; [2\pi, 4\pi]$

PROPOSICIONES

1. $\sin^2 x = 1/4$
2. $\sin x = \pm 1/2$
3. $x = \sin^{-1}(1/2) \wedge x = \sin^{-1}(-1/2)$
4. $x = 390^\circ \vee x = 690^\circ$
5. $x_1 = 390^\circ \vee x_2 = 510^\circ \vee x_3 = 570^\circ \vee x_4 = 690^\circ$
6. $x_1 = \frac{13\pi}{6} \vee x_2 = \frac{17\pi}{6} \vee x_3 = \frac{19\pi}{6} \vee x_4 = \frac{23\pi}{6}$
7. $CS = \left\{ \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}, \frac{23\pi}{6} \right\}$

2. $\csc^2 x = 2; [-2\pi, -4\pi]$

PROPOSICIONES

1. $\csc^2 x = 2$
2. $\csc x = \pm \sqrt{2}$
3. $1/\sin x = \pm \sqrt{2}$
4. $1 = \pm \sqrt{2} \cdot \sin x$
5. $\sin x = \pm 1/\sqrt{2}$

RAZONES

Dato

$\tan x = 1/\cot x$

Suma de fracciones

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Sustitución $\tan x = y$

Raíces de la ecuación 5

Sustitución $y = \tan x$

Def. $\tan^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Def. CS

RAZONES

Dato

Factor común

Axi. Distributivo

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Términos semejantes

Sustitución $\sin x = y$

Raíces de la ecuación 5

Sustitución $y = \sin x$

$\sin x = 2 \rightarrow CS = \emptyset$

Def. $\sin^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Def. CS

RAZONES

Dato

Raíz cuadrada

Def. $\sin^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato

Raíz cuadrada

$\sin x = 1/\csc x$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

$$\begin{aligned}
6. \quad & x = \operatorname{sen}^{-1}\left(1/\sqrt{2}\right) \vee x = \operatorname{sen}^{-1}\left(-1/\sqrt{2}\right) \\
7. \quad & x = -405^\circ \vee x = -585^\circ \\
8. \quad & x_1 = -405^\circ \vee x_2 = -495^\circ \vee x_3 = -585^\circ \vee x_4 = -675^\circ \\
9. \quad & x_1 = -\frac{9\pi}{4} \vee x_2 = -\frac{11\pi}{4} \vee x_3 = -\frac{13\pi}{4} \vee x_4 = -\frac{15\pi}{4} \\
10. \quad & CS = \left\{-\frac{9\pi}{4}, -\frac{11\pi}{4}, -\frac{13\pi}{4}, -\frac{15\pi}{4}\right\}
\end{aligned}$$

$$3. \tan^2 x - 3 = 0; [2\pi, 4\pi]$$

PROPOSICIONES

$$\begin{aligned}
1. \quad & \tan^2 x - 3 = 0 \\
2. \quad & \tan^2 x = 3 \\
3. \quad & \tan x = \pm\sqrt{3} \\
4. \quad & x = \tan^{-1}(\sqrt{3}) \wedge x = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) \\
5. \quad & x = 420^\circ \vee x = 660^\circ \\
6. \quad & x_1 = 420^\circ \vee x_2 = 600^\circ \vee x_3 = 48^\circ \vee x_4 = 660^\circ \\
7. \quad & x_1 = \frac{7\pi}{3} \vee x_2 = \frac{10\pi}{3} \vee x_3 = \frac{8\pi}{3} \vee x_4 = \frac{11\pi}{3} \\
8. \quad & CS = \left\{\frac{7\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}\right\}
\end{aligned}$$

$$4. \sec^2 x - 4 = 0; [-2\pi, -4\pi]$$

PROPOSICIONES

$$\begin{aligned}
1. \quad & \sec^2 x - 4 = 0 \\
2. \quad & \sec^2 x = 4 \\
3. \quad & \sec x = \pm 2 \\
4. \quad & 1/\cos x = \pm 2 \\
5. \quad & 1 = \pm 2 \cdot \cos x \\
6. \quad & \cos x = \pm 1/2 \\
7. \quad & x = \cos^{-1}(1/2) \vee x = \cos^{-1}(-1/2) \\
8. \quad & x = -420^\circ \vee x = -480^\circ \\
9. \quad & x = -420^\circ \vee x = -660^\circ \vee x = -480^\circ \vee x = -600^\circ \\
10. \quad & CS = \left\{-\frac{7\pi}{3}, -\frac{11\pi}{3}, -\frac{8\pi}{3}, -\frac{10\pi}{3}\right\}
\end{aligned}$$

$$5. \tan 2x = 1; [4\pi, 6\pi]$$

PROPOSICIONES

$$\begin{aligned}
1. \quad & \tan 2x = 1 \\
2. \quad & \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 1 \\
3. \quad & 2 \tan x = 1 - \tan^2 x \\
4. \quad & \tan^2 x + 2 \tan x - 1 = 0 \\
5. \quad & y^2 + 2y - 1 = 0 \\
6. \quad & y = -1 + \sqrt{2} \vee y = -1 - \sqrt{2} \\
7. \quad & \tan x = -1 + \sqrt{2} \vee \tan x = -1 - \sqrt{2} \\
8. \quad & x = \tan^{-1}(-1 + \sqrt{2}) \vee x = \tan^{-1}(-1 - \sqrt{2}) \\
9. \quad & x = 22,55^\circ \vee x = -67,5^\circ \\
10. \quad & x_1 = 742,5^\circ \vee x_2 = 832,5^\circ \vee \\
& x_3 = 922,5^\circ \vee x_4 = 1012,5^\circ \\
11. \quad & CS = \left\{\frac{33\pi}{8}, \frac{37\pi}{8}, \frac{41\pi}{8}, \frac{45\pi}{8}\right\}
\end{aligned}$$

Def. sen^{-1}
Medida en grados
Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Raíz cuadrada

Def. $\tan^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

RAZONES

Dato

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Raíz cuadrada

$\cos x = 1/\sec x$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Def. CS

RAZONES

Dato

Ángulo doble (tangente)

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

T: $a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$

Sustitución $y = \tan x$

Raíces de la ecuación 5

Sustitución $y = \tan x$

Def. $\tan^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Def. CS

$$6. 2 \cos 2x + \sqrt{3} = 0; [-4\pi, -6\pi]$$

PROPOSICIONES

1. $2 \cos 2x + \sqrt{3} = 0$
2. $2 \cos 2x = -\sqrt{3}$
3. $\cos 2x = -\sqrt{3} / 2$
4. $2 \cos^2 x - 1 = -\sqrt{3} / 2$
5. $\cos^2 x = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$
6. $\cos x = \pm \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}}$
7. $x = \cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} \right) \vee x = \cos^{-1} \left(-\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} \right)$
8. $x = 75^\circ \vee x = 105^\circ$
9. $x_1 = -795^\circ \vee x_2 = -825^\circ \vee x_3 = -975^\circ \vee x_4 = -1005^\circ$
10. $CS = \left\{ -\frac{53\pi}{12}, -\frac{55\pi}{12}, -\frac{65\pi}{12}, -\frac{67\pi}{12} \right\}$

$$7. \sin^2 2x = 1; [6\pi, 8\pi]$$

PROPOSICIONES

1. $\sin^2 2x = 1$
2. $\sin 2x = \pm 1$
3. $2 \sin x \cos x = \pm 1$
4. $\sin x = \pm 1 / 2 \cos x$
5. $\sqrt{1 - \cos^2 x} = \pm 1 / 2 \cos x$
6. $\left(\sqrt{1 - \cos^2 x} \right) = \left(\pm \frac{1}{2 \cos x} \right)^2$
7. $1 - \cos^2 x = \frac{1}{4 \cos^2 x}$
8. $4 \cos^2 x (1 - \cos^2 x) = 1$
9. $4 \cos^2 x - 4 \cos^4 x = 1$
10. $4 \cos^4 x - 4 \cos^2 x - 1 = 0$
11. $4y^4 - 4y^2 - 1 = 0$
12. $y = \pm 1 / \sqrt{2}$
13. $\cos x = \pm 1 / \sqrt{2}$
14. $x = \cos^{-1} \left(\pm 1 / \sqrt{2} \right)$
15. $x = 45^\circ \vee x = 135^\circ$
16. $x_1 = 1125^\circ \vee x_2 = 1215^\circ \vee x_3 = 1305^\circ \vee x_4 = 1395^\circ$
17. $CS = \{ 25\pi / 4, 27\pi / 4, 29\pi / 4, 31\pi / 4 \}$

$$8. 4 \cos^2(2x) - 1 = 0; [-6\pi, -8\pi]$$

PROPOSICIONES

1. $4 \cos^2(2x) - 1 = 0$
2. $4 \cos^2 2x = 1$
3. $\cos^2 2x = 1 / 4$
4. $\cos 2x = 1 / 2 \vee \cos 2x = -1 / 2$
5. $2 \cos^2(x) - 1 = 1 / 2 \vee 2 \cos^2(x) - 1 = -1 / 2$
6. $\cos^2 x = 3 / 4 \vee \cos^2 x = 1 / 4$
7. $\cos x = \pm \sqrt{3} / 2 \vee \cos x = \pm 1 / 2$

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

Operaciones algebraicas

Raíz cuadrada

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Def. CS

RAZONES

Dato

Raíz cuadrada

Ángulo doble (seno)

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$$

$$\left(\sqrt[n]{a} \right)^n = a. \text{ Def. } (a^n)$$

$$T: a / b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

Axi. Distributivo

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

Sustitución $y = \cos x$

Raíces de la ecuación 11

Sustitución $y = \cos x$ Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Def. CS

RAZONES

Dato

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = b \mp c$$

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Raíz cuadrada

$$\cos 2x = 2 \cos^2(x) - 1$$

Operaciones algebraicas

Raíz cuadrada

$$8. \quad x = \cos^{-1}(\pm\sqrt{3}/2) \vee x = \cos^{-1}(\pm 1/2)$$

Def. $\cos^{-1}$
Medida en grados

$$9. \quad x = 30^\circ \vee x = 60^\circ$$

$$10. \quad x_1 = -1110^\circ \vee x_2 = -1140^\circ \vee x_3 = -1200^\circ \vee x_4 = -1230^\circ$$

Valores principales

$$x_5 = -1290^\circ \vee x_6 = -1320^\circ \vee x_7 = -1380^\circ \vee x_8 = -1410^\circ$$

Def. CS

$$11. \quad CS = \left\{ -\frac{37\pi}{6}, -\frac{19\pi}{3}, -\frac{20\pi}{3}, -\frac{41\pi}{6}, -\frac{43\pi}{6}, -\frac{22\pi}{3}, -\frac{23\pi}{3}, -\frac{47\pi}{6} \right\}$$

$$9. \quad \cot^2(x/2) = 3; [2\pi, 4\pi]$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad \cot^2(x/2) = 3$$

$$2. \quad \cot(x/2) = \pm\sqrt{3}$$

$$3. \quad \frac{1}{\tan(x/2)} = \pm\sqrt{3}$$

$$4. \quad \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$5. \quad \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$6. \quad \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$7. \quad \frac{1-\cos x}{1+\cos x} = \frac{1}{3}$$

$$8. \quad 3-3\cos x = 1+\cos x$$

$$9. \quad 2-4\cos x = 0$$

$$10. \quad \cos x = 1/2$$

$$11. \quad x = \cos^{-1}(1/2)$$

$$12. \quad x = 60^\circ$$

$$13. \quad x_1 = 420^\circ \vee x_2 = 660^\circ$$

$$14. \quad x_1 = \frac{7\pi}{3} \vee x_2 = \frac{11\pi}{3}$$

$$15. \quad CS = \left\{ \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3} \right\}$$

RAZONES

Dato

Raíz cuadrada

$$\tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

Racionalización

$$\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$$

Elevamos al cuadrado y simplificamos

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

TT y Términos semejantes

Despeje de $\cos x$

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

$$10. \quad \sec^2(x/2) = 2; [-2\pi, -4\pi]$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad \sec^2(x/2) = 2$$

$$2. \quad \sec(x/2) = \pm\sqrt{2}$$

$$3. \quad \frac{1}{\cos(x/2)} = \pm\sqrt{2}$$

$$4. \quad \cos(x/2) = \pm 1/\sqrt{2}$$

$$5. \quad \cos(x/2) = \pm\sqrt{2}/2$$

$$6. \quad \frac{x}{2} = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \vee \frac{x}{2} = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$7. \quad \frac{x}{2} = 45^\circ \vee \frac{x}{2} = 135^\circ$$

$$8. \quad x = 90^\circ \vee x = 270^\circ$$

$$9. \quad x_1 = -450^\circ \vee x_2 = -630^\circ$$

$$10. \quad x_1 = -5\pi/2 \vee x_2 = -7\pi/2$$

$$11. \quad CS = \left\{ -\frac{5\pi}{2}, -\frac{7\pi}{2} \right\}$$

RAZONES

Dato

Raíz cuadrada

$$\tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

Racionalización

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

$$T: a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS

$$11. \cos^2 x - 3\sin^2 x = 0; [4\pi, 6\pi]$$

PROPOSICIONES

1. $\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$
2. $1 - \sin^2 x - 3\sin^2 x = 0$
3. $1 - 4\sin^2 x = 0$
4. $-4\sin^2 x = -1$
5. $4\sin^2 x = 1$
6. $\sin^2 x = 1/4$
7. $\sin x = \pm 1/2$
8. $x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \vee x = \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$
9. $x = 30^\circ \vee x = -30^\circ$
10. $x_1 = 750^\circ \vee x_2 = 870^\circ \vee x_3 = 930^\circ \vee x_4 = 1050^\circ$
11. $x_1 = \frac{25\pi}{6} \vee x_2 = \frac{29\pi}{6} \vee x_3 = \frac{31\pi}{6} \vee x_4 = \frac{35\pi}{6}$
12. $CS = \left\{ \frac{25\pi}{6}; \frac{29\pi}{6}; \frac{31\pi}{6}; \frac{35\pi}{6} \right\}$

$$12. \sin^2 x - \cos^2 x = 1/2; [-4\pi; -6\pi]$$

PROPOSICIONES

1. $\sin^2 x - \cos^2 x = 1/2$
2. $1 - \cos^2 x - \cos^2 x = 1/2$
3. $1 - 2\cos^2 x = 1/2$
4. $-2\cos^2 x = (1/2) - 1$
5. $-2\cos^2 x = -1/2$
6. $2\cos^2 x = 1/2$
7. $\cos^2 x = 1/4$
8. $\cos x = \pm(1/2)$
9. $x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \vee x = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$
10. $x = 60^\circ \vee x = 120^\circ$
11. $x = -780^\circ \vee x = -1020^\circ \vee$
 $x = -840^\circ \vee x = -960^\circ$
12. $x = -\frac{13\pi}{3} \vee x = -\frac{17\pi}{3} \vee$
 $x = -\frac{14\pi}{3} \vee x = -\frac{16\pi}{3}$
13. $CS = \left\{ -\frac{13\pi}{3}; -\frac{14\pi}{3}; -\frac{16\pi}{3}; -\frac{17\pi}{3} \right\}$

RAZONES

Dato

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Términos semejantes

Cambio de signo

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Raíz cuadrada

Def. $\sin^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS.

RAZONES

Dato

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Términos semejantes

$$T: a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

Def. (-)

Cambio de signo

$$T: a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Raíz cuadrada

Def. $\cos^{-1}$

Medida en grados

Valores principales

Medida en radianes

Def. CS.

CAPÍTULO 4

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

IGUALDAD DE NÚMEROS

PÁGINA 87

1.- Resolver los siguientes problemas:

1. El duplo de un número excede en 15 a la mitad del número aumentado en 60. Hallar el número.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número	x	$2x - 15 = \frac{x}{2} + 60$
Duplo del número	$2x$	
Mitad del número	$x/2$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=50$, por lo tanto, el número buscado es 50.

2. El denominador de una fracción excede en 6, al doble del numerador. Si al numerador se aumenta en 15 y denominador se disminuye en 1, el valor de la fracción es $4/3$. Hallar la fracción.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Fracción original	$\frac{x}{2x+6}$	$\frac{x+15}{2x+5} = \frac{4}{3}$
Fracción modificada	$\frac{x+15}{2x+5}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=5$, por lo tanto, la fracción buscada es $5/16$.

3. Un número menos 17 es igual a la diferencia entre los $3/5$ y $1/6$ del número. Hallar el número.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número	x	$x - 17 = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right)x$
Diferencia de los $3/5$ y $1/6$ del número	$\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right)x$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=30$, por lo tanto, el número buscado es 30.

4. En un número de 3 dígitos, la cifra de las centenas excede en 3 unidades a la cifra de las decenas. La cifra de las unidades disminuida en 4 es igual a la cifra de las decenas. Si al número se añade la suma de los valores absolutos de sus cifras se obtiene 767. Hallar el número.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Centena	$x-1$	$100(x-1) + 10(x-4) + x$ $ x-1 + x-4 + x = 767$
Decena	$x-4$	
Unidad	x	
Forma (F) polinómica del número	$100(x-1) + 10(x-4) + x$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=4$, por lo tanto, el número buscado es 748.

5. En un número de 3 cifras, el dígito de las unidades excede en 8 a la cifra de las centenas. La cifra de las decenas excede en 1 a la cifra de las centenas. La cifra de las unidades es el triple de la suma de los dígitos de las decenas y centenas. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Centena	x	$x + 8 = 3[(x+1) + x]$
Decena	$x+1$	
Unidad	$x+8$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=1$, por lo tanto, el número buscado es 129.

6. En un número de dos dígitos, la cifra de las decenas es igual al triple de las cifras de las unidades. Si al número se resta 54 se obtiene otro número con las mismas cifras, pero en orden inverso.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Decena	$3x$	$10(3x) + x - 54 = 10x + 3x$
Unidad	x	
F. polinómica del número	$10(3x) + x$	
Número inverso	$10x + 3x$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=3$, por lo tanto, el número buscado es 93.

7. En un número de dos cifras, el dígito de las unidades excede en 5 a la cifra de las decenas. Si al número se le agrega el doble de sus unidades resulta 67. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN	
Decena	x
Unidad	$x + 5$
Doble de las unidades	$2(x + 5)$
F. polinómica del número	$10x + 2(x + 5)$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$10x + (x + 5) + 2(x + 5) = 67$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=4$, por lo tanto, el número es 49.

8. Hallar dos números consecutivos tales que el menor exceda en 15 a la diferencia entre los $\frac{4}{3}$ del menor y los $\frac{3}{5}$ del mayor.

REPRESENTACIÓN	
Primer número (menor)	x
Segundo número (mayor)	$x + 1$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$x - 15 = \frac{4}{3}x - \frac{3}{5}(x + 1)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=54$, por lo tanto, los números buscados son 54 y 55.

9. Hallar dos números consecutivos tales que los $\frac{4}{5}$ del menor exceda en 33 a los $\frac{3}{7}$ del mayor.

REPRESENTACIÓN	
Primer número (menor)	x
Segundo número (mayor)	$x + 1$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{4}{5}x - 33 = \frac{3}{7}(x + 1)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=90$, por lo tanto, los números buscados son 90 y 91.

10. Hallar tres números consecutivos tales que la suma de los $\frac{4}{3}$ del menor con los $\frac{2}{5}$ del mayor exceda en 35 al número del medio.

REPRESENTACIÓN	
Primer número (menor)	x
Segundo número (medio)	$x + 1$
Tercer número (mayor)	$x + 2$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{4}{3}x + \frac{2}{5}(x + 2) - 35 = x + 1$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=48$, por lo tanto, los números buscados son 48; 49 y 50.

11. La suma de cuatro números es 90. El segundo número es el doble del primero, el tercero es el doble del segundo y el cuarto es el doble del tercero. ¿Cuáles son los números?

REPRESENTACIÓN	
Primer número	x
Segundo número	$2x$
Tercer número	$4x$
Cuarto número	$8x$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$x + 2x + 4x + 8x = 90$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=6$, por lo tanto, los números buscados son 6; 12; 24 y 48.

12. La cifra de las decenas de un número de 3 dígitos excede en 2 a la cifra de las unidades. La cifra de las centenas es igual al triple de la cifra de las decenas. La suma de los valores absolutos de las cifras del número es 13. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN	
Centena	$3(x + 2)$
Decena	$x + 2$
Unidad	x
F. polinómica	$100(3x + 6) + 10(x + 2) + x$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$ x + x + 2 + 3x + 6 = 13$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=1$, por lo tanto, el número buscado es 931.

13. La cifra de las unidades de un número de dos cifras es el duplo de las cifras de las decenas. Si el número, disminuido en 12, se divide para la diferencia entre la cifra de las unidades y la cifra de las decenas el cociente es 9. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN	
Decena	x
Unidad	$2x$
F. polinómica del número	$10x + 2x$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{10x + 2x - 12}{2x - x} = 9$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=4$, por lo tanto, el número buscado es 48.

14. La cifra de las decenas de un número de dos cifras excede a la cifra de las unidades en 1. Si el número se divide para la suma de sus cifras entonces el cociente es 6. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN	
Decena	$x + 1$
Unidad	x
F. polinómica del número	$10(x + 1) + x$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{10(x + 1) + x}{(x + 1) + x} = 6$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=4$, así que, el número buscado es 54.

15. La cifra de las decenas de un número de dos cifras es igual a la cifra de las unidades menos 2. Si el número se multiplica por 9 el producto es igual a 36 veces la suma de sus cifras. Hallar el número.

REPRESENTACIÓN	
Decena	$x - 2$
Unidad	x
F. polinómica del número	$10(x - 2) + x$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$9[10(x - 2) + x] = 36[(x - 2) + x]$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=4$, así que, el número buscado es 24.

16. El dígito de las decenas de un número de dos cifras excede en 3 a la cifra de las unidades, y el número excede en 36 a 9 veces la cifra de las unidades. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN	
Decena	$x + 3$
Unidad	x
F. polinómica del número	$10(x + 3) + x$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$10(x + 3) + x = 9x + 36$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=3$, así que, el número buscado es 63.

17. La cifra de las decenas de un número de dos dígitos excede en 4 a la cifra de las unidades. Si el número se divide para la suma de sus cifras el cociente es 8 y el residuo es 3. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN	
Decena	$x + 4$
Unidad	x
Forma polinómica del número	$10(x + 4) + x$
División	$\frac{10(x + 4) + x}{(x + 4) + x}$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$10(x + 4) + x = 8[(x + 4) + x] + 3$ (Teorema del residuo)

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=1$, así que, el número buscado es 51.

18. La cifra de las unidades de un número de dos dígitos es igual a la cifra de las decenas más 4. Si el número se divide para la cifra de las unidades el cociente es 5 y el residuo es 2. Hallar el número.

REPRESENTACIÓN	
Decena	x
Unidad	$x + 4$
F. polinómica del número	$10x + x + 4$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$10(x + 4) + x = 5x + 2$ (Teorema del residuo)

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=3$, por lo tanto, el número buscado es 37.

19. La cifra de las unidades de un número de tres dígitos es el duplo de la cifra de las decenas, y la cifra de las decenas es igual a cifra de las centenas aumentado en 1. Si se invierte el orden de las cifras y del número resultante se resta el número primitivo se obtiene 495. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN	
Cifra de las unidades	x
Cifra de las decenas	$2x$
Cifra de las centenas	$2x + 1$
F. polinómica de número (número primitivo)	$100(2x + 1) + 10(2x) + x$
El número invertido	$100x + 10(2x) + 2x + 1$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$100(2x + 1) + 10(2x) + x - [100x + 10(2x) + 2x + 1] = 495$

Resolviendo la ecuación se tiene $x = 4$, por lo tanto, el número es 984.

20. La diferencia de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 40. Hallar los números.

REPRESENTACIÓN	
Número impar	$2x + 1$
Número impar consecutivo	$2x + 3$
Diferencia de cuadrados de dos números	$(2x + 3)^2 - (2x + 1)^2$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$(2x + 3)^2 - (2x + 1)^2 = 40$

Resolviendo la ecuación se tiene $x = 4$, por lo tanto, los números buscados son 11 y 9.

21. La diferencia entre la cifra de las decenas y la cifra de las unidades de un número de dos cifras es 4. Si al número se le agrega el triple de la suma de los valores absolutos de sus cifras se obtiene 103. Hallar el número.

REPRESENTACION	
Decena	$4 + x$
Unidad	x
Forma polinómica del número	$10(4 + x) + x$

PLANTEO (ECUACION)
$10(4 + x) + x + 3 4 + 2x = 103$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=3$, por lo tanto, el número buscado es 73.

22. La suma de dos números es 14. Dos veces el mayor excede en 3 unidades a tres veces el menor. Hallar los números.

REPRESENTACION	
Número mayor	x
Número menor	$14 - x$

PLANTEO (ECUACION)
$2x = 3 + 3(14 - x)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 9$, por lo tanto, los números buscados son 9 y 5.

23. La suma de dos números es 571. Si se divide el mayor para el menor, el cociente es 3 y el residuo es 67. Halla los números.

REPRESENTACION	
Número mayor	x
Número menor	$571 - x$

PLANTEO (ECUACION)
$x = 3(571 - x) + 67$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 445$, por lo tanto, los números buscados son 445 y 126.

24. La suma de la cifra de las decenas y la cifra de las unidades de un número de dos cifras es 5. Si el número, aumentado en 4, se divide para el duplo de la cifra de las decenas el cociente es 6. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACION	
Decena	x
Unidad	$5 - x$
F. polinómica del número	$10x + (5 - x)$

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{10x + (5 - x) + 4}{2x} = 6$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=3$, por lo tanto, el número buscado es 32.

25. La suma de los $\frac{2}{5}$ de un número y lo $\frac{4}{9}$ del mismo número excede en 32 a la diferencia entre el $\frac{1}{3}$ y el $\frac{1}{5}$ del número. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACION	
Número	x
Suma de los números	$\frac{2}{5}x + \frac{4}{9}x$
Diferencia de los números	$\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}x$

PLANTEO (ECUACION)
$\left(\frac{2}{5}x + \frac{4}{9}x\right) = 32 + \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}x\right)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 45$, así que, el número es 45.

26. Las cifras de un número de tres dígitos son tres números consecutivos. El dígito de las unidades es el número mayor, y el dígito de las centenas el número menor. Si el número se divide para el número de dos dígitos que forman las decenas y las unidades, el cociente es 6 y el resto es 30. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACION	
Número menor (centena)	x
Número intermedio (decena)	$x + 1$
Número mayor (unidad)	$x + 2$
El número	$100x + 10(x + 1) + x + 2$
	$\frac{100x + 10(x + 1) + x + 2}{10(x + 1) + (x + 2)}$

PLANTEO (ECUACION)
$100x + 10(x + 1) + x + 2 = 6(10(x + 1) + x + 2) + 30$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 2$, así que, el número buscado es 234.

IGUALDAD CON DINERO

PÁGINA 90

1.- Resolver los siguientes problemas:

1. A tiene \$4 más que B. Si B gasta \$8 dólares, tendría \$2 menos que los $\frac{3}{4}$ de lo que tiene A. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACION	
Dinero que tiene A	$x + 4$
Dinero que tiene B	x

PLANTEO (ECUACION)
$x - 8 = \frac{3}{4}(x + 4) - 2$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 36$, así que tienen, A \$40 y B \$36.

2. A tiene \$60 en billetes de \$10 y de \$1. Si el número de billetes de \$5 es el triple del número de billetes de \$10. ¿Cuántos billetes tiene de cada denominación?

Observación: el ejercicio (2) se deja para que los estudiantes reflexionen su resolución.

3. A tiene el triple de dinero que B. Si A le diera a B \$30, tendría los $\frac{3}{5}$ de la que tendría B. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tienen	Número de dólares si A diera a B
B	x	x + 30
A	3x	3x - 30

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$3x - 30 = \frac{3}{5}(x + 30)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 20$, así que tienen. A \$60 y B \$20.

4. A tiene la mitad de lo que tiene B. Si A gana \$40 y B pierde \$55, entonces A tendría el doble de lo que tiene B. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tienen	Número de dólares si A gana y B pierde
B	x	x - 55
A	$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{2} + 40$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\frac{x}{2} + 40 = 2(x - 55)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 100$, así que tienen, A \$50 y B \$100.

5. A tiene los $\frac{7}{8}$ de lo que tiene B. Si A gana \$21 y B pierde \$12, ambas tendrían lo mismo. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tienen	Número de dólares si A gana y B pierde
B	x	x - 12
A	$\frac{7}{8}x$	$\frac{7}{8}x + 21$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\frac{7}{8}x + 21 = x - 12$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 264$, así que tienen, A \$231 y B \$264.

6. A tiene tres veces la cantidad de dinero que tiene B. Si A pierde \$12, ambas tendrían lo mismo. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tienen	Número de dólares si A pierde
B	x	x
A	3x	3x - 12

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$3x - 12 = x$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 6$, así que tienen, A \$18 y B \$6.

7. A y B empiezan a jugar con igual cantidad de dinero. Cuando A ha perdido $\frac{2}{3}$ del dinero con que empezó a jugar, B ha ganado \$32. ¿Con cuánto empezaron a jugar?

REPRESENTACIÓN	
Número de dólares que tienen	x
Número de dólares que A pierde y B gana	$\frac{2}{3}x$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\frac{2}{3}x = 32$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 48$, por lo tanto, A y B empezaron a jugar con \$48.

8. A y B empiezan a jugar teniendo B los $\frac{4}{3}$ de lo que tiene A. Cuando B ha ganado \$44 tiene los $\frac{6}{3}$ de lo que le queda a A. ¿Con cuánto empezó a jugar cada uno?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tienen	Número de dólares después de jugar
A	x	x - 44
B	$\frac{4}{3}x$	$\frac{4}{3}x + 44$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\frac{4x}{3} + 44 = \frac{6}{3}(x - 44)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 198$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tiene A y B respectivamente es: \$198; \$264.

9. B tiene $\frac{1}{2}$ de lo que tiene A, y C tiene $\frac{4}{3}$ de lo que tiene B. Si entre los tres tienen \$36. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN	
Número de dólares que tiene A	x
Número de dólares que tiene B	$\frac{x}{2}$
Número de dólares que tiene C	$\frac{4}{3}(x/2)$

PLANTEO (ECUACION)
$x + \frac{x}{2} + \frac{4}{3}\left(\frac{x}{2}\right) = 36$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=216/13$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tiene A, B y C respectivamente es: \$16,62; \$8,30; \$11,08.

10. A tiene $\frac{9}{5}$ de lo que tiene B. Si B recibe \$78, entonces tendría el doble de lo que tiene A ahora. ¿Cuánto tiene cada uno ahora?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tiene	Número de dólares que tendrían
A	$9x/5$	$2(9x/5)$
B	x	$x+78$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$x + 78 = 2\left(\frac{9}{5}x\right)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=30$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tiene A y B respectivamente es: \$54; \$30.

11. B tiene $\frac{1}{3}$ de lo que tiene A. Si B le gana a A una suma igual a los $\frac{2}{5}$ de lo que tiene A, B tendría \$8 más que A. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tiene	Número de dólares que tendrían
A	x	$x - \frac{2}{5}x$
B	$\frac{1}{3}x$	$\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x = x - \frac{2}{5}x + 8$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=60$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tiene A y B respectivamente es: \$60; \$20.

12. B tiene $\frac{2}{5}$ de lo que tiene A. Si B le gana \$45 a A tendría los $\frac{7}{5}$ de lo que le queda a A. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tiene	Número de dólares que tendrían
A	x	$x - 45$
B	$2x/5$	$2x/5 + 45$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{2}{5}x + 45 = \frac{7}{5}(x - 45)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=108$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tiene A y B respectivamente es: \$108; \$43,2.

13. A tiene \$14, después de gastar la tercera parte de lo que tenía, y prestar la mitad de lo que le quedo. ¿Cuánto tenía al principio?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que gastó	Número de dólares que prestó
A	$x - \frac{1}{3}x$	$\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}x\right)$

PLANTEO (ECUACION)
$14 = x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}x\right)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=42$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tenía al principio A es: \$42.

14. A perdió: el jueves, los $\frac{7}{5}$ de lo que perdió el miércoles, y el viernes los $\frac{3}{5}$ de lo que perdió el jueves. Si en los tres días perdió \$405. ¿Cuánto perdió cada día?

REPRESENTACIÓN	
Número de dólares que perdió el miércoles	x
Número de dólares que perdió el jueves	$\frac{7}{5}x$
Número de dólares que perdió el viernes	$\frac{3}{5}\left(\frac{7}{5}x\right)$

PLANTEO (ECUACION)
$x + \frac{7}{5}x + \frac{21}{25}x = 405$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=125$, por lo tanto, la cantidad de dinero que perdió A el miércoles, jueves y viernes respectivamente es: \$125; \$175; \$105.

15. Entre A y B tenían \$250. A duplicó su dinero, y B triplicó el suyo, y ahora B tiene \$45 más que A. ¿Cuánto tenía cada uno?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tiene	Número de dólares que tendrían
A	x	2x
B	250 - x	3(250 - x)

PLANTEO (ECUACIÓN)
$3(250 - x) = 2x + 45$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=141$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tiene A y B respectivamente es: \$141; \$109.

16. A gastó los $\frac{2}{7}$ de lo que tenía, y prestó los $\frac{6}{7}$ de lo que le quedó. Si aún tiene \$300. ¿Cuánto tenía al principio?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que gastó	Número de dólares que prestó
A	$x - \frac{2}{7}x$	$\frac{6}{7}\left(x - \frac{2}{7}x\right)$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$x - \frac{2}{7}x - \frac{6}{7}\left(x - \frac{2}{7}x\right) = 300$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=2940$, por lo tanto, el dinero que tenía al principio A es: \$2940.

17. A gastó los $\frac{2}{5}$ de lo que tenía, perdió los $\frac{3}{4}$ de lo que le quedó, prestó \$12, y se quedó sin dinero. ¿Cuánto tenía al principio?

REPRESENTACIÓN	
Número de dólares que tenía	x
Número de dólares que gastó	$\frac{2}{5}x$
Número de dólares que perdió	$\frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{5}x\right)$
Número de dólares que prestó	12

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{5}x\right) - 12 = 0$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=80/3$, por lo tanto, la cantidad de dinero tenía es de \$26, 67.

18. A gastó los $\frac{3}{5}$ de lo que tenía, y después recibió \$800. Si ahora tiene \$200 más que al principio. ¿Cuánto tenía al principio?

REPRESENTACIÓN	
Número de dólares que tenía	x
Número de dólares que gastó	$3x / 5$
Número de dólares que recibió	$\left(x - \frac{3}{5}x\right) + 800$
Número de dólares que tiene	$x + 200$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\left(x - \frac{3}{5}x\right) + 800 = x + 200$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=1000$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tenía A es de \$1000.

19. A tenía \$90, y B \$60. Ambos gastaron igual cantidad de dinero, y ahora B tiene los $\frac{3}{8}$ de lo que tiene A. ¿Cuánto gastó cada uno?

REPRESENTACIÓN		
	Número de dólares que tenían	Número de dólares que gastaron
A	90	90 - x
B	60	60 - x

PLANTEO (ECUACIÓN)
$60 - x = \frac{3}{8}(90 - x)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=42$, por lo tanto, la cantidad de dinero que gastaron es: \$48.

20. A tiene 45 billetes que suman \$108. El número de billetes de \$10 es el triple del número de billetes de \$5, y los restantes son de \$1. ¿Cuántos billetes de cada valor tiene A?

REPRESENTACIÓN		
Clase billete	Cantidad de billete	Valor
10	x	10x
5	3x	15x
1	45 - 4x	(45 - 4x)

PLANTEO (ECUACIÓN)
$10x + 15x + (45 - 4x) = 108$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=3$, por lo tanto, A tiene 3 billetes de \$10, 9 billetes de \$5 y 33 de \$1.

21. A tiene cierta cantidad de dinero. Si le pagan \$15 puede gastar los $\frac{6}{11}$ del nuevo capital, y le quedarían \$15. ¿Cuánto tiene ahora?

REPRESENTACION	
Cantidad de dinero que tiene A	x
Cantidad de dinero que le pagan	x + 15
Cantidad de dinero que gasta	$\frac{6}{11}(x + 15)$

PLANTEO (ECUACION)
$x + 15 - \frac{6}{11}(x + 15) = 15$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=18$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tiene ahora A es \$18.

22. A tiene cierta cantidad de dinero, y gastó $\frac{7}{12}$ de lo que tenía; cobró \$32 que le debían y ahora tiene \$4 más que en el principio. ¿Cuánto tenía al principio?

REPRESENTACION	
Cantidad de dinero que tiene A	x
Cantidad de dinero que gastó	$\frac{7x}{12}$
Cantidad de dinero que tendría	x + 4

PLANTEO (ECUACION)
$\left(x - \frac{7}{12}x\right) + 32 = x + 4$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=48$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tenía A al principio es \$48.

23. A tiene cierta cantidad. Gastó los $\frac{2}{7}$ en libros, y los $\frac{3}{5}$ de lo que me quedó en ropa. Si lo que tiene ahora es \$28 menos que los $\frac{3}{5}$ de lo que tenía al principio. ¿Cuánto tenía al principio?

REPRESENTACION	
Cantidad de dinero que tiene A	x
Cantidad de dinero que gastó en libros	$\frac{2x}{7}$
Cantidad de dinero que gastó en ropa	$\frac{3}{5}\left(x - \frac{2}{7}x\right)$
Cantidad de dinero que le sobraría	$\frac{3}{5}x - 28$

PLANTEO (ECUACION)
$x - \frac{2}{7}x - \frac{3}{5}\left(x - \frac{2}{7}x\right) = \frac{3}{5}x - 28$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=980/11$, por lo tanto, el dinero que tenía A al principio es \$89,09.

24. La entrada al museo cuesta \$15 los mayores, y \$9 los menores. En un día entraron 250 personas, y pagaron \$3240. ¿Cuántos mayores y cuántos menores entraron?

REPRESENTACION		
Persona	Cantidad	Valor
Mayor	x	15x
Menor	250 - x	9(250 - x)

PLANTEO (ECUACION)
$15x + 9(250 - x) = 3240$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=165$, por lo tanto, al museo entraron 165 mayores y 85 menores.

IGUALDAD CON EDADES

PÁGINA 91

1. - Resolver los siguientes problemas:

1. A tiene 15 años más que B. Hace 15 años la edad de A era los $\frac{3}{2}$ de la de B. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACION		
	Edades actuales	Edades hace 15 años
A	x + 15	$(x + 15) - 15$
B	x	$\frac{3}{2}(x - 15)$

PLANTEO (ECUACION)
$(x + 15) - 15 = \frac{3}{2}(x - 15)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=45$, así que, A tiene 60 años y B 45.

2. B tiene 20 años menos que A. hace 20 años la edad de A era los $\frac{5}{3}$ de la de B. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACION		
	Edades actuales	Edades hace 20 años
A	x	x - 20
B	x - 20	$5[(x - 20) - 20] / 3$

PLANTEO (ECUACION)
$x - 20 = \frac{5}{3}[(x - 20) - 20]$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=70$, así que, A tiene 70 y B 50 años.

3. A tiene 25 años y B 20 años. ¿Dentro de cuántos años la edad de B será los $\frac{7}{8}$ de la de A?

REPRESENTACION		
	Edades actuales	Edades a futuro
A	25	$7(25 + x) / 8$
B	20	20 + x

PLANTEO (ECUACION)
$20 + x = \frac{7}{8}(25 + x)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=15$, por lo tanto, para que la edad de B sea los $\frac{7}{8}$ de la de A, deberá pasar 15 años.

4. B tiene 55 años y A 37. ¿Dentro de cuántos años la edad de A será los $\frac{4}{5}$ de la edad de B?

REPRESENTACIÓN		
	Edades actuales	Edades a futuro
A	37	$37 + x$
B	55	$4(55 + x) / 5$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$37 + x = \frac{4}{5}(55 + x)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=35$, por lo tanto, para que la edad de A sea los $\frac{4}{5}$ de la de B, deberá pasar 35 años.

5. Hace 5 años la edad de A era el triple de la de B y dentro de 5 años la edad de A será los $\frac{5}{2}$ de la de B. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN		
	Edades hace 5 años	Edades dentro de 5 años
A	$x - 5$	$x + 5$
B	$3(x - 5)$	$5/2(x + 5)$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$3(x - 5) + 5 = \frac{5}{2}(x + 5) - 5$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=35$, por lo tanto, la edad de A y B son 35 y 95 años respectivamente.

6. La diferencia de las edades de A y B es 12 años. Hace 8 años la edad de B era los $\frac{3}{7}$ de la edad de A. Hallar las edades actuales

REPRESENTACIÓN		
	Edades actuales	Edades hace 8 años
A	$12 + x$	$3/7[(12 + x) - 8]$
B	x	$x - 8$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$x - 8 = \frac{3}{7}[(12 + x) - 8]$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=17$, por lo tanto, A tiene 29 años y B tiene 17 años.

7. Hace 5 años la edad de B era la mitad de la edad que tendría dentro de 15 años. Hallar la edad actual.

REPRESENTACIÓN			
	Edad hace 5 años	Edad actual	Edad dentro de 15 años
B	$x - 5$	x	$(x + 15) / 2$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$x - 5 = (x + 15) / 2$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=25$, por lo tanto, la edad de B es 25 años.

8. La diferencia de las edades de A y B es 24 años. Hace 25 años la edad de B era los $\frac{3}{5}$ de la edad de A. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN		
	Edades actuales	Edades hace 25 años
A	$24 + x$	$3[(24 + x) - 25] / 5$
B	x	$x - 25$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$x - 25 = \frac{3}{5}[(24 + x) - 25]$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=61$, por lo tanto, A tiene 85 años y B tiene 61 años.

9. La edad actual de B es el doble que la de A, y hace 10 años la edad de B era el triple de la de A. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN		
	Edades actuales	Edades hace 10 años
A	x	$3(x - 10)$
B	$2x$	$2x - 10$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$2x - 10 = 3(x - 10)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 20$, por lo tanto, A tiene 20 años y B tiene 40 años.

10. La edad de A es $\frac{5}{2}$ de la edad de B y hace 2 años la edad de A era $\frac{8}{3}$ de la de B. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN		
	Edades actuales	Edades hace 2 años
A	$\frac{5}{2}x$	$\frac{5}{2}x - 2$
B	x	$x - 2$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\frac{5}{2}x - 2 = \frac{8}{3}(x - 2)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 14$, así que, A tiene 35 y B 14 años.

11. La edad de A es $\frac{9}{2}$ de la de B y hace 20 años la edad de A era $\frac{1}{8}$ de la de B. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN		
	Edades actuales	Edades hace 20 años
A	$\frac{9}{2}x$	$\frac{9}{2}x - 20$
B	x	$x - 20$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\frac{9}{2}x - 20 = \frac{1}{8}(x - 20)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 4$, así que, A tiene 18 y B 4 años.

12. La edad de A es cinco veces que la de B y dentro de 6 años será el triple. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN		
	Edades actuales	Edades dentro 6 años
A	$5x$	$5x + 6$
B	x	$x + 6$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$5x + 6 = 3(x + 6)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 6$, así que tienen, A 30 y B 6 años.

13. La edad de A es los $\frac{3}{5}$ de la B y la de C los $\frac{8}{3}$ de la de A. Si las tres edades suman 64 años. Hallar las edades respectivas.

REPRESENTACIÓN	
	Edades actuales
A	$3x / 5$
B	x
C	$8 / 3(3x / 5)$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{3}{5}x + x + \frac{8}{3}\left(\frac{3}{5}x\right) = 64$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 20$, por lo tanto, A tiene 12 años y B tiene 20 años y C tiene 32 años.

14. La edad de A es triple de la de B y dentro de 14 años será el doble. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN		
	Edades actuales	Edades dentro 14 años
A	$3x$	$3x + 14$
B	x	$x + 14$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$3x + 14 = 2(x + 14)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 14$, así que tienen, A 42 y B 14 años.

15. La edad de A hace 8 años era los $\frac{2}{3}$ de la edad que tendrá dentro de 3 años. Hallar la edad actual de A.

REPRESENTACIÓN			
	Edad hace 5 años	Edad actual	Edad dentro de 15 años
A	$x - 8$	x	$(2x / 3) + 3$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$x - 8 = \frac{2}{3}x + 3$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 33$, por lo tanto, la edad de A es 33 años.

16. La edad de B es los $\frac{3}{5}$ de la de A, y si ambas edades se suman, la suma excede en 6 años al doble de la edad de B. Hallar ambas edades.

REPRESENTACIÓN	
Edad de A	x
Edad de B	$\frac{3}{5}x$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\left(x + \frac{3}{5}x\right) = 6 + 2\left(\frac{3}{5}x\right)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 15$, por lo tanto, las edades de A y B son 15 y 9 años respectivamente.

17. La edad de A es $\frac{2}{5}$ de la de B, y dentro de 13 años será la mitad. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN		
	Edad actual	Edad a futuro
A	$2x / 5$	$(2x / 5) + 13$
B	x	$x + 13$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{2}{5}x + 13 = \frac{x + 13}{2}$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 65$, por lo tanto, la edad de A y B es 26 y 65 años respectivamente.

18. La edad de A es los $\frac{3}{5}$ de la de B, y hace 28 años la edad de A era $\frac{1}{3}$ de la edad de B. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN		
	Edad actual	Edad pasada
A	$3x / 5$	$(3x / 5) - 28$
B	x	$x - 28$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{3}{5}x - 28 = \frac{x - 28}{3}$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 70$, así que, A tiene 42 y B 70 años.

19. La edad de A es el triple de la edad de B. La edad que tenía A hace 5 años era el duplo de la edad que tendrá B dentro de 10 años. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACIÓN			
	Pasado	presente	Futuro
A	$3x - 5$	$3x$	$3x - 5 + 10$
B	$x - 5$	x	$x - 5 + 10$

PLANTEO (ECUACIÓN)
$3x + 5 = 2(x + 5)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 5$, así que, A tiene 15 y B 5 años.

20. La suma de las edades actuales de A y B es 54 años y dentro de 6 años la edad de B será los $\frac{3}{7}$ de la de A. Hallar las edades actuales.

REPRESENTACION		
	Edad actual	Edad pasada
A	x	x + 6
B	54 - x	54 - x + 6

PLANTEO (ECUACION)
$60 - x = \frac{3}{7}(x + 6)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=40.2$, por lo tanto, la edad de A y B son 42.2 y 13.8 años respectivamente.

IGUALDAD CON ÁREAS

PÁGINA 92

1. - Resolver los siguientes problemas:

1. El largo de un terreno rectangular excede al ancho en 5 m si cada dimensión se aumenta en 3 m la superficie se aumenta en 66 m^2 . Hallar las dimensiones del terreno.

REPRESENTACION		
	D. Actual	D. Modificada
Ancho	x	x + 3
Largo	x + 5	x + 8
Área	$x(x + 5)$	$(x + 3)(x + 8)$

PLANTEO (ECUACION)
$x(x + 5) + 66 = (x + 3)(x + 8)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=7$, por lo tanto, las dimensiones del ancho y largo son 7 y 12 m respectivamente.

2. Una de las longitudes de una sala rectangular es el triple de la otra. Si cada longitud se aumenta en 3 m el área se aumentaría en 33 m^2 . Hallar las dimensiones de la sala.

REPRESENTACION		
	D. Actual	D. Modificada
Ancho	x	x + 3
Largo	3x	3x + 3
Área	$x \cdot 3x$	$(x + 3)(3x + 3)$

PLANTEO (ECUACION)
$3x^2 + 33 = (x + 3)(3x + 3)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=2$, por lo tanto, las dimensiones del ancho y largo de la sala son 2 y 6 metros respectivamente.

3. Una dimensión de un rectángulo excede a la otra en 2m. Si a las dos dimensiones se disminuye 1m el área se disminuye en 7 m^2 . Hallar las dimensiones del rectángulo.

REPRESENTACION		
	D. Actual	D. Modificada
Ancho	x	x - 1
Largo	x + 2	x + 1
Área	$x(x + 2)$	$(x - 1)(x + 1)$

PLANTEO (ECUACION)
$x(x + 2) - 7 = (x - 1)(x + 1)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=3$, las dimensiones del ancho y largo son 3 y 5 m respectivamente.

4. Un terreno cuadrado y uno rectangular tienen la misma área. El largo del terreno rectangular excede en 5m al lado del cuadrado, y su ancho es 3m menos que el lado del cuadrado. Hallar las dimensiones del terreno rectangular.

REPRESENTACION		
	Terreno cuadrado	Terreno rectangular
Ancho	x	x - 3
Largo	x	x + 5
Área	x^2	$(x - 3)(x + 5)$

PLANTEO (ECUACION)
$x^2 = (x - 3)(x + 5)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=7.5$, por lo tanto, las dimensiones del ancho y largo de la sala son 3,5 y 12,5 metros respectivamente.

5. Un rectángulo y un triángulo tiene la misma área. La altura de rectángulo es 1 m menos que su base. La base del triángulo es 2 m más que la del rectángulo. La base del rectángulo es igual a la altura del triángulo. Hallar las dimensiones del rectángulo.

REPRESENTACION		
	Rectángulo	Triángulo
Base	x	x + 2
Altura	x - 1	x
Área	$x(x - 1)$	$\frac{(x + 2)x}{2}$

PLANTEO (ECUACION)
$x(x - 1) = \frac{(x + 2)x}{2}$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 4$, por lo tanto, la base del rectángulo es 4m y su altura es 3m.

6. El área de un trapecio es igual al área de un triángulo más 4. La base del triángulo es igual a la base mayor del trapecio. La base menor del trapecio es igual a la base mayor menos 1. La altura, en los dos casos, es igual al doble de la base menor del trapecio. Hallar las dimensiones del trapecio.

REPRESENTACIÓN			PLANTEO (ECUACIÓN)
	Trapecio	Triángulo	
Base Menor	$x - 1$		
Base Mayor	x		
Base		x	
Altura	$2(x - 1)$	$2(x - 1)$	
Área	$\frac{(x - 1 + x)(2(x - 1))}{2}$	$\frac{2x(x - 1)}{2}$	$\frac{(x - 1 + x)(2(x - 1))}{2} = \frac{2x(x - 1)}{2} + 4$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 3$, por lo tanto, la base mayor del trapecio es 3, la base menor es 2 y la altura es 4.

7. El área de un romboide es igual a la de un cuadrado menos 4. El lado del cuadrado es igual a la base del romboide, y su altura es igual a la base menos 1. Hallar las dimensiones del romboide.

REPRESENTACIÓN			PLANTEO (ECUACIÓN)
	Romboide	Cuadrado	
Base	x		
Altura	$x - 1$		
Lado		x	
Área	$x(x - 1)$	x^2	$x(x - 1) = x^2 - 4$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 4$, por lo tanto, la base del romboide es 4 y la altura es 3.

8. El área de un rectángulo es igual al área de un cuadrado más 2. La altura del rectángulo es igual a su base más 1. La diagonal del cuadrado es igual a $\sqrt{2}$ por la base del rectángulo. Hallar las dimensiones del rectángulo y del cuadrado.

REPRESENTACIÓN			PLANTEO (ECUACIÓN)
	Rectángulo	Cuadrado	
Base	x		
Altura	$x + 1$		
Diagonal		$\sqrt{2}(x)$	
Área	$x(x + 1)$	$\frac{(\sqrt{2}x)^2}{2}$	$x(x + 1) = \frac{(\sqrt{2}x)^2}{2} + 2$

Observación: el área de un cuadrado también se halla con la siguiente fórmula $d^2 / 2$, siendo d la diagonal del cuadrado.

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 2$, por lo tanto, la base del rectángulo es 2 y la altura es 3; la diagonal del cuadrado es $2\sqrt{2}$.

IGUALDAD CON PARTES PROPORCIONALES

PÁGINA 94

1.- Resolver los siguientes problemas:

1. Si x es a 10 como 15 es a 18. Hallar el valor de x .

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Proporción	$x:10::15:18$	$\frac{x}{10} = \frac{15}{18}$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 25 / 3$.

2. Dividir un ángulo de 70° en dos partes cuyas medidas estén entre sí como 2:3.

REPRESENTACIÓN			PLANTEO (ECUACIÓN)
1ª parte	x	2	
2ª parte	$70 - x$	3	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 28$, por lo tanto, 1ª parte de 28° y 2ª parte de 42° .

3. Los ángulos α , β y θ de un triángulo están entre sí como 2:3:5. Hallar el valor de cada ángulo.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Razón	2:3:5	
Proporción	$\alpha / 2 = \beta / 3 = \theta / 5 = k$	
Ángulos; $k=x$	$\alpha = 2x$; $\beta = 3x$; $\theta = 5x$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 18$, por lo tanto, $\alpha = 36^\circ$; $\beta = 54^\circ$ y $\theta = 90^\circ$.

4. El largo de un rectángulo es a su anchura como 5:3. Si el largo es igual al cuadrado de su anchura. Hallar las dimensiones del rectángulo.

REPRESENTACION		
Largo	5	x
Ancho	3	x^2

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{x}{x^2} = \frac{5}{3}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 3/5$, por lo tanto, el largo es $3/5$ y su ancho es $9/25$.

5. A y B tienen una colección de 80 libros, si la razón entre la cantidad de libros que tienen A y B es 3:7. ¿Cuántos libros tiene cada uno?, ¿Cuántos libros tiene cada uno si la razón es inversa?

REPRESENTACION		
Razón	3:7	
Proporción	$A/3 = B/7 = k$	
Libros; $k=x$	$A = 3x$ y $B = 7x$	

PLANTEO (ECUACION)	
$3x + 7x = 80$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 8$, por lo tanto, A tiene 24 libros y B tiene 56 libros.

Observación: realice el mismo planteamiento para la razón inversa y halle respuesta.

6. La suma de dos números es 180 y su razón es 5:4. ¿Cuál es la diferencia de los números?

REPRESENTACION		
1 ^{er} número	x	5
2 ^{do} número	$180 - x$	4

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{5}{4} = \frac{x}{180 - x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=100$ y los dos números son: 100 y 80, por lo tanto, su diferencia es 20.

7. A, B y C recibirán un premio de \$1800 que debe ser repartido considerando la razón 2:3:5. ¿Cuánto recibe cada uno?, ¿Cuánto recibe cada uno si la razón es inversa?

REPRESENTACION		
Razón	2:3:5	
Proporción	$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5} = k$	
Dinero; $k=x$	$A = 2x$; $B = 3x$; $C = 5x$	

PLANTEO (ECUACION)	
$2x + 3x + 5x = 1800$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=180$, por lo tanto, la cantidad de dinero que recibirán A, B y C es \$369; \$540; \$900 respectivamente.

Observación: realice el mismo planteamiento para la razón inversa y halle la respuesta.

8. La edad de A y B están en la relación 5 es a 9, y la suma de sus edades es 84. Hallar las edades.

REPRESENTACION		
Edad de A	x	5
Edad de B	$84 - x$	9

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{5}{9} = \frac{x}{84 - x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=30$, por lo tanto, las edades de A y B son 30 y 54 años respectivamente.

9. El perímetro de un rectángulo es 128 cm, y la razón entre las medidas de sus lados es 5 es a 3. Calcular el área del rectángulo. ¿Cuál es el área del rectángulo si la razón es inversa?

REPRESENTACION		
Razón	5:3	
Proporción (L: largo; A: ancho)	$\frac{L}{5} = \frac{A}{3} = k$	
Lados del rectángulo; $k=x$	$L = 5x$; $A = 3x$	

PLANTEO (ECUACION)	
$2(5x) + 2(3x) = 128$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=8$, por lo tanto, el área es 960 cm^2 .

Observación: realice el mismo planteamiento para la razón inversa y halle la respuesta.

10. Las edades de tres personas están en relación 2:4:6 si el menor tiene 14 años. ¿Cuántos años tiene el mayor?

REPRESENTACION		
Razón	2:4:6	
Proporción	$\frac{A}{2} = \frac{B}{4} = \frac{C}{6} = k$	
Edad; $k=x$	$A = 2x$; $B = 4x$; $C = 6x$	

PLANTEO (ECUACION)	
$2x = 14$	

Resolviendo cada igualdad se tiene que $x=7$, así que el mayor tiene 42 años.

11. La razón de dos números es $13/6$ y su diferencia es 35. ¿Cuál es el número mayor?

REPRESENTACION		
Número mayor	$35 + x$	13
Número menor	x	6

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{13}{6} = \frac{35 + x}{x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=30$, por lo tanto, el número mayor es 65.

12. Dos números son entre sí como 7 es a 13. Si al menor se le suma 140, el valor del otro número debe multiplicarse por 5 para que el valor de la razón no se altere. Hallar los números.

REPRESENTACIÓN		
Número menor	$7x + 140$	7
Número mayor	$5(13x)$	13

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\frac{7}{13} = \frac{7x + 140}{65x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=5$, por lo tanto, los números son 35 y 65.

13. Repartir \$450 entre tres estudiantes de 8, 12 y 16 años de edad, de manera directa e inversamente proporcional a sus edades. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

REPRESENTACIÓN	
Razón	8:12:16
Proporción	$\frac{E_1}{8} = \frac{E_2}{12} = \frac{E_3}{16} = k$
Dinero; $k=x$	$E_1 = 8x$; $E_2 = 12x$; $E_3 = 16x$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$8x + 12x + 16x = 450$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=12,5$, por lo tanto, la cantidad de dinero que recibirán cada estudiante es \$100; \$150 y \$200 respectivamente.

Observación: realizar el planeamiento para la razón inversamente proporcional y hallar la respuesta.

14. Tres comerciantes aportan 500, 700 y 950. Al cabo de un año han ganado 650. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno si se reparten de manera directamente proporcional a los capitales aportados?

REPRESENTACIÓN	
Razón	500:700:950
Proporción (C: comerciante)	$\frac{C_1}{500} = \frac{C_2}{700} = \frac{C_3}{950} = k$
Dinero; $k=x$	$C_1 = 500x$; $C_2 = 700x$; $C_3 = 950x$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$500x + 700x + 950x = 650$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=13/43$, por lo tanto, la cantidad de dinero que recibirán cada comerciante es \$151.16; \$211.63 y \$287.21 respectivamente.

15. Repartir cierta cantidad de dinero en proporción a 5, 10 y 13. Si al menor le corresponde \$250. ¿Cuánto reciben los otros dos?

REPRESENTACIÓN	
Razón	5:10:13
Proporción	$\frac{A}{5} = \frac{B}{10} = \frac{C}{13} = k$
Dinero; $k=x$	$A = 5x$; $B = 10x$; $C = 13x$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$5x = 250$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=50$, así que, los otros dos reciben \$500 y \$650.

IGUALDAD CON MEZCLAS

PÁGINA 95

1.- Resolver los siguientes problemas:

1. ¿Cuántos litros de alcohol puro se deben añadir a 0,6 litros de agua para obtener una concentración de la mezcla del 40%?

REPRESENTACIÓN	
Número de litros con 100% de alcohol	x
Número de litros de agua al 0% de alcohol	0,6
Número total de litros de la mezcla con 40% de alcohol	$x + 0,6$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$x + \frac{0}{100} 0,6 = \frac{40}{100} (x + 0,6)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 0,4$, por lo tanto, se debe añadir 0,4 litros de alcohol puro para tener la mezcla deseada.

2. ¿Cuántos litros de un líquido A que contiene 95% de alcohol se debe mezclar con 3 litros de otro líquido B que tiene 60% de alcohol, si se desea obtener una mezcla de 80% de alcohol?

REPRESENTACIÓN	
Número de litros del líquido A con 95% de alcohol	x
Número de litros del líquido B con 60% de alcohol	3
Concentración de alcohol de la mezcla 80%	$(x + 3)$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\frac{95}{100} x + \frac{60 \cdot 3}{100} = \frac{80}{100} (x + 3)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=4$, por lo tanto, se debe mezclar 4 litros del líquido A.

3. Un recipiente contiene 0,2 litros de alcohol al 32%. ¿Cuánto alcohol puro habrá que añadir a la nueva mezcla para que la concentración final sea del 70%?

REPRESENTACION	
Número de litros con 32% de alcohol	0,2
Número de litros con 100% de alcohol	x
Número total de litros de la mezcla con 70% de alcohol	0,2 + x

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{32}{100} \cdot 0,2 + x = \frac{70}{100} (0,2 + x)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 0,25$, por lo tanto, se debe añadir 0,25 litros de alcohol puro para tener una concentración del 70% de alcohol.

4. Un recipiente contiene $\frac{2}{5}$ de litro de alcohol al 60%. Si se le agrega agua la concentración disminuye a la mitad. ¿Cuánto alcohol puro habrá que agregarle a la nueva mezcla para que la concentración final sea igual a la original?

1^{er} paso: encontrar los litros de agua para tener una concentración de 30% de alcohol.

$$C_m = V_a / (V_a + V_{H_2O}) \rightarrow V_{H_2O} = V_a (1 - C_m) / C_m$$

$$V_{H_2O} = \left(\frac{2}{5} \right) \left(1 - \frac{30}{100} \right) / \left(\frac{30}{100} \right); V_{H_2O} = \frac{14}{15} L$$

2^{do} paso: Representar la ecuación

REPRESENTACION	
Número de litros de líquido con 60% de alcohol	$\frac{2}{5}$
Número de litros de líquido con 30% de alcohol	$\frac{14}{15}$
Número de litros de líquido con 100% de alcohol	x
Número total de litros de la mezcla con 60% de alcohol	$\frac{2}{5} + \frac{14}{15} + x$

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{60}{100} \cdot \frac{2}{5} + \frac{30}{100} \cdot \frac{14}{15} + x = \frac{60}{100} \left(\frac{2}{5} + \frac{14}{15} + x \right)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 7/10$, por lo tanto, se debe añadir 0,7 litros de alcohol puro para tener una concentración del 60% de alcohol.

5. Si 5 litros de un líquido A que contiene 74% de alcohol se mezcla con 3 litros de un líquido B al 90%. ¿Cuál es la concentración de la mezcla?

REPRESENTACION	
Número de litros del líquido A con 74% de alcohol	5
Número de litros del líquido B con 90% de alcohol	3
Concentración de alcohol de la mezcla	$x(5+3)$

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{74 \cdot 5}{100} + \frac{90 \cdot 3}{100} = x(5+3)$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=0,8$, por lo tanto, el porcentaje de alcohol de la mezcla es 80%.

6. El precio medio de una mezcla es \$3,2, que contiene 12 litros de licor a \$5 el litro y cierta cantidad de agua a \$0,5 el litro. ¿Qué cantidad de agua se aumentó?

REPRESENTACION		
Líquido	Cantidad (C)	Valor (V)
Licor	12	5
Aqua	x	0,5
Precio medio	\$3,2	

PLANTEO (ECUACION)
$3,2 = \frac{12 \cdot 5 + 0,5 \cdot x}{12 + x}$

Observación: para el planteamiento, se aplicó la siguiente fórmula $P_m = \frac{V_1 C_1 + V_2 C_2 + \dots + V_n C_n}{C_1 + C_2 + \dots + C_n}$, donde Precio medio (Pm), valor de cada ingrediente ($V_n C_n$) y cantidad de ingredientes (C_n).

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=8$, por lo tanto, se aumentó 8 litros de agua.

IGUALDAD CON TIEMPO DE TRABAJO

PÁGINA 96

1.- Resolver los siguientes problemas:

1. A puede hacer una obra en 4 días y B en 8 días. ¿En cuánto tiempo pueden hacer la obra los dos trabajando juntos?

REPRESENTACION		
	Días para hacer la obra	Parte de la obra realizada en un día
A	4	$\frac{1}{4}$
B	8	$\frac{1}{8}$
A y B	x	$\frac{1}{x}$

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación $x=8/3$, es decir, si trabajan juntos la obra se realiza en $2,6$ días.

2. A puede hacer una obra en 6 días, B en 9 días y C en 18 días. ¿En cuánto tiempo pueden hacer la obra los tres juntos?

REPRESENTACIÓN		
	Días para hacer la obra	Parte de la obra realizada en un da
A	6	1/6
B	9	1/9
C	18	1/18
A,B y C	x	1/x

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación $x=3$, es decir, que si trabajan juntos la obra se realiza en 3 días.

3. A puede hacer una obra en 3 días, B en 5 días y C en 7 días. ¿En cuánto tiempo pueden hacer la obra los tres juntos?

REPRESENTACIÓN		
	Días para hacer la obra	Parte de la obra realizada en un da
A	3	1/3
B	5	1/5
C	7	1/7
A,B y C	x	1/x

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación $x=105/71$, es decir, que si trabajan los tres juntos la obra se realiza en 1,479 días.

4. A puede levantar una pared en 5 días y B en 9 días. ¿En qué tiempo construirán la pared trabajando conjuntamente?

REPRESENTACIÓN		
	Días para levantar la pared	Parte de la pared levantada
A	5	1/5
B	9	1/9
A, B	x	1/x

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{1}{5} + \frac{1}{9} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación $x=45/14$, es decir, si trabajan los dos juntos la pared es levantada en 3,214 días.

5. A puede hacer una obra en 30 días y B puede hacer la misma obra en 20 días. ¿Qué tiempo tardarán trabajando conjuntamente?

REPRESENTACIÓN		
	Días para hacer la obra	Parte de la obra realizada en un da
A	30	1/30
B	20	1/20
A y B	x	1/x

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{1}{30} + \frac{1}{20} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=12$, es decir, si trabajan juntos la obra se realiza en 12 días.

6. A puede hacer una obra en 6 días, B en 4 días y C en 12 días. ¿En qué tiempo harán la obra trabajando conjuntamente?

REPRESENTACIÓN		
	Días para hacer la obra	Parte de la obra realizada en un da
A	6	1/6
B	4	1/4
C	12	1/12
A,B y C	x	1/x

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación $x=2$, es decir, que si trabajan los tres juntos la obra se realiza en 2 días.

7. A puede hacer una obra en 10 días y B 14 días. A y B trabajando conjuntamente con C pueden hacer la obra en 4 días. ¿En cuánto tiempo C podrá hacer la obra trabajando solo?

REPRESENTACIÓN		
	Días para hacer la obra	Parte de la obra realizada en un da
A	10	1/10
B	14	1/14
C	x	1/x
A,B y C	4	1/4

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\frac{1}{10} + \frac{1}{14} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$

Resolviendo la ecuación $x=140/11$, es decir, si C trabaja solo la obra se realiza en 12,73 días.

8. A y B trabajan juntos pueden abrir una acequia en 10 horas. B y C pueden abrirla en 14 horas. B trabajando solo tardaría 22 horas. ¿Qué tiempo tardaría en abrir la acequia A y C?

REPRESENTACION		
	Horas para hacer la obra	Parte de la obra realizada en 1 hora
B	22	1/22
A y B	10	1/10
B y C	14	1/14
A y C	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{1}{10} - \frac{1}{22} + \frac{1}{14} - \frac{1}{22} = \frac{1}{x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 12,4$, por lo tanto, A y C pueden abrir en 12,4 hora.

9. A trabajando solo puede cavar un túnel en 8 días. A y B trabajando conjuntamente pueden cavar el mismo túnel en 5 días, ¿En cuántos días B, trabajando solo, cavará el túnel?

REPRESENTACION		
	Días para hacer la obra	Parte de la obra realizada en 1 día
A	8	1/8
A y B	5	1/5
B	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{1}{x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 13,3$, por lo tanto, B trabajando solo cavará el túnel en 13,3 días.

10. A puede hacer una obra en 5 días, B puede hacer la misma obra en 10 días. A, B y C trabajando juntos pueden hacer la misma obra en 30/11 días. ¿Cuántos días se demorará C en hacer la misma obra?

REPRESENTACION		
	Días para hacer la obra	Parte de la obra realizada en 1 día
A	5	1/5
B	10	1/10
A, B, C	30/11	11/30
C	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{11}{30} - \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 15$, por lo tanto, C se demorará en hacer la misma obra 15 días.

IGUALDAD CON TIEMPO PARA LLENAR UN ESTANQUE

PÁGINA 97

1. - Resolver los siguientes problemas:

1. Una llave puede llenar un depósito de agua (cisterna) en 10 min y otra en 20 min. ¿En cuánto tiempo pueden llenar el depósito las dos llaves juntas?

REPRESENTACION		
Llaves	Minutos para llenar la cisterna	Parte de la cisterna llena en 1min
L1	10	1/10
L2	20	1/20
L1, L2	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{1}{x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 6,7$, así que, las dos llaves juntas llena la cisterna en 6,7 min.

2. Una llave puede llenar un estanque en 6min, otra en 3min y otra en 2 min. ¿En cuánto tiempo llenarán el depósito las tres llaves abiertas al mismo tiempo?

REPRESENTACION		
Llaves	Minutos para llenar el estanque	Parte del estanque llena en 1min
L1	6	1/6
L2	3	1/3
L3	2	1/2
L1, L2, L3	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 1$, así que, las tres llaves juntas pueden llenar el depósito en 1 min.

3. una llave puede llenar un depósito de agua en 5 min, otra llave en 10 min y un desagüe puede vaciarlo, estando lleno, en 20 min. ¿En cuánto tiempo se llenará el depósito, si estando vacío y abierto el desagüe se abren las dos llaves?

REPRESENTACION		
Llaves Desagüe	Minutos para llenar	Parte de la cisterna llena en 1min
L1	5	1/5
L2	10	1/10
D	20	1/20
L1, L2, D	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)	
$\frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{1}{x}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 4,6$, por lo tanto, las dos llaves juntas con un desagüe abierto pueden llenar el depósito en 4,6 min.

4. Un caño (tubo por donde sale un chorro de agua) puede llenar un tanque en 30 min y otro en 15 min. Si se abren ambos caños simultáneamente. ¿En qué tiempo llenarán el tanque?

REPRESENTACIÓN		
Caños	Minutos para llenar	Parte del tanque llena en 1min
C1	30	1/30
C2	15	1/15
C1 y C2	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 10$, así que, los dos caños juntos pueden llenar el tanque en 10 min.

5. Un caño puede llenar una cisterna en 4 h, otro caño en 6 h y un tercer caño en 12 h. ¿En qué tiempo llenarán la cisterna los tres caños si se abren simultáneamente?

REPRESENTACIÓN		
Caños	Horas para llenar	Parte de la cisterna llena en 1h
C1	4	1/4
C2	6	1/6
C3	12	1/12
C1,C2,C3	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación $x=2$, es decir, que la cisterna se llena en 2 horas.

6. Un tanque puede llenarse por un caño en 2,5 h, por otro caño en 3,5 h y por un tercero en 5 h. ¿En qué tiempo se llenará el tanque si se abren los tres a la vez?

REPRESENTACIÓN		
Caños	Horas para llenar	Parte del tanque lleno en 1h
C1	2,5	2/5
C2	3,5	2/7
C3	5	1/5
C1,C2,C3	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{2}{5} + \frac{2}{7} + \frac{1}{5} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación $x=35/31$, es decir, que el tanque se llena en 1,129 horas.

7. Una piscina se puede llenar por un grifo en 6 h y por otro en 3 h; y se puede vaciar por un desagüe en 4 h. Si se abren simultáneamente los dos grifos y el desagüe, ¿En qué tiempo se llenará la piscina?

REPRESENTACIÓN		
Grifos Desagüe	Horas para llenar	Parte de la piscina llena/vacía en 1h
G1	6	1/6
G2	3	1/3
D1	4	1/4
G1,G2,D1	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación $x=4$, es decir, que la piscina se llena en 4 horas, con el desagüe abierto.

8. Un tanque se puede llenar por un grifo en 35 min. Después que este grifo ha estado corriendo durante 5 min, se abre otro grifo y entonces se llena el tanque en 3 min más. ¿Cuánto tiempo tardará el segundo grifo solo en llenar el tanque?

REPRESENTACIÓN			
Grifos	Minutos en llenar el tanque	Parte llena en 5 min	Parte llena en 3 minutos
G1	35	5/35	3/35
G2	x		3/x

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{3}{x} = 1 - \left(\frac{5}{35} + \frac{3}{35} \right)$

Observación: la unidad representa la cantidad total del tanque lleno por un solo grifo.

Al resolver la ecuación se tiene que $x=4$, es decir, que la piscina se llena en 4 horas con el desagüe abierto.

9. Una piscina se puede llenar por una llave en 6 horas y por otra en 4 horas. Un desagüe lo vacía en 12 horas. Si se abren simultáneamente las dos llaves y el desagüe. ¿En cuánto tiempo se llenará la tercera parte de la piscina?

REPRESENTACIÓN		
Llaves Desagüe	Horas para llenar	Parte de la piscina llena/vacía en 1h
L1	6	1/6
L2	4	1/4
D1	12	1/12
G1,G2,D1	x	1/x

PLANTEO (ECUACION)
$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{x}$

Resolviendo la ecuación $x=3$, es decir, que la tercera parte de la piscina se llena en 1 hora.

10. Debido a que el desagüe no se había cerrado, una piscina tardó 18 horas en llenarse. Con el desagüe cerrado se hubiera llenado en 6 horas. ¿Cuánto tiempo demorará en vaciar la piscina con las llaves cerradas y el desagüe abierto?

REPRESENTACIÓN			PLANTEO (ECUACIÓN)
Llaves Desagüe	Horas para llenar	Parte de la piscina llena/vacía en 1h	$\frac{1}{6} - \frac{1}{x} = \frac{1}{18}$
L1	6	1/6	
D1	x	1/x	
G1,G2,D1	18	1/18	

Resolviendo la ecuación $x=9$, es decir, que la piscina será vaciada en 9 horas.

IGUALDAD EN LOS PROBLEMAS DEL RELOJ

PÁGINA 102

1.- Resolver mediante: suma de ángulos, velocidad angular y formula.

Observación: en los siguientes ejercicios puede utilizar un reloj de manecillas para verificar la respuesta.

1. ¿Qué ángulo forman las agujas del reloj a las 6:25?

PROPOSICIONES

- $25 \times 6^\circ = 150^\circ$
- $0,5^\circ \times 25 = 12,5^\circ$
- $150^\circ + \theta = 180^\circ + 12,5^\circ$
- $\theta = 42,5^\circ$

RAZONES

Avance del minuterio
Avance del horero
Fórmula para hallar el ángulo
Despeje

El ángulo que forman las agujas del reloj a las 6:25 mide $42,5^\circ$

2. ¿Qué ángulo forman las manecillas del reloj a las 6h 26 min?

PROPOSICIONES

- $26 \times 6^\circ = 156^\circ$
- $0,5^\circ \times 26 = 13^\circ$
- $156^\circ + \theta = 180^\circ + 13^\circ$
- $\theta = 37^\circ$

RAZONES

Avance del minuterio
Avance del horero
Fórmula para hallar el ángulo
Despeje

El ángulo que forman las agujas del reloj a las 6:25 mide 37° .

3. ¿A qué hora, entre la 1 y las 2, las agujas del reloj están opuestas?

$$\theta = \frac{11}{2}(m) - 30(h)$$

$$180 = \frac{11}{2}(m) - 30(1)$$

$$m = 38,18$$

El minuterio adelanta al horero.
Sustitución hora referencia.

Las agujas del reloj estarán opuestas a la 1h y 38,18 min.

4. ¿A qué hora, entre las 10 y las 11, las manecillas del reloj forman un ángulo recto?

$$\theta = \frac{11}{2}(m) - 30(h)$$

$$90 = \frac{11}{2}(m) - 30(10)$$

$$m = 38,18$$

El horero adelanta al minuterio.
Sustitución hora referencia.

Las agujas del reloj forman un ángulo recto a las 10h y 38,18 min.

5. ¿A qué hora, entre las 7 y las 8, las agujas del reloj están opuestas?

$$\theta = 30(h) - \frac{11}{2}(m)$$

$$180 = 30(7) - \frac{11}{2}(m)$$

$$m = 5,45$$

El horero adelanta al minuterio.
Sustitución hora referencia.

Las agujas del reloj están opuestas a las 7h y 5,45 min.

6. ¿A qué hora, entre las 10 y las 11, las manecillas del reloj están opuestas?

$$\theta = 30(h) - \frac{11}{2}(m)$$

$$180 = 30(10) - \frac{11}{2}(m)$$

$$m = 21,81$$

El horero adelanta al minuterio.
Sustitución hora referencia.

Las agujas del reloj están opuestas a las 10h y 21,81 min.

7. ¿A qué hora, entre las 3 y las 4, las agujas del reloj forman un ángulo recto?

$$\theta = \frac{11}{2}(m) - 30(h)$$

$$90 = \frac{11}{2}(m) - 30(3)$$

$$m = 32,72$$

El horero adelanta al minuterero.
Sustitución hora referencia.

Las agujas del reloj forman un ángulo recto a las 3h y 32,72 min.

8. ¿A qué hora, entre las 7 y las 8, las manecillas del reloj coinciden?

$$\theta = 30(h) - \frac{11}{2}(m)$$

$$0 = 30(7) - \frac{11}{2}(m)$$

$$m = 38,18$$

El horero adelanta al minuterero.
Sustitución hora referencia.

Las agujas del reloj coinciden a las 7h y 38,18 min.

9. ¿A qué hora, entre las 11 y las 12, las agujas del reloj forman ángulo recto?

$$\theta = 30(h) - \frac{11}{2}(m)$$

$$90 = 30(11) - \frac{11}{2}(m)$$

$$m = 43,64$$

El horero adelanta al minuterero.
Sustitución hora referencia.

Las agujas del reloj forman un ángulo recto a las 11h y 43,64 min.

10. ¿A qué hora, entre las 5 y las 6, las manecillas del reloj coinciden?

$$\theta = 30(h) - \frac{11}{2}(m)$$

$$0 = 30(5) - \frac{11}{2}(m)$$

$$m = 27,27$$

El horero adelanta al minuterero.
Sustitución hora referencia.

Las manecillas del reloj coinciden a las 5h y 27,27 min

11. ¿A qué hora, entre las 5 y las 6, las agujas del reloj están en ángulo recto?

$$\theta = \frac{11}{2}(m) - 30(h)$$

$$90 = \frac{11}{2}(m) - 30(5)$$

$$m = 43,64$$

El minuterero adelanta al horero.
Sustitución hora referencia.

Las agujas del reloj forman un ángulo recto a las 5h y 43,64 min.

12. ¿A qué hora, entre las 8 y las 9, el ángulo entre el minuterero y el horero es de 5 divisiones después de haberlo pasado?

$$\theta = \frac{11}{2}(m) - 30(h)$$

$$30 = \frac{11}{2}(m) - 30(8)$$

$$m = 49,09$$

Una división = 1min = 6°
El minuterero adelanta al horero.
Sustitución hora referencia.

Las agujas del reloj forman un ángulo de 30° a las 8h y 49,09 min.

13. ¿A qué hora, después de las 3, las manecillas del reloj se encontrarán por primera vez?

$$\theta = 30(h) - \frac{11}{2}(m)$$

$$0 = 30(3) - \frac{11}{2}(m)$$

$$m = 16,36$$

El horero adelanta al minuterero.
Sustitución hora referencia.

Las manecillas del reloj se encuentran por primera vez a las 3h y 16,36 min.

14. ¿A qué hora, después de las 10, las agujas del reloj se superpondrán por primera vez?

$$\theta = 30(h) - \frac{11}{2}(m)$$

$$0 = 30(10) - \frac{11}{2}(m)$$

$$m = 54,54$$

El horero adelanta al minuterio.
Sustitución hora referencia.

Las manecillas del reloj se superpondrán por primera vez a las 10h y 54,54 min.

15. ¿A qué hora, entre las 11 y las 12, las manecillas estarán superpuestas?

REPRESENTACIÓN (VELOCIDAD ANGULAR)				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Ángulo (u)	Velocidad	Tiempo	$\frac{x}{60} = \frac{x-55}{5}$
Minuterio	x	60	x / 60	
Horero	x - 55	5	$\frac{x-55}{5}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que x=60, por lo tanto, las manecillas del reloj estarán superpuestas a las 12h.

16. ¿A qué hora, entre las 9 y las 10, las agujas del reloj estarán en prolongación una de otra?

REPRESENTACIÓN (VELOCIDAD ANGULAR)				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Ángulo (u)	Velocidad	Tiempo	$\frac{x}{60} = \frac{x-15}{5}$
Minuterio	x	60	x / 60	
Horero	x - 15	5	$\frac{x-15}{5}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que x=16,36, por lo tanto, las manecillas del reloj estarán en prolongación una de otra a las 9h y 16,36 min.

17. ¿A qué hora, después de las 12, las manecillas del reloj estarán, por primera vez, en línea recta?

REPRESENTACIÓN (VELOCIDAD ANGULAR)				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Ángulo (u)	Velocidad	Tiempo	$\frac{x}{60} = \frac{x-30}{5}$
Minuterio	x	60	x / 60	
Horero	x - 30	5	$\frac{x-30}{5}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que x=32,72, por lo tanto, las manecillas del reloj estarán en línea recta a las 12h y 32,72 min.

18. ¿A qué hora, entre las 5 y las 6, las agujas del reloj estarán en línea recta?

REPRESENTACIÓN (VELOCIDAD ANGULAR)				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Ángulo (u)	Velocidad	Tiempo	$\frac{x}{60} = \frac{x-55}{5}$
Minuterio	x	60	x / 60	
Horero	x - 55	5	$\frac{x-55}{5}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que x=60, así que, las manecillas del reloj estarán en línea recta a las 6 h.

19. ¿A qué hora, entre las 3 y las 4, las manecillas del reloj formarán un ángulo de 50°?

PROPOSICIONES

$$1. \quad \theta = 30(h) - \frac{11}{2}(m)$$

$$2. \quad 50^\circ = 30(3) - \frac{11}{2}m$$

$$3. \quad m = 7,27$$

RAZONES

El horero adelanta al minuterio

Sustitución de hora referencial

Despeje

Las manecillas del reloj formarán un ángulo de 50° a las 3h y 7,27 min.

20. ¿A qué hora, entre las 9 y las 10, las agujas del reloj formarán un ángulo de 70°?

PROPOSICIONES

$$1. \quad \theta = 30(h) - \frac{11}{2}(m)$$

$$2. \quad 70^\circ = 30(9) - \frac{11}{2}m$$

$$3. \quad m = 36,36$$

RAZONES

El horero adelanta al minuterio

Sustitución de hora referencial

Despeje

Las manecillas del reloj formarán un ángulo de 70° a las 9h y 36,36 min.

21. ¿Cuánto mide el ángulo, que determinan las manecillas del reloj, a las 4h 40 min?

$$\theta = \frac{11}{2}(m) - 30(h)$$

$$\theta = \frac{11}{2}(40) - 30(4)$$

$$\theta = 100^\circ$$

El minutero adelanta al horero.
Sustitución hora referencia.

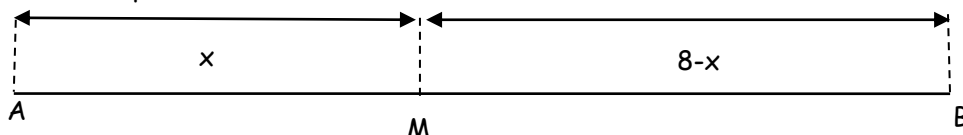
El ángulo que forman las manecillas del reloj a las 4h y 40 min mide 100° .

IGUALDAD EN LOS PROBLEMAS DE LOS MÓVILES Y BOTES

PÁGINA 104

1.- Resolver los siguientes problemas (las velocidades son constantes).

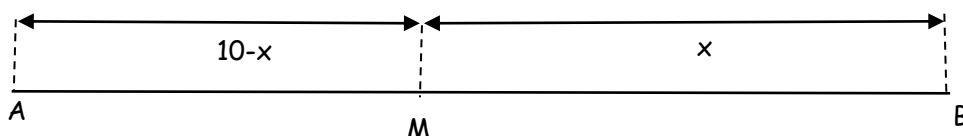
1. La distancia entre A y B es de 8 km. Una moto sale de A hacia B, con una velocidad de 16km/h; al mismo tiempo que otra moto sale de B hacia A, con una velocidad de 24km/h. ¿A qué distancia de A se encontrarán y cuánto tiempo tardarán en encontrarse?



REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	
Moto 1	x	16	$x/16$	$\frac{x}{16} = \frac{8-x}{24}$
Moto 2	8-x	24	$\frac{8-x}{24}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=3,2$, por lo tanto, las motos se encontrarán a 3,2 km de A y el tiempo que les tomará encontrarse en M es 0,2h.

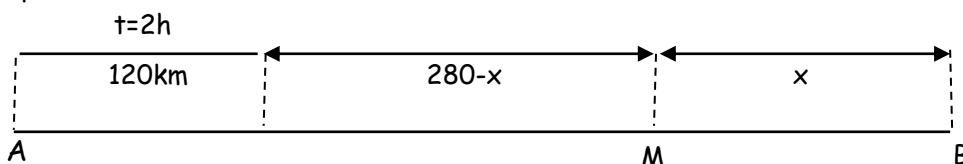
2. Una moto sale de A hacia B a una velocidad de 30km/h, al mismo tiempo que una bicicleta sale de B hacia A a 5km/h. Si la distancia AB es de 10 km. ¿A qué distancia de B se encontrarán y cuánto tiempo tardarán en encontrarse?



REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	
Moto	10-x	30	$\frac{10-x}{30}$	$\frac{10-x}{30} = \frac{x}{5}$
Bicicleta	x	5	$x/5$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=1,43$, por lo tanto, la moto y la bicicleta se encontrarán a 1,43 km de B y el tiempo que les tomará encontrarse en M es 0,29h.

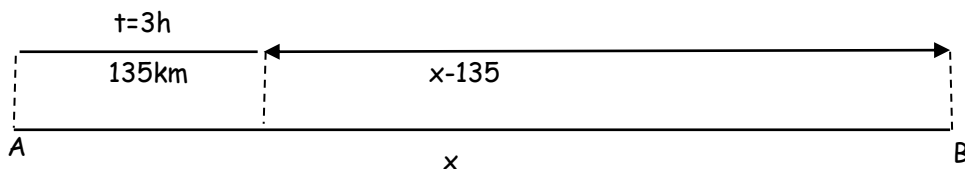
3. La distancia de A y B es de 400 km. Un bus sale de A hacia B a las 6 am con velocidad de 60km/h. A las 8 am un camión sale de B hacia A con una velocidad de 50km/h. ¿A qué distancia de B se encontrarán y cuánto tiempo tardarán en encontrarse?



REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	
Bus	280-x	60	$\frac{280-x}{60}$	$\frac{280-x}{60} = \frac{x}{50}$
Camión	x	50	$x/50$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=127,27$, por lo tanto, los móviles se encontrarán a 127,27 km de B y el tiempo que les tomará encontrarse en M es 2,55h (10h y 55min).

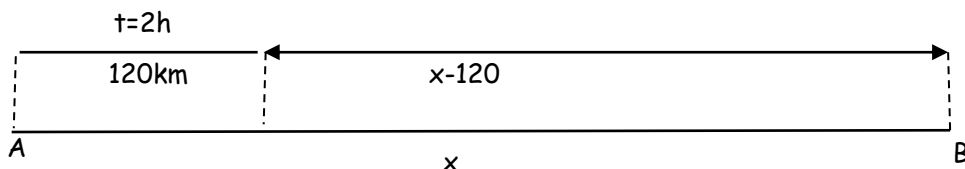
4. Un tren de carga sale de A hacia B a una velocidad de 45km/h; 3 horas más tarde sale de A hacia B un tren de pasajeros a una velocidad de 65km/h. ¿A qué distancia de A encontrará el segundo tren al primero?



REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	$\frac{x-135}{45} = \frac{x}{65}$
Tren (carga)	$x-135$	45	$\frac{x-135}{45}$	
Tren (pasajeros)	x	65	$\frac{x}{65}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=438,75$, por lo tanto, el tren de pasajeros encontrará al tren de carga a 438,75 km de A.

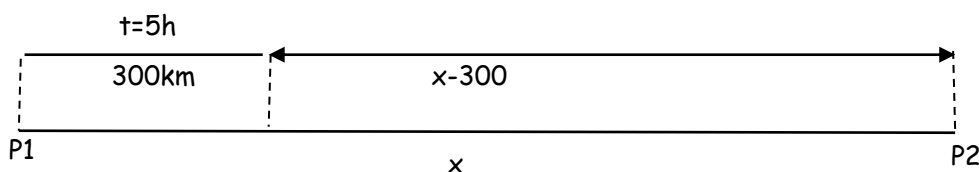
5. Un camión sale de A hacia B a las 2 pm, con una velocidad de 60 km/h. A las 4 pm sale un automóvil de A hacia B a 70 km/h. ¿A qué distancia de A y a qué hora encontrará el automóvil al camión?



REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	$\frac{x-120}{60} = \frac{x}{70}$
Camión	$x-120$	60	$\frac{x-120}{60}$	
Auto	x	70	$\frac{x}{70}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=840$, por lo tanto, el automóvil encontrará al camión a 840 km de A a las 4 am.

6. A viaja en automóvil a razón de 60 km/h. 5 horas después sale B en automóvil, del mismo lugar y en el mismo sentido a razón de 80 km/h. ¿A qué distancia del lugar de partida alcanzarán A a B?



REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	$\frac{x-300}{60} = \frac{x}{80}$
A	$x-300$	60	$\frac{x-300}{60}$	
B	x	80	$\frac{x}{80}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=1200$, por lo tanto, A y B se hallarán a 1200 km del punto de partida.

7. Una persona dispone de 6 h para ver una ciudad. Averiguar qué distancia puede recorrer en un autobús que va a 36 km/h, si luego tiene que hacer el regreso a pie (por el mismo camino) a razón de 5 km/h.

REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	$36t = 5(6-t)$
Ida	$36t$	36	t	
Regreso	$5(6-t)$	5	$6-t$	

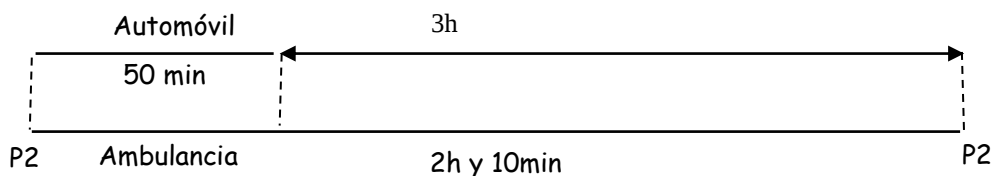
Resolviendo la ecuación se tiene que el tiempo de ida es $t=30/41$ h, mientras que el tiempo de regreso es $t=216/41$ h. Como la distancia es la misma, la persona ha recorrido 26,34 km.

8. Una persona sube una cuesta a razón de 2 km/h y la baja a razón de 4 km/h. si en subir y bajar emplea en total de 3 h. ¿Qué longitud tiene la cuesta? A

REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	$2t = 4(3-t)$
Subida	$2t$	2	t	
Bajada	$4(3-t)$	4	$3-t$	

Resolviendo la ecuación se tiene que el tiempo de subida es $t=2$ h, mientras que el tiempo de bajada es $t=1$ h. Como la distancia es la misma, la longitud de la cuesta es de 4 km.

9. Una ambulancia sale de una estación 50 min después de haber salido un automóvil y lo alcanza en 2 horas y 10 min. La velocidad de la ambulancia es 25 km/h más que la del automóvil. ¿Cuál es la velocidad del automóvil?



REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	$3x = \frac{13}{6}(x+25)$
Automóvil	$3x$	x	3	
Ambulancia	$\frac{13}{6}(x+25)$	$x+25$	$13/6$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=65$, por lo tanto, la velocidad del auto es 65 km/h.

10. Un bote tarda el mismo tiempo en navegar 40 km río arriba, que 88 km río abajo. Si la velocidad de la corriente del río es de 3 km/h, ¿Cuál es la velocidad del bote en "aguas tranquilas"?

REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	$\frac{88}{x+3} = \frac{40}{x-3}$
Río abajo	88	$x+3$	$\frac{88}{x+3}$	
Río arriba	40	$x-3$	$\frac{40}{x-3}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 8$, por lo tanto, la velocidad del bote en aguas tranquilas es 8 km/h.

11. Una persona puede remar a 7 km/h en "aguas tranquilas". En un río, emplea el mismo tiempo en remar 3,5 km río arriba que 14 km río abajo. ¿Cuál es la velocidad de la corriente del río?

REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	$\frac{14}{x+7} = \frac{3,5}{x-7}$
Río abajo	14	$x+7$	$\frac{14}{x+7}$	
Río arriba	3,5	$x-7$	$\frac{3,5}{x-7}$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 11,67$, por lo tanto, la velocidad de la corriente del río es 11,67 km/h.

12. Un bote tiene una velocidad de 35 km/h en "aguas tranquilas", y puede navegar cierta distancia río abajo en dos quintos del tiempo que tarda en navegar, la misma distancia, río arriba. Hallar la velocidad de la corriente del río.

REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	Velocidad	Tiempo	$\frac{2}{5}x(35+x) = x(35-x)$
Río abajo	$\frac{2}{5}x(35+x)$	$35+x$	$\frac{2}{5}x$	
Río arriba	$x(35-x)$	$35-x$	x	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1=0$ y $x_2=15$, así que, la velocidad de la corriente del río es de 15 km/h.

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

PÁGINA 106

1.- Resolver los siguientes problemas:

1. Hallar dos números impares consecutivos cuyo producto sea 255.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número menor	$2x + 1$	$(2x + 1)(2x + 3) = 255$
Número mayor	$2x + 3$	
Producto de ambos números	$(2x + 1)(2x + 3)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1 = -9$ y $x_2 = 7$, así que, para x_2 los números son 15 y 17.

2. Hallar la suma de tres números pares consecutivo igual a 72.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número menor par	$2x$	$2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 72$
Número intermedio par	$2x + 2$	
Número mayor par	$2x + 4$	
Suma de los números	$2x + (2x + 2) + (2x + 4)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x = 11$, así que, los tres números pares consecutivos son 22, 24 y 26.

3. Si al cuadrado de un número se suma el número se obtiene 6 veces el número. Hallar el número.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número	x	$x^2 + x = 6x$
Cuadrado del número	x^2	
Seis veces el número	$6x$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1 = 0$ y $x_2 = 5$, por lo tanto, el número es 5.

4. Un número excede a otro en 6 unidades y el producto de ambos es 352. ¿Cuáles son los números?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número	x	$x(x + 6) = 352$
Otro número	$x + 6$	
Producto de ambos números	$x(x + 6)$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1 = 16$ y $x_2 = -22$, así que, para x_1 los números son 16 y 22; para x_2 son -22 y -16.

5. La suma de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es igual a 11 veces el mayor menos el menor. ¿Cuáles son los números?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número menor	x	$x^2 + (x + 1)^2 = 11(x + 1) - x$
Número mayor	$x + 1$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1 = 5$ y $x_2 = -1$, para x_1 los números son 5 y 6; para x_2 son -1 y 0.

6. Un cateto de un triángulo rectángulo mide 1 cm más que el otro, y la hipotenusa 2 cm más que el primero, hallar las longitudes de los tres lados.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Cateto menor	x	$(x + 2)^2 = (x + 1)^2 + x^2$
Cateto mayor	$x + 1$	
Hipotenusa	$x + 2$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1 = 3$ y $x_2 = -1$, por lo tanto, sus longitudes son, cateto menor 3, cateto mayor 4 y la hipotenusa 5.

7. Una piscina que tiene 7 m de largo por 5 m de ancho, y esta orillada por un paseo de anchura uniforme, si el área del paseo es de 11 m^2 . ¿Cuál es su anchura?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Ancho del borde desconocido	x	$(7 + 2x)(5 + 2x) - 35 = 11$
Área del rectángulo mayor	$(7 + 2x)(5 + 2x)$	
Área de la piscina	$7 \cdot 5 = 35$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1 = 0,427$ y $x_2 = -6,427$, por lo tanto, su anchura es 0,427 m.

8. Si a un número se le suma el triple de su recíproco se obtiene 5,6. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número	x	$x + 3(1/x) = 5,6$
Recíproco del número	$1/x$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1 = 5$ y $x_2 = 3/5$, por lo tanto, el número es 5 y $3/5$.

9. Si a un número se le resta su recíproco se obtiene 5,8333333. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número	x	$x - (1/x) = 5,8333333$
Recíproco del número	$1/x$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1 = 6$ y $x_2 = -0,1666667$, por lo tanto, el número es 6 y $-0,1666667$.

10. Si a un número se le suma la mitad su recíproco se obtiene 4,125. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número	x	$x + (1/2x) = 4,125$
Recíproco del número	$1/x$	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1 = 4$ y $x_2 = 1/8$, por lo tanto, el número es 4 y $1/8$.

11. Si al cuadrado de un número se le resta 15 se obtiene el doble del número. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Número	x	$x^2 - 15 = 2x$
Cuadrado del número	x^2	
Doble del número	$2x$	

Resolviendo la ecuación cuadrática se tiene $x_1 = -3$; $x_2 = 5$, por lo tanto, el número buscado es -3 y 5 .

12. Hallar dos números pares consecutivos cuya suma sea el doble del segundo número menos 2.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
1 ^{er} número par	$2x + 2$	$4x + 6 = 2(2x + 4) - 2$
2 ^{do} número par	$2x + 4$	
Suma de los dos números	$4x + 6$	

Resolviendo la ecuación se tiene $0=0$, por lo tanto, hay infinitas soluciones.

13. El largo de una piscina rectangular excede en 2,5 m al ancho, si el área es de 51 m². ¿Cuáles son sus dimensiones?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Largo	$x + 2,5$	$x(x + 2,5) = 51$
Ancho	x	
Área	51	

Resolviendo la ecuación se tiene $x_1 = 6$; $x_2 = -8,5$, el largo y ancho de la piscina mide 8,5 y 6 m respectivamente.

14. Hallar dos números impares consecutivos cuyo producto sea 143.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
1 ^{er} número impar	$2x + 1$	$(2x + 1)(2x + 3) = 143$
2 ^{do} número impar	$2x + 3$	
Producto de los números	$(2x + 1)(2x + 3)$	

Resolviendo la ecuación se tiene $x_1 = -7$; $x_2 = 5$, por lo tanto, los números buscados son 11 y 13 respectivamente.

15. La suma de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es 481. Hallar los números.

REPRESENTACIÓN			PLANTEO (ECUACIÓN)
	Original	Modificado	
1 ^{er} número	x	x ²	
2 ^{do} número	x + 1	(x + 1) ²	
Suma de los números	x ² + (x + 1) ²		

Resolviendo la ecuación se tiene $x_1 = -16$; $x_2 = 15$, por lo tanto, los números buscados son 15 y 16 respectivamente.

16. La suma de dos enteros es 10. La suma de los cuadrados de los enteros es 148. Hallar los números.

10. La suma de dos enteros es 10. La suma de los cuadrados de los enteros es 148. Hallar N			
REPRESENTACIÓN			PLANTEO (ECUACIÓN)
	Original	Modificado	
1 ^{er} número	x	x ²	
2 ^{do} número	10 - x	(10 - x) ²	
Suma de los números	x ² + (10 - x) ²		

Resolviendo la ecuación se tiene $x_1 = -2$; $x_2 = 12$, por lo tanto, los números buscados son 12 y -2 respectivamente.

17. En un triángulo rectángulo un cateto es 4 cm más largo que el otro. La hipotenusa es 10 cm más larga que el cateto más corto. Hallar el perímetro del triángulo.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
1 ^{er} cateto	x	$(x+10)^2 = x^2 + (x+4)^2$
2 ^{do} cateto	x + 4	
Hipotenusa	x + 10	

Resolviendo la ecuación se tiene $x_1=16,95$; $x_2=-4,95$, por lo tanto, el perímetro del triángulo mide 64,85 cm.

18. Un terreno rectangular tiene una diagonal de 16 m. El ancho es 3,2 m menos que el largo. Hallar las dimensiones del rectángulo.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Largo (1 ^{er} cateto)	x	$16^2 = x^2 + (x-3,2)^2$
Ancho (2 ^{do} cateto)	x - 3,2	
Diagonal (Hipotenusa)	16	

Resolviendo la ecuación cuadrática se tiene $x_1=-9,6$; $x_2=12,8$, por lo tanto, el largo y ancho del terreno mide 12,8 y 9,6 m respectivamente.

19. A puede pintar una casa en 9 horas menos que B. Trabajando juntos pueden pintarla en 20 h. ¿Cuánto tiempo le tomaría a cada uno pintar la casa?

REPRESENTACIÓN			PLANTEO (ECUACIÓN)
	Días para pintar la casa	Parte de la casa pintada	$\frac{1}{x-9} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20}$
A	x - 9	1/(x - 9)	
B	x	1/x	
A,B	20	1/20	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x_1=4$; $x_2=45$, así que, A se demoraría en pintar la casa 36 días y B 45.

20. A un cuadro de 1,50 m de largo por 90 cm de alto se le pone un marco de anchura constante, si el área total del cuadro y el marco es de 1,6 m². ¿Cuál es la anchura del marco?

REPRESENTACIÓN			PLANTEO (ECUACIÓN)
	Dimensión original	Dimensión modificado	$(1,5+2x)(0,9+2x)-1,35=1,6$
Largo	1,5	1,5+2x	
Altura	0,9	0,9+2x	
Área	1,35	$(1,5+2x)(0,9+2x)$	

Resolviendo la ecuación cuadrática se tiene $x_1=-1,47$; $x_2=0,27$, por lo tanto, la anchura del marco es de 0,27 m.

21. La suma (s) de los primeros n números naturales, $1+2+3+ \dots +n$, es igual a $\frac{1}{2}n(n+1)$; siendo s la suma y n el número de sumandos. Hallar el número de sumandos si la suma es igual a 191.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Nº sumandos	n	$\frac{1}{2}n(n+1) = 191$
Suma	s = 191	

Resolviendo la ecuación cuadrática se tiene $n_1=19,05$; $n_2=-20,05$, por lo tanto, el número de sumandos es 19.

Observación: Se recomienda que la suma sea 190.

22. Un automóvil tiene una velocidad de 10 km/h más que un bus. Los dos inician un recorrido de 100 km, al mismo tiempo. Si el bus se demora 1/3 de hora más que el automóvil, para realizar el recorrido. ¿Cuál es la velocidad promedio del bus?

REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia (km)	Velocidad	Tiempo (h)	$\frac{4}{3}x = x + 10$
Automóvil	100	x+10	1	
Bus	100	x	4/3	

Resolviendo la ecuación se tiene que $x=30$, por lo tanto, la velocidad del bus es 30 km/h.

23. Un bote navega río arriba 9 km y regresa al punto de partida en un tiempo total de 1,5 horas. Si la velocidad de la corriente es de 3 km/h, hallar la velocidad del bote en "aguas tranquilas".

REPRESENTACIÓN					PLANTEO (ECUACIÓN)
	Distancia	V. del río	V. del bote	Tiempo	$\frac{9}{x-3} + \frac{9}{x+3} = 1,5$
Río arriba	9	3	x	$\frac{9}{x-3}$	
Río abajo	9	3	x	$\frac{9}{x+3}$	

Resolviendo la ecuación cuadrática se tiene $x_1 = -0,71$; $x_2 = 12,71$, por lo tanto, la velocidad del bote en aguas tranquilas es de 12,71 km/h.

24. El patio de una casa tiene 180 baldosas cuadradas. Si cada baldosa tuviese 6 cm más de largo y 6 cm más de ancho, con 125 baldosas se podría embaldosar el patio. Hallar las dimensiones de las baldosas. Observación: área del patio es igual al número de baldosas (n) por el área de la baldosa (A_b).

REPRESENTACIÓN DEL ÁREA DE LAS BALDOSAS			PLANTEO (ECUACIÓN)
	Dimensión original	Dimensión modificado	$180x^2 = 125(x+6)^2$
Largo	x	x + 6	
Altura	x	x + 6	
Área	x^2	$(x+6)^2$	

Observación: la fórmula del área del patio sería $A_p = \#n \cdot A_b = 180x^2$

Resolviendo la ecuación se tiene $x_1 = -30/11$; $x_2 = 30$, por lo tanto, las dimensiones de la baldosa es 30 cm.

25. La base de un rectángulo es 2 m menos que su diagonal y su altura 4 m menos que la misma diagonal. Hallar su perímetro.

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Diagonal	x	$x^2 = (x-4)^2 + (x-2)^2$
Base	x - 2	
Altura	x - 4	

Resolviendo la ecuación cuadrática se tiene $x_1 = 2$; $x_2 = 10$, por lo tanto, el perímetro del rectángulo es de 28 cm.

26. La base mayor de un trapecio mide 2 cm más que la base menor. La altura 1 cm menos que la base menor. El área es de 15 cm². ¿Cuánto mide la base menor?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Base mayor (B)	x + 2	$\frac{(2x+2)(x-1)}{2} = 15$
Base menor (b)	x	
Altura (h)	x - 1	
Área	15	

Resolviendo la ecuación cuadrática se tiene $x_1 = -4$; $x_2 = 4$, por lo tanto, la base menor mide 4 cm.

CAPÍTULO 5

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

MÉTODO GRÁFICO

PÁGINA 110

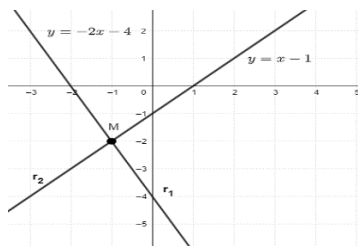
1.- Resolver gráficamente. Indicar si son: consistentes (determinado, indeterminado) o inconsistentes.

$$1. \begin{cases} [1] & 2x + y = -4 \\ [2] & 2x - 2y = 2 \end{cases}$$

Forma explícita:

$$\begin{cases} [1] & y = -2x - 4 \\ [2] & y = x - 1 \end{cases}$$

[1]		[2]	
x	y	x	y
0	-4	0	-1
2	-8	2	1
3	-10	3	2



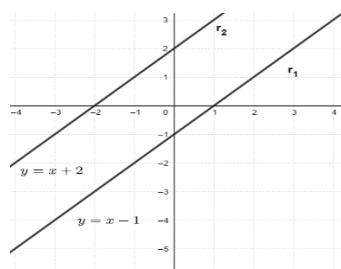
Las rectas se cortan en el punto $M(-1; -2)$. El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -1$; $y = -2$

$$2. \begin{cases} [1] & 3x - 3y = 3 \\ [2] & x - y = -2 \end{cases}$$

Forma explícita:

$$\begin{cases} [1] & y = x - 1 \\ [2] & y = x + 2 \end{cases}$$

[1]		[2]	
x	y	x	y
0	-1	-2	0
2	1	0	2
4	3	2	4



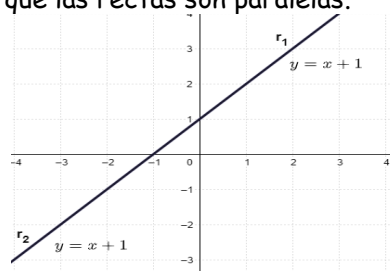
El sistema es incompatible, es decir, no tiene solución, ya que las rectas son paralelas.

$$3. \begin{cases} [1] & -y + x = -1 \\ [2] & -2x + 2y = 2 \end{cases}$$

Forma explícita:

$$\begin{cases} [1] & y = x + 1 \\ [2] & y = x + 1 \end{cases}$$

[1]		[2]	
x	y	x	y
-3	-2	-3	-2
0	1	0	1
2	3	2	3



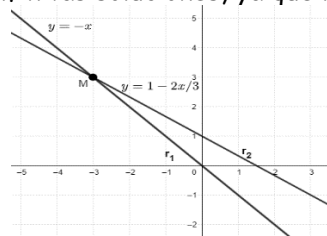
El sistema es compatible indeterminado, es decir, tiene infinitas soluciones, ya que las rectas coinciden.

$$4. \begin{cases} [1] & y + x = 0 \\ [2] & 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

Forma explícita:

$$\begin{cases} [1] & y = -x \\ [2] & y = 1 - \frac{2}{3}x \end{cases}$$

[1]		[2]	
x	y	x	y
-1	1	-1	5/3
0	0	0	1
1	-1	1	1/3



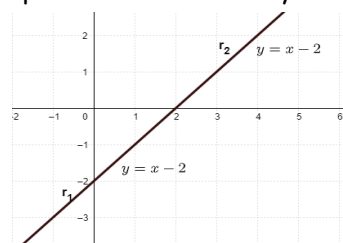
Las rectas se cortan en el punto $M(-3; 3)$. El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -3$; $y = 3$.

$$5. \begin{cases} [1] & (x - y) / 2 = 1 \\ [2] & 3x = 6 + 3y \end{cases}$$

Forma explícita:

$$\begin{cases} [1] & y = x - 2 \\ [2] & y = x - 2 \end{cases}$$

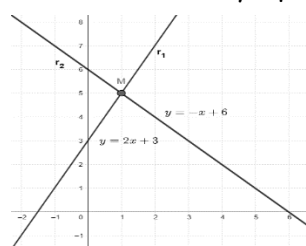
[1]		[2]	
x	y	x	y
-1	-3	-1	-3
0	-2	0	-2
1	-1	1	-1



El sistema es compatible indeterminado, es decir, tiene infinitas soluciones, ya que las rectas coinciden.

$$6. \begin{cases} [1] & y = 2x + 3 \\ [2] & y = -x + 6 \end{cases}$$

[1]		[2]	
x	y	x	y
-1	1	-1	7
0	3	0	6
1	5	1	5



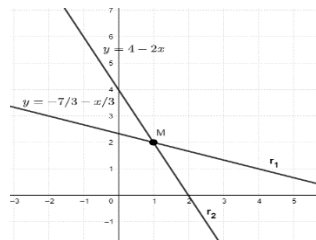
Las rectas se cortan en el punto $M(1; 5)$. El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1$; $y = 5$.

$$7. \begin{cases} [1] & 3y + x = 7 \\ [2] & 2x + y = 4 \end{cases}$$

Forma explícita:

$$\begin{cases} [1] & y = \frac{7}{3} - \frac{x}{3} \\ [2] & y = 4 - 2x \end{cases}$$

[1]		[2]	
x	y	x	y
-5	4	1	2
1	2	2	0
4	1	3	-2



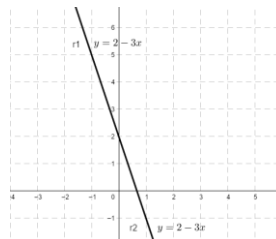
Las rectas se cortan en el punto $M(1;2)$. El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=1$; $y=2$.

$$8. \begin{cases} [1] & y = 2 - 3x \\ [2] & x = 2/3 - y/3 \end{cases}$$

Forma explícita:

$$\begin{cases} [1] & y = 2 - 3x \\ [2] & y = 2 - 3x \end{cases}$$

[1]		[2]	
x	y	x	y
-1	5	-1	5
0	2	0	2
1	-1	1	-1



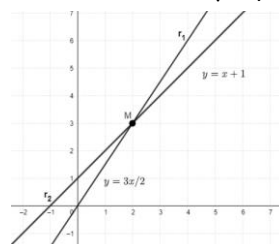
El sistema es compatible indeterminado, es decir, tiene infinitas soluciones, ya que las rectas coinciden.

$$9. \begin{cases} [1] & x/2 = y/3 \\ [2] & y - x = 1 \end{cases}$$

Forma explícita:

$$\begin{cases} [1] & y = \frac{3x}{2} \\ [2] & y = x + 1 \end{cases}$$

[1]		[2]	
x	y	x	y
-2	-3	-2	-1
0	0	-1	0
2	3	0	1



Las rectas se cortan en el punto $M(2;3)$. El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=2$; $y=3$.

MÉTODO DE ELIMINACIÓN (ADICIÓN O SUSTRACCIÓN, SUMA Y RESTA O REDUCCIÓN)

PÁGINA 113

1.- Resolver por reducción. Indicar si son consistentes (determinado, indeterminado) o inconsistentes.

$$1. \begin{cases} [1] & x - y = -1 \\ [2] & x + y = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

RAZONES

Dato

$$1. \begin{cases} [1] & x - y = -1 \\ [2] & x + y = 1 \end{cases}$$

$$x - y = -1$$

$$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$$

$$2. \begin{cases} [1] & x + y = 1 \\ [2] & 2x = 0 \end{cases}$$

$$3. x = 0$$

Despeje de x

$$4. (0) + y = 1 \rightarrow y = 1$$

Sustitución 3 en [1] de 1

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 0$; $y = 1$.

$$2. \begin{cases} [1] & x - y = -5 \\ [2] & x + y = 7 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

RAZONES

Dato

$$1. \begin{cases} [1] & x - y = -5 \\ [2] & x + y = 7 \end{cases}$$

$$x - y = -5$$

$$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$$

$$2. \begin{cases} [1] & x + y = 7 \\ [2] & 2x = 2 \end{cases}$$

$$3. x = 1$$

Despeje de x

$$4. (1) - y = -5 \rightarrow y = 6$$

Sustitución 3 en [1] de 1

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1$; $y = 6$.

$$3. \begin{cases} [1] & x + y = -3 \\ [2] & 3x - 2y = -4 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] & x + y = -3 \\ [2] & 3x - 2y = -4 \end{cases}$$

$$2x + 2y = -6$$

$$2. \begin{cases} [1] \times (2) & 3x - 2y = -4 \\ [2] & 5x = -10 \end{cases}$$

$$3. x = -2$$

$$4. (-2) + y = -3 \rightarrow y = -1$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -2; y = -1$.

$$4. \begin{cases} [1] & 2y + 2x = 2 \\ [2] & 3x - 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ 3x - 3y = 0 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] & x + y = 1 \\ [2] & 3x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$3x + 3y = 3$$

$$2. \begin{cases} [1] \times (3) & 3x - 3y = 0 \\ [2] & 6x = 3 \end{cases}$$

$$3. x = 1/2$$

$$4. (1/2) + y = 1 \rightarrow y = 1/2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1/2; y = 1/2$.

$$5. \begin{cases} [1] & 2x + 2y = 3 \\ [2] & -5x + 4y = 15 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] & 2x + 2y = 3 \\ [2] & -5x + 4y = 15 \end{cases}$$

$$-4x - 4y = -6$$

$$2. \begin{cases} [1] \times (-2) & -5x + 4y = 15 \\ [2] & -9x = 9 \end{cases}$$

$$3. x = -1$$

$$4. 2(-1) + 2y = 3 \rightarrow 2y = 5 \rightarrow y = 5/2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -1; y = 5/2$.

$$6. \begin{cases} [1] & -2x + y = 1 \\ [2] & 3y - 5x = -1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] & -2x + y = 1 \\ [2] & 3y - 5x = -1 \end{cases}$$

$$6x - 3y = -3$$

$$2. \begin{cases} [1] \times (-3) & -5x + 3y = -1 \\ [2] & x = -4 \end{cases}$$

$$3. x = -4$$

$$4. -2(-4) + y = 1 \rightarrow y = -7$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -4; y = -7$.

RAZONES

Dato

$$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$$

Para eliminar la y se multiplica

$$[1] \times (2)$$

Despeje de x

Sustitución 3 en [1] de 1

RAZONES

Dato

$$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$$

Para eliminar la y se multiplica

$$[1] \times (3)$$

Despeje de x

Sustitución 3 en [1] de 1

RAZONES

Dato

$$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$$

Para eliminar la y se multiplica

$$[1] \times (-2)$$

Despeje de x

Sustitución 3 en [1] de 1

RAZONES

Dato

$$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$$

Para eliminar la y se multiplica

$$[1] \times (-2)$$

Despeje de x

Sustitución 3 en [1] de 1

$$7. \begin{cases} [1] \begin{cases} -1/x = -2/(y+1) \end{cases} \\ [2] \begin{cases} -2y = -x+3 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} -1/x = -2/(y+1) \end{cases} \\ [2] \begin{cases} -2y = -x+3 \end{cases} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \begin{cases} -2x+y = -1 \end{cases} \\ [2] \begin{cases} x-2y = 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] \times (-3) \begin{matrix} -4x+2y = -2 \\ x-2y = 3 \end{matrix} \\ [2] \begin{matrix} -3x \\ -3x \end{matrix} \begin{matrix} = 1 \end{matrix} \end{cases}$$

$$4. x = -1/3$$

$$5. -2y = -(-1/3)+3 \rightarrow y = -5/3$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -1/3; y = -5/3$.

RAZONES

Dato

Ordenando variables

$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$
Para eliminar la y se multiplica
 $[1] \times (-2)$

Despeje de x

Sustitución 3 en [2] de 1

$$8. \begin{cases} [1] \begin{cases} 1/2x + 2/y = -3 \end{cases} \\ [2] \begin{cases} -1/x - 1/y = 0 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} 1/2x + 2/y = -3 \end{cases} \\ [2] \begin{cases} -1/x - 1/y = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \begin{matrix} 1/2x + 2/y = -3 \\ -2/x - 2/y = 0 \end{matrix} \\ [2] \times (2) \begin{matrix} -3/2x \\ -3/2x \end{matrix} \begin{matrix} = -3 \end{matrix} \end{cases}$$

$$3. x = 1/2$$

$$4. 1/2(1/2) + 2/y \rightarrow y = -1/2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1/2; y = -1/2$.

RAZONES

Dato

$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$
Para eliminar la y se multiplica
 $[2] \times (2)$

Despeje de x

Sustitución 3 en [1] de 1

$$9. \begin{cases} [1] \begin{cases} 1/(x-1) = 2/(y+1) \end{cases} \\ [2] \begin{cases} -2y = -x+3 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} 1/(x-1) = 2/(y+1) \end{cases} \\ [2] \begin{cases} -2y = -x+3 \end{cases} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \begin{cases} 2x-4y = 6 \end{cases} \\ [2] \begin{cases} x-2y = 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] \begin{matrix} 2x-4y = 6 \\ 2x-4y = 6 \end{matrix} \\ [2] \times (2) \begin{matrix} 0 = 0 \end{matrix} \end{cases}$$

El sistema es compatible indeterminado, es decir, tiene infinitas soluciones.

RAZONES

Dato

Ordenando las variables

$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$
Para eliminar la y se multiplica
 $[2] \times (2)$
Infinitas soluciones

$$10. \begin{cases} [1] \begin{cases} 1/(x+3) = 2/(10-y) \end{cases} \\ [2] \begin{cases} -3/(4x+3y) = -1/(2x+2y) \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} 1/(x+3) = 2/(10-y) \end{cases} \\ [2] \begin{cases} -3/(4x+3y) = -1/(2x+2y) \end{cases} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \begin{cases} 2x+y = 4 \end{cases} \\ [2] \begin{cases} 2x+3y = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] \times (-3) \begin{matrix} -6x-3y = -12 \\ 2x+3y = 0 \end{matrix} \\ [2] \begin{matrix} 4x \\ 4x \end{matrix} \begin{matrix} = -12 \end{matrix} \end{cases}$$

$$4. x = 3$$

$$5. 1/(3+3) = 2/(10-y) \rightarrow y = -2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 3; y = -2$.

RAZONES

Dato

Ordenando las variables

$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$
Para eliminar la y se multiplica
 $[1] \times (-3)$

Despeje de x

Sustitución 4 en [1] de 1

MÉTODO DE IGUALACIÓN

PÁGINA 114

1.- Resolver por igualación. Indicar si son consistentes (determinado, indeterminado) o inconsistentes.

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} -2x - y = -7 \\ [2] \begin{cases} -4y + 6x = 28 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{-7+y}{-2}$
2. $x = \frac{28+4y}{6}$
3. $\frac{-7+y}{-2} = \frac{28+4y}{6}$
4. $-42+6y = -56-8y$
5. $14y = -14$
6. $y = -1$
7. $-2x - (-1) = -7$
8. $-2x + 1 = -7$
9. $-2x = -8$
10. $x = 4$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 4; y = -1$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} -2x - y = -7 \\ [2] \begin{cases} -4y + 6x = 28 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} -2x - y = -7 \\ [2] \begin{cases} 6x - 4y = 28 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]Despejando x en la ecuación [2]Axi. Transitivo ($=$) 1 y 2T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 6 en [1]

Def. (x)

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

$$2. \begin{cases} [1] \begin{cases} 10x - 4y = 14 \\ [2] \begin{cases} 3y + 5x = 37 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{14+4y}{10}$
2. $x = \frac{37-3y}{5}$
3. $\frac{14+4y}{10} = \frac{37-3y}{5}$
4. $70+20y = 370-30y$
5. $50y = 300$
6. $y = 6$
7. $10x - 4(6) = 14$
8. $10x - 24 = 14$
9. $10x = 38$
10. $x = 19/5$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 19/5; y = 6$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} 10x - 4y = 14 \\ [2] \begin{cases} 3y + 5x = 37 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 10x - 4y = 14 \\ [2] \begin{cases} 5x + 3y = 37 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]Despejando x en la ecuación [2]Axi. Transitivo ($=$) 1 y 2T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 6 en [1]

Def. (x)

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

$$3. \begin{cases} [1] \begin{cases} -4x + 3y = -8 \\ [2] \begin{cases} 6y + 9x = 69 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{-8-3y}{-4}$
2. $x = \frac{69-6y}{9}$
3. $\frac{-8-3y}{-4} = \frac{69-6y}{9}$
4. $-72-27y = -276+24y$
5. $-51y = -204$
6. $y = 4$
7. $-4x + 3(4) = -8$
8. $-4x + 12 = -8$
9. $-4x = -20$
10. $x = 5$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 5; y = 4$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} -4x + 3y = -8 \\ [2] \begin{cases} 6y + 9x = 69 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} -4x + 3y = -8 \\ [2] \begin{cases} 9x + 6y = 69 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]Despejando x en la ecuación [2]Axi. Transitivo ($=$) 1 y 2T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 6 en [1]

Def. (x)

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

$$4. \begin{cases} [1] \{-8x/2 - 3y/2 = -5/2\} \\ [2] \{1,5 = 7x - 6y\} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{5-3y}{8}$
2. $x = \frac{1,5+6y}{7}$
3. $\frac{5-3y}{8} = \frac{1,5+6y}{7}$
4. $35 - 21y = 12 + 48y$
5. $-69y = -23$
6. $y = 1/3$
7. $7x - 6(1/3) = 1,5$
8. $7x - 2 = 1,5$
9. $7x = 3,5$
10. $x = 1/2$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1/2; y = 1/3$.

$$\begin{cases} [1] \{-8x/2 - 3y/2 = -5/2\} \\ [2] \{1,5 = 7x - 6y\} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \times (-2) \{8x + 3y = 5\} \\ [2] \{7x - 6y = 1,5\} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]

Despejando x en la ecuación [2]

Axi. Transitivo (=) 1 y 2

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 6 en [2]

Def. (x)

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

$$5. \begin{cases} [1] \{-3y + 10x - 16 = 0\} \\ [2] \{18 = 4x - 7y\} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{3y+16}{10}$
2. $x = \frac{7y+18}{4}$
3. $\frac{3y+16}{10} = \frac{7y+18}{4}$
4. $6y + 32 = 35y + 90$
5. $29y = -58$
6. $y = -2$
7. $10x - 3(-2) = 16$
8. $10x + 6 = 16$
9. $10x = 10$
10. $x = 1$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1; y = -2$.

$$\begin{cases} [1] \{-3y + 10x - 16 = 0\} \\ [2] \{18 = 4x - 7y\} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \{10x - 3y = 16\} \\ [2] \{4x - 7y = 18\} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]

Despejando x en la ecuación [2]

Axi. Transitivo (=) 1 y 2

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 6 en [1]

Def. (x)

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

$$6. \begin{cases} [1] \{-y/2 + 0,3x/2 = 0\} \\ [2] \{-0,5x - 0,4y = 12,4\} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{10y}{3}$
2. $x = \frac{124-4y}{5}$
3. $\frac{10y}{3} = \frac{124-4y}{5}$
4. $50y = 372 - 12y$
5. $62y = 372$
6. $y = 6$
7. $3x - 10(6) = 0$
8. $3x - 60 = 0$
9. $3x = 60$
10. $x = 20$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 20; y = 6$.

$$\begin{cases} [1] \{-y/2 + 0,3x/2 = 0\} \\ [2] \{-0,5x - 0,4y = 12,4\} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \{3x - 10y = 0\} \\ [2] \{5x + 4y = 124\} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]

Despejando x en la ecuación [2]

Axi. Transitivo (=) 1 y 2

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 6 en [1]

Def. (x)

Transposición de términos

Despeje, simplificación

$$7. \begin{cases} [1] \begin{cases} -6x/5 + y/5 = -13/5 \\ [2] \begin{cases} -y + 3x - 4 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{y+13}{6}$
2. $x = \frac{y+4}{3}$
3. $\frac{y+13}{6} = \frac{y+4}{3}$
4. $y+13 = 2y+8$
5. $y = 5$
6. $6x - 5 = 13$
7. $6x = 18$
8. $x = 3$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 3; y = 5$.

$$8. \begin{cases} [1] \begin{cases} -3x/7 + 2y/7 = -1 \\ [2] \begin{cases} 5x + 3y - 37 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{7+2y}{3}$
2. $x = \frac{37-3y}{5}$
3. $\frac{7+2y}{3} = \frac{37-3y}{5}$
4. $111 - 9y = 35 + 10y$
5. $19y = 76$
6. $y = 4$
7. $3x - 2(4) = 7$
8. $3x - 8 = 7$
9. $3x = 15$
10. $x = 5$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 5; y = 4$.

$$9. \begin{cases} [1] \begin{cases} 2y + 5x/3 - 2/3 = 0 \\ [2] \begin{cases} -2x + 3y = 0,1 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{2-6y}{5}$
2. $x = \frac{30y-1}{20}$
3. $\frac{2-6y}{5} = \frac{30y-1}{20}$
4. $150y - 5 = 40 - 120y$
5. $270y = 45$
6. $y = 1/6$
7. $5x + 6(1/6) = 2$
8. $5x + 1 = 2$
9. $5x = 1$
10. $x = 1/5$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1/5; y = 1/6$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} -6x/5 + y/5 = -13/5 \\ [2] \begin{cases} -y + 3x - 4 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 6x - y = 13 \\ [2] \begin{cases} 3x - y = 4 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]

Despejando x en la ecuación [2]

Axi. Transitivo (=) 1 y 2

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Sustitución 6 en [1]

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} -3x/7 + 2y/7 = -1 \\ [2] \begin{cases} 5x + 3y - 37 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ [2] \begin{cases} 5x + 3y = 37 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]

Despejando x en la ecuación [2]

Axi. Transitivo (=) 1 y 2

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 6 en [1]

Def. (x)

Transposición de términos

Despeje, simplificación

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} 2y + 5x/3 - 2/3 = 0 \\ [2] \begin{cases} -2x + 3y = 0,1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 5x + 6y = 2 \\ [2] \begin{cases} 20x - 30y = -1 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]

Despejando x en la ecuación [2]

Axi. Transitivo (=) 1 y 2

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 6 en [1]

Def. (x)

Transposición de términos

Despeje, simplificación

$$10. \begin{cases} [1] \begin{cases} -2x/3 - 2y/5 = -6 \\ [2] \begin{cases} y/4 + x/2 - 4,25 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{90-6y}{10}$
2. $x = \frac{17-y}{2}$
3. $\frac{90-6y}{10} = \frac{17-y}{2}$
4. $170-10y = 180-12y$
5. $2y = 10$
6. $y = 5$
7. $10x + 6(5) = 90$
8. $10x + 30 = 90$
9. $10x = 60$
10. $x = 6$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 6; y = 5$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} -2x/3 - 2y/5 = -6 \\ [2] \begin{cases} y/4 + x/2 - 4,25 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 10x + 6y = 90 \\ [2] \begin{cases} 2x + y = 17 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]

Despejando x en la ecuación [2]

Axi. Transitivo ($=$) 1 y 2

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 6 en [1]

Def. (x)

Transposición de términos

Despeje, simplificación

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN**PÁGINA 115**

1.- Resolver por sustitución. Indicar si son consistentes (determinado, indeterminado) o inconsistentes.

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} 4x + 2y = 6 \\ [2] \begin{cases} 2y - 3x = 6 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = 3 - 2x$
2. $3x - 2(3 - 2x) = -6$
3. $3x - 6 + 4x = -6$
4. $7x = 0$
5. $x = 0$
6. $2(0) + y = 3$
7. $y = 3$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 0; y = 3$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} 4x + 2y = 6 \\ [2] \begin{cases} 2y - 3x = 6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] / 2 \begin{cases} 2x + y = 3 \\ [2] \begin{cases} 3x - 2y = -6 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando y en la ecuación [1]

Sustituyendo el valor de y en [2]

Axi. Distributivo

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 5 en [1]

Def. (x)

$$2. \begin{cases} [1] \begin{cases} 2y - 5x = 1 \\ [2] \begin{cases} 2x + 2y = -6 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = -x - 3$
2. $5x - 2(-x - 3) = -1$
3. $5x + 2x + 6 = -1$
4. $7x = -7$
5. $x = -1$
6. $-1 + y = -3$
7. $y = -2$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -1; y = -2$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} 2y - 5x = 1 \\ [2] \begin{cases} 2x + 2y = -6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 5x - 2y = -1 \\ [2] / 2 \begin{cases} x + y = -3 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando y en la ecuación [2]

Sustituyendo el valor de y en [1]

Axi. Distributivo

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 5 en [2]

Transposición de términos y TS

$$3. \begin{cases} [1] \begin{cases} (x+2y)/2 = -y/4 \\ [2] \begin{cases} 2y - 2x = 14 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = y - 7$
2. $2(y - 7) + 5y = 0$
3. $2y - 14 + 5y = 0$
4. $7y = 14$
5. $y = 2$
6. $x - 2 = -7$
7. $x = -5$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -5; y = 2$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} (x+2y)/2 = -y/4 \\ [2] \begin{cases} 2y - 2x = 14 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ [2] / 2 \begin{cases} x - y = -7 \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [2]

Sustituyendo el valor de x en [1]

Axi. Distributivo

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 5 en [2]

Transposición de términos y TS

$$4. \begin{cases} [1] \{(x-2y)/3 = x+y \\ [2] \{2x-4y = x-3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] \{(x-2y)/3 = x+y \\ [2] \{2x-4y = x-3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \{2x+5y = 0 \\ [2] \{x-y = 0 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = y$
2. $2y + 5y = 0$
3. $7y = 0$
4. $y = 0$
5. $x - 0 = 0$
6. $x = 0$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [2]
 Sustituyendo el valor de x en [1]
 Términos semejantes
 Despeje, simplificación
 Sustitución 4 en [2]
 Despeje de x

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 0; y = 0$.

$$5. \begin{cases} [1] \{x+y = 0 \\ [2] \{(2x+4y)/5 = -1/5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] \{x+y = 0 \\ [2] \{(2x+4y)/5 = -1/5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \{x+y = 0 \\ [2] \{2x+4y = -1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = -y$
2. $-2y + 4y = -1$
3. $2y = -1$
4. $y = -1/2$
5. $x - 1/2 = 0$
6. $x = 1/2$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]
 Sustituyendo el valor de x en [2]
 T. Semejantes
 Despeje
 Sustitución 4 en [1]
 Transposición de términos

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1/2; y = -1/2$.

$$6. \begin{cases} [1] \{0,3x - y = 0 \\ [2] \{0,5x + 0,4y = 12,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] \{0,3x - y = 0 \\ [2] \{0,5x + 0,4y = 12,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \{3x - 10y = 0 \\ [2] \{5x + 4y = 124 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{124 - 4y}{5}$
2. $3\left(\frac{124 - 4y}{5}\right) - 10y = 0$
3. $\frac{372}{5} - \frac{12y}{5} - 10y = 0$
4. $62y/5 = 372/5$
5. $y = 6$
6. $5x + 4(6) = 124$
7. $x = 20$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [2]

 Sustituyendo el valor de x en [1]

 Axi. Distributivo
 Transposición de términos y TS
 Despeje, simplificación
 Sustitución 5 en [2]
 Despeje de x

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 20; y = 6$.

$$7. \begin{cases} [1] \{-1/(x+4y) = -1/2 \\ [2] \{8y - x = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] \{-1/(x+4y) = -1/2 \\ [2] \{8y - x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \{x + 4y = 2 \\ [2] \{x - 8y = -7 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = 8y - 7$
2. $(8y - 7) + 4y = 2$
3. $12y = 9$
4. $y = 3/4$
5. $x - 8(3/4) = -7$
6. $x = -1$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [2]
 Sustituyendo el valor de x en [1]
 Transposición de términos y TS
 Despeje, simplificación
 Sustitución 5 en [2]
 Despeje de x

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -1; y = 3/4$.

$$8. \begin{cases} [1] & 3x - 2y = 7 \\ [2] & -4x + 7y = -18 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{7}{3} + \frac{2}{3}y$
2. $-4\left(\frac{7}{3} + \frac{2}{3}y\right) + 7y = -18$
3. $-\frac{28}{3} - \frac{8}{3}y + 7y = -18$
4. $\frac{13}{3}y = -\frac{26}{3}$
5. $y = -2$
6. $3x - 2(-2) = 7$
7. $3x + 4 = 7$
8. $3x = 3$
9. $x = 1$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1; y = -2$.

$$\begin{cases} [1] & 3x - 2y = 7 \\ [2] & -4x + 7y = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 3x - 2y = 7 \\ [2] & -4x + 7y = -18 \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]

Sustituyendo el valor de x en [2]

Axi. Distributivo

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 5 en [1]

Def ($\times$)

Transposición de términos y TS

Despeje de x y Simplificación

$$9. \begin{cases} [1] & 5x/2 + 3y = 1 \\ [2] & 2x - 3y = -0,1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = \frac{2}{5} - \frac{6}{5}y$
2. $2\left(\frac{2}{5} - \frac{6}{5}y\right) - 3y = -0,1$
3. $\frac{4}{5} - \frac{12}{5}y - 3y = -0,1$
4. $-\frac{27}{5}y = -\frac{9}{10}$
5. $y = 1/6$
6. $5x + 6(1/6) = 2$
7. $5x + 1 = 2$
8. $5x = 1$
9. $x = 1/5$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1/5; y = 1/6$.

$$\begin{cases} [1] & 5x/2 + 3y = 1 \\ [2] & 2x - 3y = -0,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \times (2) & 5x + 6y = 2 \\ [2] & 2x - 3y = -0,1 \end{cases}$$

RAZONES

Despejando x en la ecuación [1]

Sustituyendo el valor de x en [2]

Axi. Distributivo

Transposición de términos y TS

Despeje, simplificación

Sustitución 5 en [1]

Def ($\times$)

Transposición de términos y TS

Despeje de x

$$10. \begin{cases} [1] & x/3 + y/5 = 3 \\ [2] & x/2 + y/4 = 4,25 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = 17 - 2x$
2. $5x + 3(17 - 2x) = 45$
3. $5x + 51 - 6x = 45$
4. $x = 6$
5. $2(6) + y = 17$
6. $y = 5$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 6; y = 5$

$$\begin{cases} [1] & x/3 + y/5 = 3 \\ [2] & x/2 + y/4 = 4,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 5x + 3y = 45 \\ [2] & 2x + y = 17 \end{cases}$$

RAZONES

Despejando y en la ecuación [2]

Sustituyendo el valor de y en [1]

Axi. Distributivo

Despeje de x

Sustitución 4 en [2]

Despeje de y

DETERMINANTES

PÁGINA 117

1.- Determinar el valor de los siguientes determinantes.

$$1. |B| = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Det}(B) = |B| = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0 \cdot b_2 - a_2 \cdot 0 = 0$$

$$3. |C| = \begin{vmatrix} 0 & b_1 \\ 0 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Det}(C) = |C| = \begin{vmatrix} 0 & b_1 \\ 0 & b_2 \end{vmatrix} = 0 \cdot b_2 - 0 \cdot b_1 = 0$$

$$5. |B| = \begin{vmatrix} a_1 & a_1 \\ a_2 & a_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Det}(B) = |B| = \begin{vmatrix} a_1 & a_1 \\ a_2 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot a_2 - a_2 \cdot a_1 = 0$$

$$2. |A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Det}(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

$$4. |B| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Det}(B) = |B| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_1 = 0$$

$$6. |C| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{Det}(C) = |C| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & 0 \end{vmatrix} = a_1 \cdot 0 - a_2 \cdot b_1 = -a_2 \cdot b_1$$

2.- Verificar que:

$$1. |A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} ka_1 & kb_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Sea } |A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Además: } a_1=4, a_2=3, b_1=2, b_2=1, k=2$$

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -2$$

$$\det(B) = |B| = \begin{vmatrix} 2 \cdot 4 & 2 \cdot 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 8 \cdot 1 - 3 \cdot 4 = -4$$

$$k \det(A) = k |A| = 2 \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 8 \cdot 2 - 6 \cdot 4 = -8$$

$$\therefore |A| \rightarrow |B| \neq k |A|$$

$$2. |A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Sea } |A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Además: } a_1=4, a_2=3, b_1=2, b_2=1$$

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -2$$

$$\det(B) = |B| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = 2$$

$$-\det(A) = -|A| = - \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -(4 \cdot 1 - 3 \cdot 2) = 2$$

$$\therefore |A| \rightarrow |B| = -|A|$$

$$3. \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Sea } |P| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \text{ y } |Q| = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Además: } a_1=4, a_2=3, b_1=2, b_2=1$$

$$\text{Det}(P) = |P| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -2$$

$$\text{Det}(Q) = |Q| = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -2$$

$$\therefore \text{Det}(P) = \text{Det}(Q) \rightarrow |P| = |Q|$$

$$4. |A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Sea } |A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Además: } a_1=4, a_2=3, b_1=2, b_2=1$$

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -2$$

$$\det(B) = |B| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = 2$$

$$-\det(A) = -|A| = - \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -(4 \cdot 1 - 3 \cdot 2) = 2$$

$$\therefore |A| \rightarrow |B| = -|A|$$

REGLA DE CRAMER**PÁGINA 118**

1.- Resolver por determinantes. Indicar si son consistentes (determinado, indeterminado) o inconsistente.

$$1. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 2x/5 + 3y/5 = -2/5 \\ x + 5y = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ x + 5y = 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{-10 - 9}{10 - 3} = -\frac{19}{7} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{6 + 2}{10 - 3} = \frac{8}{7}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -19/7$; $y = 8/7$.

$$2. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} -x/2 + y/2 = 1/2 \\ -4y + 3x = -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} x - y = -1 \\ 3x - 4y = -3 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{4 - 3}{-4 + 3} = -1 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{-3 + 3}{-4 + 3} = 0$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -1$; $y = 0$.

$$3. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 4x/3 + y/3 = 0 \\ -y + 6x = 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 4x + y = 0 \\ 6x - y = 5 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{0 - 5}{-4 - 6} = \frac{1}{2} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{20 - 0}{-4 - 6} = -2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 1/2$; $y = -2$.

$$4. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} -3x/5 - 2y/5 = -1/5 \\ -2y + 3x = -5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{-2 + 10}{-6 - 6} = -\frac{2}{3} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{-15 - 3}{-6 - 6} = \frac{3}{2}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -2/3$; $y = 3/2$.

$$5. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 2x - 4y = -18 \\ -4y + 3x = 15 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} x - 2y = -9 \\ 3x - 4y = 15 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -9 & -2 \\ 15 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{36 + 30}{-4 + 6} = 33 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -9 \\ 3 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{15 + 27}{-4 + 6} = 21$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = 33$; $y = 21$.

$$6. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} -y/3 + x/2 = 5 \\ x/6 - y/6 = 2 \end{cases} \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} -y/3 + x/2 = 5 \\ x/6 - y/6 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 3x - 2y = 30 \\ x - y = 12 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 30 & -2 \\ 12 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-30 + 24}{-3 + 2} = 6 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 30 \\ 1 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{36 - 30}{-3 + 2} = -6$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=6$; $y=-6$.

$$7. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} -(2x+y)/2 = -x+1 \\ y-x = -3 \end{cases} \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} -(2x+y)/2 = -x+1 \\ y-x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} y = -2 \\ x - y = 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{2-3}{-1} = 1 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{2}{-1} = -2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=1$; $y=-2$.

$$8. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 10x/2 - 7y/2 = 95/2 \\ -4x - 9y = 21 \end{cases} \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 10x/2 - 7y/2 = 95/2 \\ -4x - 9y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} (x2) \begin{cases} 10x - 7y = 95 \\ -4x - 9y = 21 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 95 & -7 \\ 21 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & -7 \\ -4 & -9 \end{vmatrix}} = \frac{-855 - (-147)}{-90 - 28} = \frac{-708}{-118} = 6 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 95 \\ -4 & 21 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & -7 \\ -4 & -9 \end{vmatrix}} = \frac{210 - (-380)}{-90 - 28} = \frac{590}{-118} = -5$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=6$; $y=-5$.

$$9. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 0,2x/2 + 0,3y/2 = 0,8/2 \\ -0,5y + 0,4x = 3,8 \end{cases} \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} 0,2x/2 + 0,3y/2 = 0,8/2 \\ -0,5y + 0,4x = 3,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} (x2) \begin{cases} 0,2x + 0,3y = 0,8 \\ 0,4x - 0,5y = 3,8 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0,8 & 0,3 \\ 3,8 & -0,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,4 & -0,5 \end{vmatrix}} = \frac{-0,4 - 1,14}{-0,1 - 0,12} = \frac{-1,54}{-0,22} = 7 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 0,2 & 0,8 \\ 0,4 & 3,8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,4 & -0,5 \end{vmatrix}} = \frac{0,76 - 0,32}{-0,1 - 0,12} = \frac{0,44}{-0,22} = -2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=7$; $y=-2$.

$$10. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} -y/3 + x/2 = 1 \\ -3x/4 - y/6 = -7/2 \end{cases} \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} -y/3 + x/2 = 1 \\ -3x/4 - y/6 = -7/2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{cases} (x6) \begin{cases} -2y + 3x = 6 \\ -9x - 2y = -42 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ -42 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -9 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{-12 - (-126)}{4 - (-27)} = \frac{114}{31} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ -9 & -42 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -9 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{84 - (-54)}{4 - (-27)} = \frac{138}{31}$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=114/31$; $y=138/31$.

MÉTODO DEL PIVOTE

PÁGINA 120

1.- Resolver por pivote. Indicar si son consistentes (determinado, indeterminado) o inconsistente.

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} x/2 + y/2 = 3/2 \\ [2] \begin{cases} -y + x = 8 \end{cases} \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	1	1	3	5
[2]	1	-1	8	8
[3] 1 y 2		-2	5	3

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=11/2$; $y=-5/2$

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} x/2 + y/2 = 3/2 \\ [2] \begin{cases} -y + x = 8 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} x + y = 3 \\ [2] \begin{cases} x - y = 8 \end{cases} \end{cases}$$

Sustituciones	
[2] $x - y = 8$ $x - (-5/2) = 8 \rightarrow x = 11/2$	
[3] $-2y = 5 \rightarrow y = -5/2$	

$$2. \begin{cases} [1] \begin{cases} x - y = -5 \\ [2] \begin{cases} y/3 + x/3 = 7/3 \end{cases} \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	1	-1	-5	-5
[2]	1	1	7	9
[3] 1 y 2		2	12	14

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=1$; $y=6$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} x - y = -5 \\ [2] \begin{cases} y/3 + x/3 = 7/3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} x - y = -5 \\ [2] \begin{cases} x + y = 7 \end{cases} \end{cases}$$

Sustituciones	
[2] $x + y = 7$ $x + (6) = 7 \rightarrow x = 1$ $x=1$	
[3] $2y = 12 \rightarrow y = 6$	

$$3. \begin{cases} [1] \begin{cases} y/2 + x = 2 \\ [2] \begin{cases} 3x + y = 5 \end{cases} \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	2	1	4	7
[2]	3	1	5	9
[3] 1 y 2		-1	-2	-3

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=1$; $y=2$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} y/2 + x = 2 \\ [2] \begin{cases} 3x + y = 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 2x + y = 4 \\ [2] \begin{cases} 3x + y = 5 \end{cases} \end{cases}$$

Sustituciones	
[2] $3x + y = 5$ $3x + (2) = 5 \rightarrow x = 1$	
[3] $-y = -2 \rightarrow y = 2$	

$$4. \begin{cases} [1] \begin{cases} y + x/4 = 14/4 \\ [2] \begin{cases} x - 3y = -7 \end{cases} \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	1	4	14	19
[2]	1	-3	-7	-9
[3] 1 y 2		-7	-21	-28

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=2$; $y=3$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} y + x/4 = 14/4 \\ [2] \begin{cases} x - 3y = -7 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} x + 4y = 14 \\ [2] \begin{cases} x - 3y = -7 \end{cases} \end{cases}$$

Sustituciones	
[2] $x - 3y = -7$ $x - 3(3) = -7 \rightarrow x = 2$	
[3] $-7y = -21 \rightarrow y = 3$	

$$5. \begin{cases} [1] \begin{cases} -6x + y = -13 \\ [2] \begin{cases} x/3 - y/3 = 4/3 \end{cases} \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	-6	1	-13	-18
[2]	1	-1	4	4
[3] 1 y 2		5	-11	-6

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=9/5$; $y=-11/5$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} -6x + y = -13 \\ [2] \begin{cases} x/3 - y/3 = 4/3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} -6x + y = -13 \\ [2] \begin{cases} (x3) \begin{cases} x - y = 4 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Sustituciones	
[2] $x - y = 4$ $x - (-11/5) = 4 \rightarrow x = 9/5$	
[3] $5y = -11 \rightarrow y = -11/5$	

$$6. \begin{cases} [1] \begin{cases} -6x + 4y = -14 \\ [2] \begin{cases} 3y + 5x = 37 \end{cases} \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	-6	4	-14	-16
[2]	5	3	37	45
[3] 1 y 2		-38	-152	-190

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=5$; $y=4$.

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} -6x + 4y = -14 \\ [2] \begin{cases} 3y + 5x = 37 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} -6x + 4y = -14 \\ [2] \begin{cases} 5x + 3y = 37 \end{cases} \end{cases}$$

Sustituciones	
[2] $5x + 3y = 37$ $5x + 3(4) = 37 \rightarrow x = 5$	
[3] $-38y = -152 \rightarrow y = 4$	

$$7. \begin{cases} [1] & 2x + 9y = 32 \\ [2] & -6y + 8x = 8 \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	2	9	32	43
[2]	8	-6	8	10
[3] 1 y 2		-84	-240	-324

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=22/7$; $y=20/7$.

$$\begin{cases} [1] & 2x + 9y = 32 \\ [2] & -6y + 8x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 2x + 9y = 32 \\ [2] & 8x - 6y = 8 \end{cases}$$

Sustituciones	
[2]	$8x - 6y = 8$ $8x - 6(20/7) = 8 \rightarrow x = 22/7$
[3]	$-84y = -240 \rightarrow y = 20/7$

$$8. \begin{cases} [1] & -10x + 11y = 36 \\ [2] & -5y + 4x = -18 \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	10	-11	-36	-37
[2]	4	-5	-18	-19
[3] 1 y 2		-6	-36	-42

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=3$; $y=6$.

$$\begin{cases} [1] & -10x + 11y = 36 \\ [2] & -5y + 4x = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 10x - 11y = -36 \\ [2] & 4x - 5y = -18 \end{cases}$$

Sustituciones	
[2]	$4x - 5y = -18$ $4x - 5(6) = -18 \rightarrow x = 3$
[3]	$-6y = -36 \rightarrow y = 6$

$$9. \begin{cases} [1] & 5x - 6y = -2 \\ [2] & 8y + 3x = 80 \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	5	-6	-2	-3
[2]	3	8	80	91
[3] 1 y 2		58	406	464

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=8$; $y=7$.

$$\begin{cases} [1] & 5x - 6y = -2 \\ [2] & 8y + 3x = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 5x - 6y = -2 \\ [2] & 3x + 8y = 80 \end{cases}$$

Sustituciones	
[1]	$5x - 6y = -2$ $5x - 6(7) = -2 \rightarrow x = 8$
[3]	$58y = 406 \rightarrow y = 7$

$$10. \begin{cases} [1] & 13x + 15y = 17 \\ [2] & 10y - 7x = 27 \end{cases}$$

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	13	15	17	45
[2]	7	-10	-27	-30
[3] 1 y 2		-235	-470	-705

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=-1$; $y=2$.

$$\begin{cases} [1] & 13x + 15y = 17 \\ [2] & 10y - 7x = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 13x + 15y = 17 \\ [2] & 7x - 10y = -27 \end{cases}$$

Sustituciones	
[1]	$13x + 15y = 17$ $13x + 15(2) = 17 \rightarrow x = -1$
[3]	$-235y = -470 \rightarrow y = 2$

SISTEMAS DE ECUACIONES FRACCIONARIAS

PÁGINA 122

1. -Resolver los sistemas siguientes:

$$1. \begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{x}{1} + \frac{y}{3} = \frac{17}{3} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] & \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = \frac{3}{2} \\ [2] & \frac{x}{1} + \frac{y}{3} = \frac{17}{3} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] (x20) & 4x + 5y = 30 \\ [2] (x3) & 3x + y = 17 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] & 4x + 5y = 30 \\ [2] x(-5) & -15x - 5y = -85 \end{cases}$$

$$4. x = 5$$

$$5. 4(5) + 5y = 30 \rightarrow y = 2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=5$; $y=2$.

RAZONES

Dato

Eliminación de denominadores

Método de adición y sustracción

Despejo x

Sustituyo 4 en [1]

$$2. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \\ \frac{x}{2} + y = 5 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \left\{ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \right. \\ [2] \left\{ \frac{x}{2} + y = 5 \right. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \times 6 \left\{ 3x - 2y = 12 \right. \\ [2] \times 2 \left\{ x + 2y = 10 \right. \end{cases}$$

$$3. y = \frac{3}{2}x - 6$$

$$4. x + 2\left(\frac{3}{2}x - 6\right) = 10$$

$$5. x + 3x - 12 = 10$$

$$6. 4x = 22$$

$$7. x = 11/2$$

$$8. 11/2 + 2y = 10$$

$$9. y = 9/4$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=11/2$; $y=9/4$.

RAZONES

Datos

Eliminación de denominadores

Despejo y de [1]

Reemplazo 3 en [2]

Axi. Distributivo

Transposición de términos. TS.

Despejo x

Sustituyo 7 en [2]

Despejo y

$$3. \begin{cases} \frac{y}{3} + \frac{y+x}{2} = 3 \\ \frac{x}{4} + \frac{y-x}{5} = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \left\{ \frac{y}{3} + \frac{y+x}{2} = 3 \right. \\ [2] \left\{ \frac{x}{4} + \frac{y-x}{5} = 1 \right. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \times 6 \left\{ 2y + 3y + 3x = 18 \right. \\ [2] \times 20 \left\{ 5x + 4y - 4x = 20 \right. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] \left\{ 3x + 5y = 18 \right. \\ [2] \left\{ x + 4y = 20 \right. \end{cases}$$

$$4. y = \frac{18}{5} - \frac{3}{5}x$$

$$5. y = 5 - \frac{1}{4}x$$

$$6. \frac{18}{5} - \frac{3}{5}x = 5 - \frac{1}{4}x$$

$$7. -\frac{7}{20}x = \frac{7}{5}$$

$$8. x = -4$$

$$9. -4 + 4y = 20$$

$$10. y = 6$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=-4$; $y=6$.

RAZONES

Datos

Eliminación de denominadores

Términos semejantes

Despejo y de [1]

Despejo y de [2]

Igualo 4 y 5

Transposición de términos. TS.

Despejo x

Sustituyo 8 en [2]

Despejo y

$$4. \begin{cases} \frac{y}{6} + \frac{x}{4} = \frac{y+x-1}{3} \\ \frac{2y-x}{16} - \frac{3}{4} = \frac{y+2x}{4} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \left\{ \frac{y}{6} + \frac{x}{4} = \frac{y+x-1}{3} \right. \\ [2] \left\{ \frac{2y-x}{16} - \frac{3}{4} = \frac{y+2x}{4} \right. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \times 12 \left\{ 2y + 3x = 4y + 4x - 4 \right. \\ [2] \times 16 \left\{ 2y - x - 12 = 4y + 8x \right. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] \left\{ x + 2y = 4 \right. \\ [2] \left\{ 9x + 2y = -12 \right. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} [1] \quad x + 2y = 4 \\ [2] \times (-1) \quad -9x - 2y = 12 \\ \hline -8x = 16 \end{cases}$$

$$5. \quad x = -2$$

$$6. \quad -2 + 2y = 4 \rightarrow y = 3$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -2$; $y = 3$.

RAZONES

Datos

Eliminación de denominadores

Términos semejantes

Método de adición y sustracción

Despejo x

Sustituyo 5 en [2]

$$5. \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{6}{y} = 46 \\ \frac{8}{x} + \frac{10}{y} = -18 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \left\{ \frac{4}{x} + \frac{6}{y} = 46 \right. \\ [2] \left\{ \frac{8}{x} + \frac{10}{y} = -18 \right. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \left\{ 4x_1 + 6y_1 = 46 \right. \\ [2] \left\{ 8x_1 + 10y_1 = -18 \right. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] \left\{ 2x_1 + 3y_1 = 23 \right. \\ [2] \left\{ 4x_1 + 5y_1 = -9 \right. \end{cases}$$

$$4. \quad x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 23 & 3 \\ -9 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}}, \quad y_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 23 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}}$$

$$5. \quad x_1 = -71, y_1 = 55$$

$$6. \quad \frac{1}{x} = -71, \frac{1}{y} = 55$$

$$7. \quad x = -1/71, y = 1/55$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x = -1/71$; $y = 1/55$.

RAZONES

Datos

Sustitución $1/y = y_1$, $1/x = x_1$

Dividir para 2

M. Determinantes

Operaciones algebraicas

Sustitución $1/y = y_1$, $1/x = x_1$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

$$6. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{2y} = 4 \\ \frac{-7}{x} - \frac{2}{y} = -17 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \frac{3}{x} + \frac{5}{2y} = 4 \\ [2] \frac{-7}{x} - \frac{2}{y} = -17 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 8 \\ [2] \frac{-7}{x} - \frac{2}{y} = -17 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] 6x_1 + 5y_1 = 8 \\ [2] -7x_1 - 2y_1 = -17 \end{cases}$$

$$4. x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 5 \\ -17 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ -7 & -2 \end{vmatrix}}, y_1 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 8 \\ -7 & -17 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ -7 & -2 \end{vmatrix}}$$

$$5. x_1 = 3, y_1 = -2$$

$$6. \frac{1}{x} = 3, \frac{1}{y} = -2$$

$$7. x = 1/3, y = -1/2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=1/3$; $y=-1/2$.

RAZONES

Datos

Multiplicar por 2 a [1]

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

M. Determinantes

Operaciones algebraicas

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

$$7. \begin{cases} \frac{-8}{y} - \frac{3}{x} = -5 \\ \frac{10}{y} - \frac{9}{x} = 2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \frac{-8}{y} - \frac{3}{x} = -5 \\ [2] \frac{10}{y} - \frac{9}{x} = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \frac{3}{x} - \frac{8}{y} = -5 \\ [2] \frac{9}{x} + \frac{10}{y} = 2 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] -3x_1 - 8y_1 = -5 \\ [2] -9x_1 + 10y_1 = 2 \end{cases}$$

$$4. x_1 = \frac{\begin{vmatrix} -5 & -8 \\ 2 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & -8 \\ -9 & 10 \end{vmatrix}}, y_1 = \frac{\begin{vmatrix} -3 & -5 \\ -9 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & -8 \\ -9 & 10 \end{vmatrix}}$$

$$5. x_1 = \frac{1}{3}, y_1 = \frac{1}{2}$$

$$6. \frac{1}{x} = \frac{1}{3}, \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$$

$$7. x = 3, y = 2$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=3$; $y=2$.

RAZONES

Datos

Ordenar las variables

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

M. Determinantes

Operaciones algebraicas

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

$$8. \begin{cases} \frac{25}{-x} - \frac{12}{-y} = -3 \\ \frac{35}{x} - \frac{18}{y} = 4 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \left\{ \frac{25}{-x} - \frac{12}{-y} = -3 \right. \\ [2] \left\{ \frac{35}{x} - \frac{18}{y} = 4 \right. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \left\{ \frac{25}{x} - \frac{12}{y} = 3 \right. \\ [2] \left\{ \frac{35}{x} - \frac{18}{y} = 4 \right. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] \left\{ 25x_1 - 12y_1 = 3 \right. \\ [2] \left\{ 35x_1 - 18y_1 = 4 \right. \end{cases}$$

$$4. x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -12 \\ 4 & -18 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 & -12 \\ 35 & -18 \end{vmatrix}}, y_1 = \frac{\begin{vmatrix} 25 & 3 \\ 35 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 & -12 \\ 35 & -18 \end{vmatrix}}$$

$$5. x_1 = \frac{1}{5}, y_1 = \frac{1}{6}$$

$$6. \frac{1}{x} = \frac{1}{5}, \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

$$7. x = 5, y = 6$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=5$; $y=6$.

RAZONES

Datos

Ley de signos

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

M. Determinantes

Operaciones algebraicas

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

$$9. \begin{cases} \frac{3}{4y} + \frac{3}{5x} = 2 \\ \frac{5}{2y} + \frac{5}{3x} = \frac{25}{6} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \left\{ \frac{3}{4y} + \frac{3}{5x} = 2 \right. \\ [2] \left\{ \frac{5}{2y} + \frac{5}{3x} = \frac{25}{6} \right. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \left\{ \frac{3}{5x} + \frac{3}{4y} = 2 \right. \\ [2] \left\{ \frac{5}{3x} + \frac{5}{2y} = \frac{25}{6} \right. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [1] \left\{ \frac{12}{x} + \frac{15}{y} = 40 \right. \\ [2] \left\{ \frac{10}{x} + \frac{15}{y} = 25 \right. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} [1] \left\{ 12x_1 + 15y_1 = 40 \right. \\ [2] \left\{ 10x_1 + 15y_1 = 25 \right. \end{cases}$$

$$5. x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 40 & 15 \\ 25 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & 15 \\ 10 & 15 \end{vmatrix}}, y_1 = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 40 \\ 10 & 25 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & 15 \\ 10 & 15 \end{vmatrix}}$$

RAZONES

Datos

Ordenar las variables

Eliminando denominadores (numéricos)

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

M. Determinantes

$$6. \quad x_1 = \frac{15}{2}, y_1 = \frac{-10}{3}$$

$$7. \quad \frac{1}{x} = \frac{15}{2}, \frac{1}{y} = \frac{-10}{3}$$

$$8. \quad x = 2/15, y = -3/10$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=2/15$; $y=-3/10$.

$$10. \quad \begin{cases} \frac{4}{y} - \frac{3}{x} = -5 \\ \frac{7}{y} - \frac{5}{x} = -5 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \quad \begin{cases} [1] \left\{ \frac{4}{y} - \frac{3}{x} = -5 \right. \\ [2] \left\{ \frac{7}{y} - \frac{5}{x} = -5 \right. \end{cases}$$

$$2. \quad \begin{cases} [1] \left\{ \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 5 \right. \\ [2] \left\{ \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = 5 \right. \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} [1] \left\{ 3x_1 - 4y_1 = 5 \right. \\ [2] \left\{ 5x_1 - 7y_1 = 5 \right. \end{cases}$$

$$4. \quad x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 5 & -7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -7 \end{vmatrix}}, y_1 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -7 \end{vmatrix}}$$

$$5. \quad x_1 = 15, y_1 = 10$$

$$6. \quad \frac{1}{x} = 15, \frac{1}{y} = 10$$

$$7. \quad x = 1/15, y = 1/10$$

El sistema es compatible determinado y su solución es: $x=1/15$; $y=1/10$.

Operaciones algebraicas

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

RAZONES

Datos

Ordenar las variables

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

M. Determinantes

Operaciones algebraicas

Sustitución $1/y=y_1$, $1/x=x_1$

T: $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

PROBLEMAS

PÁGINA 124

1.- Resolver los siguientes problemas:

1. La suma de dos números es 32,4 y su diferencia es 13,2. ¿Cuáles son los números?

REPRESENTACIÓN	
Primer número	x
Segundo número	y

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y = 32,4$
[2]	$x - y = 13,2$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que: $x=22,8$; $y=9,6$, por lo tanto, los números son: 22,8 y 9,6.

2. La diferencia de dos números es 11/12. El doble del mayor menos el menor es igual a 43/12. ¿Cuáles son los números?

REPRESENTACIÓN	
Primer número	x
Segundo número	y

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x - y = 11/12$
[2]	$2x - y = 43/12$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que: $x=8/3$; $y=7/4$, por lo tanto, los números son: 8/3 y 7/4.

3. Siete veces lo que tiene A menos 5 veces lo que tiene B es igual a \$10. Tres veces lo que tiene A más cuatro veces lo que tiene B es igual a \$35. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Cantidad de dinero que tiene A	x	$\begin{cases} [1] \quad 7x - 5y = 10 \\ [2] \quad 3x + 4y = 35 \end{cases}$
Cantidad de dinero que tiene B	y	

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que: $x=y=5$, por lo tanto, el dinero que tiene A y B es 5 dólares.

4. La suma de las edades de A y B es 60 años. El triple de la edad de B es igual a la de A. ¿Qué edades tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)
Edad que tiene A	x	$\begin{cases} [1] \quad x + y = 60 \\ [2] \quad x = 3y \end{cases}$
Edad que tiene B	y	

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que: $x=45$; $y=15$, por lo tanto, la edad que tiene A es 45 años y B tiene 15 años.

5. Una lancha de motor navega río arriba a una velocidad de 20 km/h y río abajo a una velocidad de 32 km/h. Hallar la velocidad de la corriente del río y la velocidad de la lancha en agua tranquilas.

REPRESENTACIÓN	
Velocidad de la lancha en aguas tranquilas	x
Velocidad de la corriente	y
	Velocidad
Río abajo	x + y
Río arriba	x - y

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\begin{cases} [1] & x + y = 32 \\ [2] & x - y = 20 \end{cases}$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que $x=26$; $y=6$, por lo tanto, la velocidad de la lancha en aguas tranquilas es de 26 km/h y la velocidad de la corriente del río es de 6 km/h.

6. Un aeroplano vuela a una velocidad de 500 km/h a favor del viento y a una velocidad de 460 km/h en contra del mismo viento. Hallar la velocidad del viento y la velocidad del aeroplano en aire tranquilo.

REPRESENTACIÓN	
Velocidad del aeroplano en aire tranquilo	x
Velocidad del viento	y
	Velocidad
A favor del viento	x + y
En contra del viento	x - y

PLANTEO (ECUACIÓN)
$\begin{cases} [1] & x + y = 500 \\ [2] & x - y = 460 \end{cases}$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que: $x=480$; $y=20$, por lo tanto, la velocidad del aeroplano en aire tranquilo es de 480 km/h y la velocidad del viento es de 20 km/h.

7. Un bote navega a 36 km río abajo en 1 hora y 8 km río arriba en 2 horas y 30 minutos. Hallar la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad de la corriente del río.

REPRESENTACIÓN				PLANTEO (ECUACIÓN)
Velocidad del bote en aguas tranquilas			x	$\begin{cases} [1] & \begin{cases} x + y = 36 \\ [2] & \begin{cases} 2,5(x - y) = 8 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$
Velocidad de la corriente			y	
	Distancia	Tiempo	Velocidad	
Río abajo	36	1	x + y	
Río arriba	8	2,5	x - y	

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que $x=98/5$; $y=82/5$, por lo tanto, la velocidad del bote en aguas tranquilas es de 19,6 km/h y la velocidad de la corriente del río es de 16,4 km/h.

8. Un hombre rema 30 km río abajo en 3 horas. El mismo hombre puede remar 10 km río arriba en 2 horas. Hallar la velocidad con que rema en agua tranquila y la velocidad de la corriente.

REPRESENTACIÓN			
Velocidad del hombre en aguas tranquilas			x
Velocidad de la corriente			y
	Distancia	Tiempo	Velocidad
Río abajo	30	3	$x + y$
Río arriba	10	2	$x - y$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\begin{cases} [1] & 3(x + y) = 30 \\ [2] & 2(x - y) = 10 \end{cases}$	

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que $x=15/2$; $y=5/2$, por lo tanto, la velocidad del hombre en aguas tranquilas es de 7,5 km/h y la velocidad de la corriente del río es de 2,5 km/h.

9. Una lancha de motor navega río abajo con una velocidad de 18 km/h y tarda el triple del tiempo en navegar un kilómetro río arriba que en navegar un kilómetro río abajo. Hallar la velocidad del bote en "aguas tranquilas" y la velocidad de la corriente.

REPRESENTACIÓN			
Velocidad de la lancha en aguas tranquilas			x
Velocidad de la corriente			y
	Distancia	Tiempo	Velocidad
Río abajo	18	1	$x + y$
Río arriba	18	3	$x - y$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\begin{cases} [1] & x + y = 18 \\ [2] & 3(x - y) = 18 \end{cases}$	

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que $x=12$; $y=6$, por lo tanto, la velocidad de la lancha en aguas tranquilas es de 12 km/h y la velocidad de la corriente del río es de 6 km/h.

10. Un bote navega 17 km río abajo en 1,5 horas y al regreso se demora 180 minutos, en recorrer la misma distancia. Hallar la velocidad del bote en "aguas tranquilas" y la velocidad de la corriente.

REPRESENTACIÓN			
Velocidad del bote en aguas tranquilas			x
Velocidad de la corriente			y
	Distancia	Tiempo	Velocidad
Río abajo	17	1,5	$x + y$
Río arriba	17	3	$x - y$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\begin{cases} [1] & 1,5(x + y) = 17 \\ [2] & 3(x - y) = 17 \end{cases}$	

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene que $x=17/2$; $y=17/6$, por lo tanto, la velocidad del bote en aguas tranquilas es de 8,5 km/h y la velocidad de la corriente es de 2,83 km/h aproximadamente.

CAPÍTULO 6

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES (3x3)

MÉTODO GRÁFICO

PÁGINA 130

1.- Resolver los siguientes sistemas, por el método gráfico, si son consistentes.

$$1. \begin{cases} [1] & x + y + z = 2 \\ [2] & x + y + 2z = 3 \\ [3] & 2x + y + z = 4 \end{cases}$$

Plano ABC

$$[1] \quad x + y + z = 2 \quad \text{Trazos: } x = 2, y = 2, z = 2$$

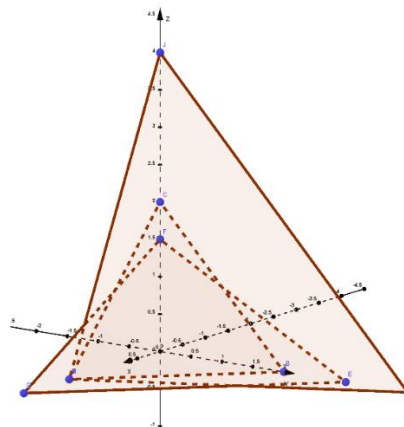
Planos DEF

$$[2] \quad x + y + 2z = 3 \quad \text{Trazos: } x = 3, y = 3, z = 3/2$$

Plano HIJ

$$[3] \quad 2x + y + z = 4 \quad \text{Trazos: } x = 2, y = 4, z = 4$$

∴ Es un sistema consistente con solución: $x=2, y=-1, z=1$



$$2. \begin{cases} [1] & x + y + z = 3 \\ [2] & 2x + 2y + z = 4 \\ [3] & 2x + y + 2z = 6 \end{cases}$$

Plano ABC

$$[1] \quad x + y + z = 3 \quad \text{Trazos: } x = 3, y = 3, z = 3$$

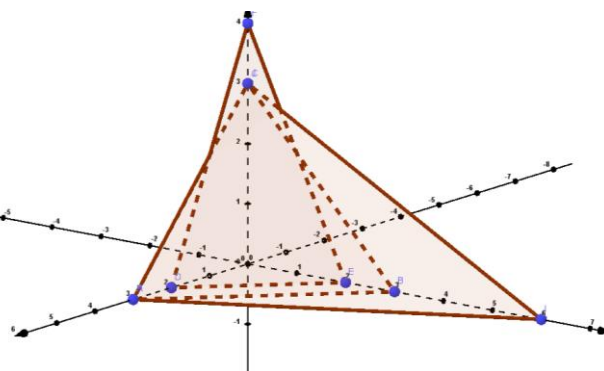
Planos DEF

$$[2] \quad 2x + 2y + z = 4 \quad \text{Trazos: } x = 2, y = 2, z = 4$$

Plano HIJ

$$[3] \quad 2x + y + 2z = 6 \quad \text{Trazos: } x = 3, y = 6, z = 3$$

∴ Es un sistema consistente con solución: $x=1, y=0, z=2$



$$3. \begin{cases} [1] & x + y + z = 2 \\ [2] & 2x + 2y + 2z = 4 \\ [3] & 3x + 3y + 3z = 6 \end{cases}$$

Plano ABC

$$[1] \quad x + y + z = 2 \quad \text{Trazos: } x = 2, y = 2, z = 2$$

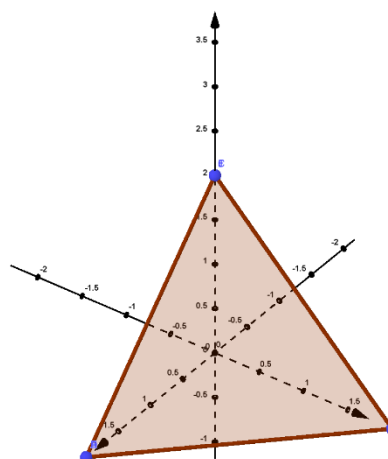
Planos DEF

$$[2] \quad 2x + 2y + 2z = 4 \quad \text{Trazos: } x = 2, y = 2, z = 2$$

Plano HIJ

$$[3] \quad 3x + 3y + 3z = 6 \quad \text{Trazos: } x = 2, y = 2, z = 2$$

∴ El sistema es compatible indeterminado, con infinitas soluciones.



$$4. \begin{cases} [1] & x + y + z = 4 \\ [2] & 2x + 2y + 2z = 2 \\ [3] & 2x + y + 2z = 6 \end{cases}$$

Plano ABC

$$[1] \quad x + y + z = 4 \quad \text{Trazos: } x = 4, y = 4, z = 4$$

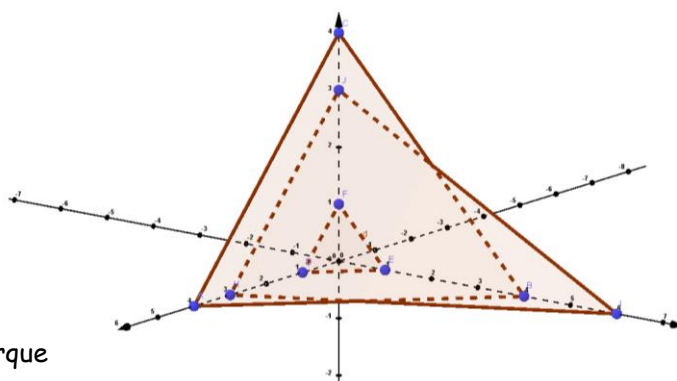
Planos DEF

$$[2] \quad 2x + 2y + 2z = 2 \quad \text{Trazos: } x = 1, y = 1, z = 1$$

Plano HIJ

$$[3] \quad 2x + y + 2z = 6 \quad \text{Trazos: } x = 3, y = 6, z = 3$$

∴ El sistema de ecuaciones no tiene solución, porque dos planos son paralelos y el tercero es secante.



MÉTODO DE ELIMINACIÓN (ADICIÓN O SUSTRACCIÓN)

PÁGINA 132

1. - Resolver los siguientes sistemas por suma y resta.

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} x/2 + y/2 + z/2 = 4 \\ -3x - 3y - 3z = -3 \\ -3z + 2x + 4y = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} x/2 + y/2 + z/2 = 4 \\ -3x - 3y - 3z = -3 \\ -3z + 2x + 4y = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \times 2 \begin{cases} x + y + z = 8 \\ -x - y - z = -1 \\ 2x + 4y - 3z = 1 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \times (-2) \begin{cases} -2x - 2y - 2z = -16 \\ 2x + 4y - 3z = 1 \end{cases} \\ [3] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [4] \end{cases} \quad \frac{2x + 4y - 3z = 1}{2y - 5z = -15}$$

$$2. \begin{cases} [2] \times 2 \begin{cases} -2x - 2y - 2z = -2 \\ 2x + 4y - 3z = 1 \end{cases} \\ [3] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [5] \end{cases} \quad \frac{2x + 4y - 3z = 1}{2y - 5z = -1}$$

$$3. \begin{cases} [4] \begin{cases} 2y - 5z = -15 \\ 2y - 5z = -1 \end{cases} \\ [5] \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} [4] \begin{cases} 2y - 5z = -15 \\ -2y + 5z = -1 \end{cases} \\ [5] \times (-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [6] \end{cases} \quad \frac{-2y + 5z = -1}{0 = -16}$$

$$5. \quad CS = \emptyset$$

RAZONES

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [3] para eliminar x

Suma y resta entre las ecuaciones [2] y [3] para eliminar x

Sistema de 2x2 con las ecuaciones [4] y [5]

Suma y resta entre las ecuaciones [4] y [5] para eliminar y

Def. CS

$$2. \begin{cases} [1] \begin{cases} x + 2y + 4z + y = 14 \\ -2x + 3y - 2z = -10 \\ z - 3x - y = 9 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} x + 2y + 4z + y = 14 \\ -2x + 3y - 2z = -10 \\ z - 3x - y = 9 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} x + 3y + 4z = 14 \\ -2x + 3y - 2z = -10 \\ -3x - y + z = 9 \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} x + 3y + 4z = 14 \\ -4x + 6y - 4z = -20 \end{cases} \\ [2] \times 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [4] \end{cases} \quad \frac{-4x + 6y - 4z = -20}{-3x + 9y = -6}$$

$$2. \begin{cases} [1] \begin{cases} x + 3y + 4z = 14 \\ 12x + 4y - 4z = -36 \end{cases} \\ [3] \times (-4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [5] \end{cases} \quad \frac{12x + 4y - 4z = -36}{13x + 7y = -22}$$

$$3. \begin{cases} [4] \times (-7) \begin{cases} 21x - 63y = 42 \\ 117x + 63y = -198 \end{cases} \\ [5] \times 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [6] \end{cases} \quad \frac{117x + 63y = -198}{138x = -156} \rightarrow x = -26/23$$

$$4. \begin{cases} [4] \begin{cases} -3x + 9y = -6 \\ -3(-26/23) + 9y = -6 \end{cases} \end{cases} \rightarrow y = -24/23$$

$$5. \begin{cases} [1] \begin{cases} x + 3y + 4z = 14 \\ (-26/23) + 3(-24/23) + 4z = 14 \end{cases} \end{cases} \rightarrow z = 105/23$$

$$6. \quad CS = \{-26/23; -24/23; 105/23\}$$

RAZONES

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [2] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [3] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [4] y [5] para eliminar y

Sustitución de 3 en [4] de 1

Sustitución de 3 y 4 en [1] de 1

Def. CS

$$3. \begin{cases} [1] & 3z + 4x - y = -2 \\ [2] & 5y + 3x - z = 15 \\ [3] & y - 3x + 4z = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] & 3z + 4x - y = -2 \\ [2] & 5y + 3x - z = 15 \\ [3] & y - 3x + 4z = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 4x - y + 3z = -2 \\ [2] & 3x + 5y - z = 15 \\ [3] & -3x + y + 4z = 14 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] & 4x - y + 3z = -2 \\ [2] \times 3 & 9x + 15y - 3z = 45 \\ [4] & 13x + 14y = 43 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \times 4 & 16x - 4y + 12z = -8 \\ [3] \times (-3) & 9x - 3y - 12z = -42 \\ [5] & 25x - 7y = -50 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [4] \times (-7) & 13x + 14y = 43 \\ [5] \times 9 & 50x - 14y = -100 \\ [6] & 63x = -57 \end{cases} \rightarrow x = -19/21$$

$$4. \begin{cases} [4] & 13x + 14y = 43 \\ & 13(-19/21) + 14y = 43 \rightarrow y = 575/147 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} [1] & 4x - y + 3z = -2 \\ & 4(-19/21) - (575/147) + 3z = -2 \rightarrow z = 271/147 \end{cases}$$

$$6. CS = \{-19/21; 575/147; 271/147\}$$

RAZONES

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [2] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [3] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [4] y [5] para eliminar y

Sustitución de 3 en [4] de 1

Sustitución de 3 y 4 en [1] de 1

Def. CS

$$4. \begin{cases} [1] & (y+z)/3 - x = -4 \\ [2] & -y + (x+z)/8 = -10 \\ [3] & -z + (y-x)/2 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] & (y+z)/3 - x = -4 \\ [2] & -y + (x+z)/8 = -10 \\ [3] & -z + (y-x)/2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & -3x + y + z = -12 \\ [2] & x - 8y + z = -80 \\ [3] & -x + y - 2z = -10 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$1. \begin{cases} [1] & -3x + y + z = -12 \\ [2] \times (-1) & -x + 8y - z = 80 \\ [4] & -4x + 9y = 68 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} [1] \times 2 & -6x + 2y + 2z = -24 \\ [3] & -x + y - 2z = -10 \\ [5] & -7x + 3y = -34 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} [4] & -4x + 9y = 68 \\ [5] \times (-3) & 21x - 9y = 102 \\ [6] & 17x = 170 \end{cases} \rightarrow x = 10$$

$$4. \begin{cases} [4] & -4x + 9y = 68 \\ & -4(10) + 9y = 68 \rightarrow y = 12 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} [1] & -3x + y + z = -12 \\ & -3(10) + (12) + z = -12 \rightarrow z = 6 \end{cases}$$

$$6. CS = \{10; 12; 6\}$$

RAZONES

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [2] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [3] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [4] y [5] para eliminar y

Sustitución de 3 en [4] de 1

Sustitución de 3 y 4 en [1] de 1

Def. CS

$$5. \begin{cases} [1] \begin{cases} -x/2 - y/3 - z/5 = -9 \\ [2] \begin{cases} z/3 + x/3 - y/9 = 6 \\ [3] \begin{cases} y/2 + x/6 + z/2 = 13 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} [1] \begin{cases} -x/2 - y/3 - z/5 = -9 \\ [2] \times (1/5) \begin{cases} x/5 - y/15 + z/5 = 18/5 \\ [4] \end{cases} \end{cases} \\ 2. & \begin{cases} [1] \begin{cases} -x/2 - y/3 - z/5 = -9 \\ [3] \times (1/5) \begin{cases} x/15 + y/5 + z/5 = 26/5 \\ [5] \end{cases} \end{cases} \\ 3. & \begin{cases} [4] \times (-1/3) \begin{cases} 3x/30 + 2y/15 = 27/15 \\ [5] \begin{cases} -13x/30 - 2y/15 = -19/5 \end{cases} \end{cases} \rightarrow x = 6 \\ 4. & \begin{cases} [6] \begin{cases} -3x/10 - 2y/5 = -27/5 \\ [4] \end{cases} \end{cases} \\ 5. & \begin{cases} [1] \begin{cases} -x/2 - y/3 - z/5 = -9 \\ [6] \end{cases} \end{cases} \\ 6. & CS = \{6, 9, 15\} \end{aligned}$$

$$6. \begin{cases} [1] \begin{cases} 3/y + 2/x - 2/z = -1 \\ [2] \begin{cases} 5/z + 8/x - 12/y = 5 \\ [3] \begin{cases} 6/x + 3/y = 1 + 1/z \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} [1] \begin{cases} 3/y + 2/x - 2/z = -1 \\ [2] \begin{cases} 5/z + 8/x - 12/y = 5 \\ [3] \begin{cases} 6/x + 3/y = 1 + 1/z \end{cases} \end{cases} \end{cases} \\ 2. & \begin{cases} [1] \begin{cases} 2x_1 + 3y_1 - 2z_1 = -1 \\ [2] \begin{cases} 8x_1 - 12y_1 + 5z_1 = 5 \\ [3] \begin{cases} 6x_1 + 3y_1 + 1z_1 = 1 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \\ 3. & \begin{cases} [1] \times 5 \begin{cases} 10x_1 + 15y_1 - 10z_1 = -5 \\ [2] \times 2 \begin{cases} 16x_1 - 24y_1 + 10z_1 = 10 \\ [4] \end{cases} \end{cases} \\ 4. & \begin{cases} [1] \begin{cases} 2x_1 + 3y_1 - 2z_1 = -1 \\ [3] \times 2 \begin{cases} 12x_1 + 6y_1 + 2z_1 = 2 \\ [5] \end{cases} \end{cases} \\ 5. & \begin{cases} [4] \begin{cases} 26x_1 - 9y_1 = 5 \\ [5] \begin{cases} 14x_1 + 9y_1 = 1 \end{cases} \end{cases} \rightarrow x_1 = 3/20 \\ 6. & \begin{cases} [6] \begin{cases} 26x_1 - 9y_1 = 5 \\ [4] \end{cases} \end{cases} \\ 7. & \begin{cases} [1] \begin{cases} 2x_1 + 3y_1 - 2z_1 = -1 \\ [6] \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} [1] \begin{cases} -x/2 - y/3 - z/5 = -9 \\ [2] \begin{cases} z/3 + x/3 - y/9 = 6 \\ [3] \begin{cases} y/2 + x/6 + z/2 = 13 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

RAZONES

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [2] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [3] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [4] y [5] para eliminar y

Sustitución de 3 en [4] de 1

Sustitución de 3 y 4 en [1] de 1

Def. CS

RAZONES

Dato

$$\begin{aligned} x_1 &= 1/x \\ \text{Sustituimos } y_1 &= 1/y \\ z_1 &= 1/z \end{aligned}$$

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [2] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [1] y [3] para eliminar z

Suma y resta entre las ecuaciones [4] y [5] para eliminar y

Sustitución de 5 en [4]

Sustitución de 5 y 6 en [1]

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 3/20 \rightarrow 1/x = 3/20 \rightarrow x = 20/3 \\
 8. \quad y_1 &= -11/90 \rightarrow 1/y = -11/90 \rightarrow y = -90/11 \\
 z_1 &= 7/15 \rightarrow 1/z = 7/15 \rightarrow z = 15/7 \\
 9. \quad CS &= \{20/3 - 90/11; 15/7\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 1/x \\
 \text{Sustituimos } y_1 &= 1/y \\
 z_1 &= 1/z \\
 \text{Def. CS}
 \end{aligned}$$

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

PÁGINA 134

1.- Resolver lo siguientes sistemas por sustitución.

$$\begin{aligned}
 1. \quad \begin{cases} [1] & 3z + x + 2y - 8 = 0 \\ [2] & -3x + y - 2z = -5 \\ [3] & -4y - 2x - 6z = 5 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 3z + x + 2y - 8 = 0 \\ [2] & -3x + y - 2z = -5 \\ [3] & -4y - 2x - 6z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & x + 2y + 3z = 8 \\ [2] & 3x - y + 2z = 5 \\ [3] & 2x + 4y + 6z = -5 \end{cases}
 \end{aligned}$$

PROPOSICIONES

$$\begin{aligned}
 1. \quad \begin{cases} [1] & x + 2y + 3z = 8 \rightarrow x = 8 - 2y - 3z \\ [2] & 3x - y + 2z = 5 \\ & 3(8 - 2y - 3z) - y + 2z = 5 \\ [4] & 7y + 7z = 19 \end{cases} \\
 2. \quad \begin{cases} [1] & x + 2y + 3z = 8 \rightarrow x = 8 - 2y - 3z \\ [3] & 2x + 4y + 6z = -5 \\ & 2(8 - 2y - 3z) + 4y + 6z = -5 \\ [5] & 21 = 0 \text{ (F)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

RAZONES

Despeje de x en [1] y
sustituimos en [2]

Despeje de x en [1] y
sustituimos en [3]

∴ El sistema es incompatible, es decir no tiene solución. Se verifica que: $a_1/a_3 = b_1/b_3 = c_1/c_3 \neq d_1/d_3$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \begin{cases} [1] & 1 = 3x - 2y - 8z \\ [2] & 2 + 9x - 6y - 24z = 0 \\ [3] & x/2 - y/2 + z/2 = 1/2 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 1 = 3x - 2y - 8z \\ [2] & 2 + 9x - 6y - 24z = 0 \\ [3] & x/2 - y/2 + z/2 = 1/2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 3x - 2y - 8z = 1 \\ [2] & 9x - 6y - 24z = -2 \\ [3] & x - y - z = 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

PROPOSICIONES

$$\begin{aligned}
 1. \quad \begin{cases} [3] & x - y - z = 1 \rightarrow x = 1 + y + z \\ [2] & 9x - 6y - 24z = -2 \\ & 9(1 + y + z) - 6y - 24z = -2 \\ [4] & 3y - 15z = -11 \end{cases} \\
 2. \quad \begin{cases} [3] & x - y - z = 1 \rightarrow x = 1 + y + z \\ [3] & 3x - 2y - 8z = 1 \\ & 3(1 + y + z) - 2y - 8z = 1 \\ [5] & y - 5z = -2 \end{cases} \\
 3. \quad \begin{cases} [4] & 3y - 15z = -11 \\ [5] & y - 5z = -2 \end{cases} \\
 4. \quad \begin{cases} [5] & y - 5z = -2 \rightarrow y = 5z - 2 \\ [4] & 3y - 15z = -11 \\ & 3(5z - 2) - 15z = -11 \\ & 5 = 0 \text{ (F)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

RAZONES

Despeje de x en [3] y
sustituimos en [2]

Despeje de x en [3] y
sustituimos en [1]

Sistema de 2x2 con las ecuaciones
[4] y [5]

Despeje de y en [5] y
sustitución en [4]

∴ El sistema es incompatible, es decir no tiene solución. Se verifica que: $a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2 \neq d_1/d_2$

$$3. \begin{cases} [1] & 3 = (y-z)/2 + x - y \\ [2] & 0 = (x-y)/2 - (x-z)/4 \\ [3] & -5 = (y-z)/2 - x \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $[2] \quad 3x - 2y + z = 0 \rightarrow z = 2y - 3x$
 $[1] \quad 2x - y - z = 6$
 $2x - y - (2y - 3x) = 6$
 $[4] \quad 5x - 3y = 6$
2. $[2] \quad 3x - 2y + z = 0 \rightarrow z = 2y - 3x$
 $[3] \quad 2x - y + z = 10$
 $2x - y + (2y - 3x) = 10$
 $[5] \quad x - y = -10$
3. $[4] \quad 5x - 3y = 6$
 $[5] \quad x - y = -10$
 $[5] \quad x - y = -10 \rightarrow x = y - 10$
4. $[4] \quad 5x - 3y = 6$
 $5(y - 10) - 3y = 6$
 $y = 28$
5. $[5] \quad x - y = -10$
 $x - 28 = -10$
 $x = 18$
6. $[2] \quad 3x - 2y + z = 0$
 $54 - 56 + z = 0$
 $z = 2$
7. $CS = \{(18; 28; 2)\}$

$$4. \begin{cases} [1] & y + 3x + z = 1 \\ [2] & 1 = x + 2y - z \\ [3] & 2z + x + y = -17 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $[2] \quad x + 2y - z = 1 \rightarrow z = x - 2y - 1$
 $[1] \quad 3x + y + z = 1$
 $3x + y + (x - 2y - 1) = 1$
 $[4] \quad 4x + 3y = 2$
2. $[2] \quad x + 2y - z = 1 \rightarrow z = x - 2y - 1$
 $[3] \quad x + y + 2z = -17$
 $x + y + 2(x - 2y - 1) = -17$
 $[5] \quad 3x + 5y = -15$
3. $[4] \quad 4x + 3y = 2$
 $[5] \quad 3x + 5y = -15$
 $[5] \quad 3x + 5y = -15 \rightarrow y = (-15 - 3x)/5$
4. $[4] \quad 4x + 3y = 2$
 $4x + 3(-15 - 3x)/5 = 2$
 $x = 5$

$$\begin{cases} [1] & 3 = (y-z)/2 + x - y \\ [2] & 0 = (x-y)/2 - (x-z)/4 \\ [3] & -5 = (y-z)/2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 2x - y - z = 6 \\ [2] & 3x - 2y + z = 0 \\ [3] & 2x - y + z = 10 \end{cases}$$

RAZONES

Despeje de z en [2] y
sustituimos en [1]

Despeje de z en [2] y
sustituimos en [3]

Sistema de 2x2 con las ecuaciones
[4] y [5]

Despeje de x en [5] y
sustitución en [4]

Sustitución de y=28 en [5]

Sustitución de 4 y 5 en [2]

Definición de CS

$$\begin{cases} [1] & y + 3x + z = 1 \\ [2] & 1 = x + 2y - z \\ [3] & 2z + x + y = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 3x + y + z = 1 \\ [2] & x + 2y - z = 1 \\ [3] & x + y + 2z = -17 \end{cases}$$

RAZONES

Despeje de z en [2] y
sustituimos en [1]

Despeje de z en [2] y
sustituimos en [3]

Sistema de 2x2 con las ecuaciones
[4] y [5]

Despeje de y en [5] y
sustitución en [4]

5. $\begin{cases} [5] & 3x + 5y = -15 \\ & 15 + 5y = -15 \\ & y = -6 \end{cases}$ Sustitución de $x=5$ en [5]
6. $\begin{cases} [2] & x + 2y - z = 1 \\ & 5 - 12 - z = 1 \\ & z = -8 \end{cases}$ Sustitución de 4 y 5 en [2]
7. $CS = \{(5; -6; -8)\}$ Definición de CS

$$5. \begin{cases} [1] & \begin{cases} z/5 + x/2 + y/3 - 9 = 0 \\ x/3 - y/9 + x/3 = 6 \\ -y/6 - x/2 - z/2 = -13 \end{cases} \\ [2] & \\ [3] & \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & \begin{cases} 15x + 10y + 6z = 270 \\ 6x - y = 54 \\ 3x + y + 3z = 78 \end{cases} \\ [2] & \\ [3] & \end{cases}$$

PROPOSICIONES**RAZONES**Despeje de y en [2] y sustituimos en [1]

1. $\begin{cases} [2] & 6x - y = 54 \rightarrow y = 6x - 54 \\ [1] & 15x + 10y + 6z = 270 \\ & 15x + 10(6x - 54) + 6z = 270 \\ [4] & 75x + 6z = 810 \\ [2] & 6x - y = 54 \rightarrow y = 6x - 54 \\ [3] & 3x + y + 3z = 78 \\ & 3x + (6x - 54) + 3z = 78 \end{cases}$
2. $\begin{cases} [5] & 9x + 3z = 132 \\ [4] & 75x + 6z = 810 \\ [5] & 9x + 3z = 132 \\ [5] & 9x + 3z = 132 \rightarrow z = (132 - 9x) / 3 \\ [4] & 75x + 6z = 810 \\ & 75x + 6(132 - 9x) / 3 = 810 \\ & x = 182 / 19 \\ [5] & 9x + 3z = 132 \end{cases}$
3. $\begin{cases} [5] & 9x + 3z = 132 \\ [2] & 6x - y = 54 \\ & 1092/19 - y = 54 \\ & y = 66/19 \end{cases}$
4. $\begin{cases} [2] & 6x - y = 54 \\ & 1092/19 - y = 54 \\ & y = 66/19 \end{cases}$
5. $\begin{cases} [5] & 9x + 3z = 132 \\ & 1638/19 + 3z = 132 \\ & z = 290/19 \end{cases}$
6. $\begin{cases} [2] & 6x - y = 54 \\ & 1092/19 - y = 54 \\ & y = 66/19 \end{cases}$
7. $CS = \{(182/19; 66/19; 290/19)\}$ Definición de CS

Despeje de y en [2] y sustituimos en [3]Sistema de 2×2 con las ecuaciones [4] y [5]Despeje de z en [5] y sustitución en [4]Sustitución de $x=182/19$ en [5]

Sustitución de 4 en [2]

Definición de CS

$$6. \begin{cases} [1] & \begin{cases} 4/y - 5/x + 3/z = 2 \\ 10/x + 3/y - 6/z - 7 = 0 \\ 2/y + 5/x - 9/z - 6 = 0 \end{cases} \\ [2] & \\ [3] & \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & \begin{cases} 5x_1 - 4y_1 - 3z_1 = -2 \\ 10x_1 + 3y_1 - 6z_1 = 7 \\ 5x_1 + 2y_1 - 9z_1 = 6 \end{cases} \\ [2] & \\ [3] & \end{cases}$$

PROPOSICIONES**RAZONES**Despeje de y_1 en [2] y sustituimos en [1]

1. $\begin{cases} [2] & 10x_1 + 3y_1 - 6z_1 = 7 \rightarrow y_1 = (7 - 10x_1 + 6z_1) / 3 \\ [1] & 5x_1 - 4y_1 - 3z_1 = -2 \\ & 5x_1 - 4(7 - 10x_1 + 6z_1) / 3 - 3z_1 = -2 \\ [4] & 55x_1 - 33z_1 = 22 \\ [2] & 10x_1 + 3y_1 - 6z_1 = 7 \rightarrow y_1 = (7 - 10x_1 + 6z_1) / 3 \\ [3] & 5x_1 + 2y_1 - 9z_1 = 6 \\ & 5x_1 + 2(7 - 10x_1 + 6z_1) / 3 - 9z_1 = 6 \\ [5] & 5x_1 + 15z_1 = -4 \end{cases}$
2. $\begin{cases} [3] & 5x_1 + 2y_1 - 9z_1 = 6 \\ & 5x_1 + 2(7 - 10x_1 + 6z_1) / 3 - 9z_1 = 6 \\ [5] & 5x_1 + 15z_1 = -4 \end{cases}$

Despeje de y en [2] y sustituimos en [3]

3. $\begin{cases} [4] & 55x_1 - 33z_1 = 22 \\ [5] & 5x_1 + 15z_1 = -4 \end{cases}$ Sistema de 2x2 con las ecuaciones [4] y [5]
- $[5] \quad 5x_1 + 15z_1 = -4 \rightarrow z_1 = (-4 - 5x_1) / 15$ Despeje de z_1 en [5] y sustitución en [4]
4. $\begin{cases} [4] & 55x_1 - 33z_1 = 22 \\ & 55x_1 - 33(-4 - 5x_1) / 15 = 22 \\ & x_1 = 1/5 \end{cases}$ Sustitución de $x=1/5$ en [5]
5. $\begin{cases} [5] & 5x_1 + 15z_1 = -4 \\ & 1 + 15z_1 = -4 \\ & z_1 = -1/3 \end{cases}$ Sustitución de 4 y 5 en [1]
6. $\begin{cases} [2] & 5x_1 - 4y_1 - 3z_1 = -2 \\ & 1 - 4y_1 + 1 = -2 \\ & y_1 = 1 \end{cases}$
7. $\begin{cases} & x=5, y=1, z=-3 \\ & CS = \{(5; 1; -3)\} \end{cases}$ Definición de CS

MÉTODO POR DETERMINANTES

PÁGINA 137

1. -Resolver los siguientes sistemas por determinantes.

$$1. \begin{cases} [1] & -x - y - z + 3 = 0 \\ [2] & 3z - y + 2x - 19 = 0 \\ [3] & y - 2z + 3x = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} [1] & -x - y - z + 3 = 0 \\ [2] & 3z - y + 2x - 19 = 0 \\ [3] & y - 2z + 3x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & x + y + z = 3 \\ [2] & 2x - y + 3z = 19 \\ [3] & 3x + y - 2z = -5 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 19 & -1 & 3 \\ -5 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{6 - 15 + 19 - 5 + 38 - 9}{2 + 9 + 2 + 3 + 4 - 3} = \frac{34}{17} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 19 & 3 \\ 3 & -5 & -2 \end{vmatrix}}{17} = \frac{-38 + 27 - 10 - 57 + 12 + 15}{17} = \frac{-51}{17} = -3$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 19 \\ 3 & 1 & -5 \end{vmatrix}}{17} = \frac{5 + 57 + 6 + 9 + 10 - 19}{17} = \frac{68}{17} = 4$$

$$\therefore CS = \{2; -3; 4\}$$

$$2. \begin{cases} [1] & x - z / 2 - y / 2 = 6 \\ [2] & 3 + 2y + x + 3z = 0 \\ [3] & 2z - 3y + 4x - 6 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} [1] & x - z / 2 - y / 2 = 6 \\ [2] & 3 + 2y + x + 3z = 0 \\ [3] & 2z - 3y + 4x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 2x - y - z = 12 \\ [2] & x + 2y + 3z = -3 \\ [3] & 4x - 3y + 2z = 6 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 12 & -1 & -1 \\ -3 & 2 & 3 \\ 6 & -3 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{48 - 18 - 9 + 12 - 6 + 108}{8 - 12 + 3 + 8 + 2 + 18} = \frac{135}{27} = 5$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 12 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 4 & 6 & 2 \end{vmatrix}}{27} = \frac{-12 + 144 - 6 - 12 - 24 - 36}{27} = \frac{54}{27} = 2$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 12 \\ 1 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 6 \end{vmatrix}}{27} = \frac{24 + 12 - 36 - 96 + 6 - 18}{27} = \frac{-108}{27} = -4$$

$$\therefore CS = \{5; 2; -4\}$$

$$3. \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} -y - 2z - 5x = 2 \\ z + 2y + 3x - 7 = 0 \\ -x + 6y - 3z = 70/2 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 5x + y + 2z = -2 \\ 3x + 2y + z = 7 \\ 2x - 12y + 6z = -70 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 7 & 2 & 1 \\ -70 & -12 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -12 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{-24 - 70 - 168 + 280 - 42 - 24}{60 + 2 - 72 - 8 - 18 + 60} = \frac{-48}{24} = -2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \\ 2 & -70 & 6 \end{vmatrix}}{24} = \frac{210 - 4 - 420 - 28 + 36 + 350}{24} = \frac{144}{24} = 6$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 7 \\ 2 & -12 & -70 \end{vmatrix}}{24} = \frac{-700 + 14 + 72 + 8 + 210 + 420}{24} = \frac{24}{24} = 1$$

$$\therefore CS = \{-2; 6; 1\}$$

$$4. \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} x - y + z = 6/2 \\ 2y + 3z = 15/3 \\ 3x + y - 12 = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2y + 3z = 5 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ 12 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{0 - 36 + 5 - 24 + 0 - 9}{0 - 9 + 0 - 6 + 0 - 3} = \frac{-64}{-18} = \frac{32}{9}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 3 \\ 3 & 12 & 0 \end{vmatrix}}{-18} = \frac{0 + 27 + 0 - 15 + 0 - 36}{-18} = \frac{-24}{-18} = \frac{4}{3}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 12 \end{vmatrix}}{-18} = \frac{24 - 15 + 0 - 18 + 0 - 5}{-18} = \frac{-14}{-18} = \frac{7}{9}$$

$$\therefore CS = \{32/9; 4/3; 7/9\}$$

$$5. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 5y + 4x - 6z = 1 \\ -3z - 2x + 1 = 0 \\ x - y + 0z = 0,05 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 4x + 5y - 6z = 1 \\ 2x + 3z = 1 \\ 20x - 20y = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 5 & -6 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & -20 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 5 & -6 \\ 2 & 0 & 3 \\ 20 & -20 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{0 + 15 + 120 + 0 + 0 + 60}{0 + 300 + 240 + 0 + 0 + 240} = \frac{195}{780} = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 1 & -6 \\ 2 & 1 & 3 \\ 20 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{780} = \frac{0 + 60 - 12 + 120 + 0 - 12}{780} = \frac{156}{780} = \frac{1}{5}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 20 & -20 & 1 \end{vmatrix}}{780} = \frac{0 + 100 - 40 + 0 - 10 + 80}{780} = \frac{130}{780} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore CS = \{1/4; 1/5; 1/6\}$$

$$6. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 4z + 13x - y = 50 \\ 2y + x + 3z - 47 = 0 \\ 2x - y - z = 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 13x - y + 4z = 50 \\ x + 2y + 3z = 47 \\ 2x - y - z = 5 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 50 & -1 & 4 \\ 47 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-100 - 15 - 188 - 40 - 47 + 150}{-26 - 6 - 4 - 16 - 1 + 39} = \frac{-240}{-14} = \frac{120}{7}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 13 & 50 & 4 \\ 1 & 47 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{-611 + 300 + 20 - 376 + 50 - 195}{-14} = \frac{-812}{-14} = 58$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 13 & -1 & 50 \\ 1 & 2 & 47 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{130 - 94 - 50 - 200 + 5 + 611}{-14} = \frac{402}{-14} = -\frac{201}{7}$$

$$\therefore CS = \{120/7; 58; -201/7\}$$

$$7. \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 4y + 5x - 9z - 14 = 0 \\ -2x + 3y + 5z = -19 \\ 6 = -x - y - z \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 5x + 4y - 9z = 14 \\ 2x - 3y - 5z = 19 \\ x + y + z = -6 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 14 & 4 & -9 \\ 19 & -3 & -5 \\ -6 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 4 & -9 \\ 2 & -3 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-42 + 120 - 171 + 162 - 76 + 70}{-15 - 20 - 18 - 27 - 8 + 25} = \frac{63}{-63} = -1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 14 & -9 \\ 2 & 19 & -5 \\ 1 & -6 & 1 \end{vmatrix}}{-63} = \frac{95 - 70 + 108 + 171 - 28 - 150}{-63} = \frac{126}{-63} = -2$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 4 & 14 \\ 2 & -3 & 19 \\ 1 & 1 & -6 \end{vmatrix}}{-63} = \frac{90 + 76 + 28 + 42 + 48 - 95}{-63} = \frac{189}{-63} = -3$$

$$\therefore CS = \{-1; -2; -3\}$$

$$8. \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 2x - y - z = 6/2 \\ -2y - x - 3z = -1 \\ -4z + 3x - 3y = 10 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 2x - y - z = 6/2 \\ -2y - x - 3z = -1 \\ -4z + 3x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} 2x - y - z = 3 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 3x - 3y - 4z = 10 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 10 & -3 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & -3 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{-24 - 30 + 3 + 20 - 4 + 27}{-16 - 9 + 3 + 6 - 4 + 18} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 10 & -4 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-8 + 27 - 10 + 3 + 12 - 60}{-2} = \frac{-36}{-2} = 18$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 10 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{40 - 3 - 9 - 18 + 10 + 6}{-2} = \frac{26}{-2} = -13$$

$$\therefore CS = \{4; 18; -13\}$$

$$9. \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{cases} x + 2y + 2z = 2 \\ x + 2y + 2z = 2 \\ 2x - 2y - z = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-4 + 4 - 8 - 4 + 4 + 8}{-2 + 8 - 4 - 8 + 2 + 4} = \frac{0}{0} = \text{ind}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{0} = \frac{-2 + 8 + 2 - 8 + 2 - 2}{0} = \frac{0}{0} = \text{ind}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}}{0} = \frac{2 + 8 - 4 - 8 - 2 + 4}{0} = \frac{0}{0} = \text{ind}$$

∴ El sistema es compatible indeterminado, es decir, tiene infinitas soluciones.

$$10. \begin{cases} [1] \begin{cases} z + 2x + 3y - 1 = 0 \\ y - x - 5z / 6 = 23 / 3 \\ 29 = 6x - 3z - y \end{cases} \\ [2] \begin{cases} z + 2x + 3y - 1 = 0 \\ y - x - 5z / 6 = 23 / 3 \\ 29 = 6x - 3z - y \end{cases} \\ [3] \begin{cases} 2 + 3y + z = 1 \\ 6x - 6y + 5z = -46 \\ 6x - y - 3z = 29 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -46 & -6 & 5 \\ 29 & -1 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \\ 6 & -1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{18 + 435 + 46 + 174 - 414 + 5}{36 + 90 - 6 + 36 + 54 + 10} = \frac{264}{220} = \frac{6}{5}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 6 & -46 & 5 \\ 6 & 29 & -3 \end{vmatrix}}{220} = \frac{276 + 30 + 174 + 276 + 18 - 290}{220} = \frac{484}{220} = \frac{11}{5}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & -6 & -46 \\ 6 & -1 & 29 \end{vmatrix}}{220} = \frac{-348 - 828 - 6 + 36 - 522 - 92}{220} = \frac{-1760}{220} = -8$$

$$\therefore CS = \{6/5; 11/5; -8\}$$

MÉTODO DEL PIVOTE

PÁGINA 140

1.- Resolver los siguientes sistemas por el método del pivote.

$$1. \begin{cases} [1] \begin{cases} x + 3y + 4z = 2 \\ x + 2y + 2z = 1 \\ 2x + y - 2z = 1 \end{cases} \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	3	4	2	10
[2]	1	2	2	1	6
[3]	2	1	-2	1	2
[4] 1 y 2		-1	-2	-1	-4
[5] 1 y 3		-5	-10	-3	-18
[6] 4 y 5			0	-2	-2

El sistema no tiene solución, ya que $0 = -2$ (F).

$$2. \begin{cases} [1] \begin{cases} 2z + x + 3y = 8 \\ 15 = 5x - 2y + z \\ 2y - 3x + 5z = -13 \end{cases} \\ [2] \begin{cases} 2z + x + 3y = 8 \\ 15 = 5x - 2y + z \\ 2y - 3x + 5z = -13 \end{cases} \\ [3] \begin{cases} x + 3y + 2z = 8 \\ 5x - 2y + z = 15 \\ 3x - 2y - 5z = 13 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	3	2	8	14
[2]	5	-2	1	15	19
[3]	3	-2	-5	13	9
[4] 1 y 2		-17	-9	-25	-51
[5] 1 y 3		-11	-11	-11	-33
[6] 4 y 5			88	-88	0

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=4$; $y=2$; $z=-1$.

Sustituciones	
[1]	$x + 3y + 2z = 8$ $x + 6 - 2 = 8 \rightarrow x = 4$
[5]	$-11y - 11z = -11$ $-11y = -22 \rightarrow y = 2$
[6]	$88z = -88 \rightarrow z = -1$

$$3. \begin{cases} [1] & 3z - 2y + 6x - 13 = 0 \\ [2] & 3y + 5x + 2z = -2 \\ [3] & 6z + x - 4y = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} [1] & 3z - 2y + 6x - 13 = 0 \\ [2] & 3y + 5x + 2z = -2 \\ [3] & 6z + x - 4y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 6x - 2y + 3z = 13 \\ [2] & 5x + 3y + 2z = -2 \\ [3] & x - 4y + 6z = -4 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	6	-2	3	13	20
[2]	5	3	2	-2	8
[3]	1	-4	6	-4	-1
[4] 1 y 2		28	-3	-77	-52
[5] 1 y 3		-22	33	-37	-26
[6] 4 y 5			858	-2730	-1872

Sustituciones	
[1]	$6x - 2y + 3z = 13$ $6x + 68/11 - 105/11 = 13 \rightarrow x = 30/11$
[5]	$-22y + 33z = -37$ $-22y = 68 \rightarrow y = -34/11$
[6]	$858z = -2730 \rightarrow z = -35/11$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=30/11$; $y=-34/11$; $z=-35/11$.

$$4. \begin{cases} [1] & y - 5 + 2x - 3z = 0 \\ [2] & 2z + 4x - 5y - 19 = 0 \\ [3] & 4y + 3z + 0x - 10 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} [1] & y - 5 + 2x - 3z = 0 \\ [2] & 2z + 4x - 5y - 19 = 0 \\ [3] & 4y + 3z + 0x - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 2x + y - 3z = 5 \\ [2] & 4x - 5y + 2z = 19 \\ [3] & 4y + 3z = 10 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	2	1	-3	5	5
[2]	4	-5	2	19	20
[3]	0	4	3	10	17
[4] 1 y 2		-14	16	18	20
[5] 1 y 3		8	6	20	34
[6] 4 y 5			-212	-424	-636

Sustituciones	
[1]	$2x + y - 3z = 5$ $2x + 1 - 6 = 5 \rightarrow x = 5$
[5]	$8y + 6z = 20$ $8y = 8 \rightarrow y = 1$
[6]	$-212z = -424 \rightarrow z = 2$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=5$; $y=1$; $z=2$.

$$5. \begin{cases} [1] & x + y + 0z = 11 \\ [2] & y/2 + z/2 = 13/2 \\ [3] & z/3 + x/3 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} [1] & x + y + 0z = 11 \\ [2] & y/2 + z/2 = 13/2 \\ [3] & z/3 + x/3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & x + y = 11 \\ [2] & y + z = 13 \\ [3] & x + z = 12 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	K	s
[1]	1	1	0	11	13
[2]	0	1	1	13	15
[3]	1	0	1	12	14
[4] 1 y 2		1	1	13	15
[5] 1 y 3		-1	1	1	1
[6] 4 y 5			2	14	16

Sustituciones	
[1]	$x + y + 0z = 11$ $x + 6 = 11 \rightarrow x = 5$
[5]	$-y + z = 1$ $-y = -6 \rightarrow y = 6$
[6]	$2z = 14 \rightarrow z = 7$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=5$; $y=6$; $z=7$.

$$6. \begin{cases} [1] & x/2 - y/2 = 4 \\ [2] & y/2 - z/2 = 5 \\ [3] & z/3 + x/3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} [1] & x/2 - y/2 = 4 \\ [2] & y/2 - z/2 = 5 \\ [3] & z/3 + x/3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & x - y = 8 \\ [2] & y - z = 10 \\ [3] & x + z = 6 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	-1	0	8	
[2]	0	1	-1	10	
[3]	1	0	1	6	
[4] 1 y 2		1	-1	10	
[5] 1 y 3		1	1	-2	
[6] 4 y 5			2	-12	

Sustituciones	
[1]	$x - y + 0z = 8$ $x - 4 = 8 \rightarrow x = 12$
[5]	$y + z = -2$ $y = 4$
[6]	$2z = -12 \rightarrow z = -6$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=12$; $y=4$; $z=-6$.

$$7. \begin{cases} [1] \begin{cases} 2/x - 1/y - 2 = 0 \\ [2] \begin{cases} 3/y - 2/z = 2 \\ [3] \begin{cases} 1/x + 3/z - 18 = 0 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 2x_1 - y_1 = 2 \\ [2] \begin{cases} 3y_1 - 2z_1 = 2 \\ [3] \begin{cases} x_1 + 3z_1 = 18 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	2	-1	0	2	3
[2]	0	3	-2	2	3
[3]	1	0	3	18	22
[4] 1 y 2		6	-4	4	6
[5] 1 y 3		1	6	34	41
[6] 4 y 5			40	200	240

Sustituciones	
[1]	$2x_1 - y_1 + 0z_1 = 2$ $2x_1 - 4 = 2 \rightarrow x_1 = 3$
[5]	$y_1 + 6z_1 = 34$ $y_1 = 4$
[6]	$40z_1 = 200 \rightarrow z_1 = 5$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=1/3$; $y=1/4$; $z=1/5$.

$$8. \begin{cases} [1] \begin{cases} 1/x + 1/y + 1/z - 8 = 0 \\ [2] \begin{cases} 4/z - 3/y + 2/x + 8 = 0 \\ [3] \begin{cases} 2/y + 5/x - 3/z = 44 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} x_1 + y_1 + z_1 = 8 \\ [2] \begin{cases} 2x_1 - 3y_1 + 4z_1 = -8 \\ [3] \begin{cases} 5x_1 + 2y_1 - 3z_1 = 44 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	8	11
[2]	2	-3	4	-8	-5
[3]	5	2	-3	44	48
[4] 1 y 2		-5	2	-24	-27
[5] 1 y 3		-3	-8	4	-7
[6] 4 y 5			46	-92	-46

Sustituciones	
[1]	$x_1 + y_1 + z_1 = 8$ $x_1 + 4 - 2 = 8 \rightarrow x_1 = 6$
[5]	$-3y_1 - 8z_1 = 4$ $-3y_1 = -12 \rightarrow y_1 = 4$
[6]	$46z_1 = -92 \rightarrow z_1 = -2$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=1/6$; $y=1/4$; $z=-1/2$.

$$9. \begin{cases} [1] \begin{cases} 2 = 2/z - 1/y \\ [2] \begin{cases} 2 = 3/y - 2/x \\ [3] \begin{cases} 18 = 1/z + 3/x \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 2 = 2/z - 1/y \\ [2] \begin{cases} 2 = 3/y - 2/x \\ [3] \begin{cases} 18 = 1/z + 3/x \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1y_1 + 2z_1 = 2 \\ -2x_1 + 3y_1 = 2 \\ 3x_1 + z_1 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 + z_1 = 18 \\ 2x_1 - 3y_1 = -2 \\ y_1 - 2z_1 = -2 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	3	0	1	18	22
[2]	2	-2	0	-2	-2
[3]	0	1	-2	-2	-3
[4] 1 y 2		-9	-2	-42	-53
[5] 1 y 3		3	-6	-6	-9
[6] 4 y 5			60	180	240

Sustituciones	
[1]	$3x_1 + 0y_1 + z_1 = 18$ $3x_1 + 0(4) + (3) = 18 \rightarrow x_1 = 5$
[5]	$3y_1 - 6z_1 = -6$ $3y_1 = 12 \rightarrow y_1 = 4$
[6]	$60z_1 = 180 \rightarrow z_1 = 3$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=1/5$; $y=1/4$; $z=1/3$.

$$10. \begin{cases} [1] \begin{cases} 2/z + 2/y + 2/x = 16 \\ [2] \begin{cases} 6/z - 9/y + 12/x = -24 \\ [3] \begin{cases} 5/z + 2/y - 3/x - 44 = 0 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] \begin{cases} 2/z + 2/y + 2/x = 16 \\ [2] \begin{cases} 6/z - 9/y + 12/x = -24 \\ [3] \begin{cases} 5/z + 2/y - 3/x - 44 = 0 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 + 2y_1 + 2z_1 = 16 \\ 12x_1 - 9y_1 + 6z_1 = -24 \\ -3x_1 + 2y_1 + 5z_1 = 44 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	2	2	2	16	22
[2]	12	-9	6	-24	-15
[3]	-3	2	5	44	48
[4] 1 y 2		-42	-12	-240	-294
[5] 1 y 3		10	16	136	162
[6] 4 y 5			-552	-3312	-3864

Sustituciones	
[1]	$2x_1 + 2y_1 + 2z_1 = 16$ $2x_1 + 2(4) + 2(6) = 16 \rightarrow x_1 = -2$
[5]	$10y_1 + 16z_1 = 136$ $10y_1 = 40 \rightarrow y_1 = 4$
[6]	$-552z_1 = -3312 \rightarrow z_1 = 6$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=-1/2$; $y=1/4$; $z=1/6$.

$$11. \begin{cases} [1] & x+y+z=2 \\ [2] & x+y+2z=3 \\ [3] & 2x+y+z=4 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	2	5
[2]	1	1	2	3	7
[3]	2	1	1	4	8
[4] 1 y 2		0	1	1	2
[5] 1 y 3		-1	-1	0	-2
[6] 4 y 5			1	1	2

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=2$; $y=-1$; $z=1$.

Sustituciones
[1] $x+y+z=2$ $x-1+1=2 \rightarrow x=2$
[5] $-y-z=0$ $-y=1 \rightarrow y=-1$
[6] $z=1$

$$12. \begin{cases} [1] & x+y+z=3 \\ [2] & 2x+2y+z=4 \\ [3] & 2x+y+2z=6 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	3	6
[2]	2	2	1	4	9
[3]	2	1	2	6	11
[4] 1 y 2		0	-1	-2	-3
[5] 1 y 3		-1	0	0	-1
[6] 4 y 5			-1	-2	-3

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=1$; $y=0$; $z=2$.

Sustituciones
[1] $x+y+z=3$ $x+0+2=3 \rightarrow x=1$
[5] $-y=0 \rightarrow y=0$
[6] $-z=-2 \rightarrow z=2$

$$13. \begin{cases} [1] & x+y+z=2 \\ [2] & 2x+2y+2z=4 \\ [3] & 3x+3y+3z=6 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	2	5
[2]	2	2	2	4	10
[3]	3	3	3	6	15
[4] 1 y 2		0	0	0	0
[5] 1 y 3		0	0	0	0
[6] 4 y 5			0	0	0

Sustituciones
Si $0=0$ el sistema tiene infinitas soluciones.

$$14. \begin{cases} [1] & x+y+z=4 \\ [2] & 2x+2y+z=2 \\ [3] & 2x+y+2z=6 \end{cases}$$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	4	7
[2]	2	2	1	2	7
[3]	2	1	2	6	11
[4] 1 y 2		0	-1	-6	-7
[5] 1 y 3		-1	0	-2	-3
[6] 4 y 5			-1	-6	-7

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=-4$; $y=2$; $z=6$.

Sustituciones
[1] $x+y+z=4$ $x+2+6=4 \rightarrow x=-4$
[5] $-y=-2 \rightarrow y=2$
[6] $-z=-6 \rightarrow z=6$

PROBLEMAS

PÁGINA 142

1.- Resolver los siguientes problemas:

1. La suma de tres números es 15. El tripe del primero más el segundo es igual al tercero aumentado en 3, y el doble del primero más el tercero es igual a 5 veces el segundo. Hallar los números.

REPRESENTACIÓN	
Primer número	x
Segundo número	y
Tercer número	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 15$
[2]	$3x + y = z + 3 \Leftrightarrow 3x + y - z = 3$
[3]	$2x + z = 5y \Leftrightarrow 2x - 5y + z = 0$

Ecuación	Variables			T.I	Suma
	X	y	z	k	s
[1]	1	1	1	15	18
[2]	3	1	-1	3	6
[3]	2	-5	1	0	-2
[4] 1 y 2		-2	-4	-42	-48
[5] 1 y 3		-7	-1	-30	-38
[6] 4 y 5			-26	-234	-260

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 15$ $x + 3 + 9 = 15 \rightarrow x = 3$
[5]	$-7y - z = -30$ $-7y = -21 \rightarrow y = 3$
[6]	$-26z = -234 \rightarrow z = 9$

La solución del sistema es: $x=3$; $y=3$; $z=9$, así que, los números son: 3; 3 y 9.

2. La suma de tres números es 6. El tripe del mayor menos el doble del mediano es igual a 5 veces el menor. El menor más el mediano es igual al mayor. ¿Cuáles son los números?

REPRESENTACIÓN	
Número mayor	x
Número intermedio	y
Número menor	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 6$
[2]	$3x - 2y = 5z \Leftrightarrow 3x - 2y - 5z = 0$
[3]	$z + y = x \Leftrightarrow x - y - z = 0$

Ecuación	Variables			T.I	Suma
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	6	9
[2]	3	-2	-5	0	-4
[3]	1	-1	-1	0	-1
[4] 1 y 2		-5	-8	-18	-31
[5] 1 y 3		-2	-2	-6	-10
[6] 4 y 5			-6	-6	-12

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 6$ $x + 2 + 1 = 6 \rightarrow x = 3$
[5]	$-2y - 2z = -6$ $-y = -2 \rightarrow y = 2$
[6]	$-6z = -6 \rightarrow z = 1$

La solución del sistema es: $x=3$; $y=2$; $z=1$, así que, los números son: 3; 2 y 1.

3. La suma de las edades de A, B y C es 50 años. La suma de las edades de la primera y la tercera es igual a la segunda disminuida en 10. La suma del doble de la primera más la segunda excede en 19 años a la tercera. ¿Cuál es la edad de cada uno?

REPRESENTACIÓN	
Edad de A	x
Edad de B	y
Edad de C	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 50$
[2]	$x + z = y - 10 \Leftrightarrow x - y + z = -10$
[3]	$2x + y = z + 19 \Leftrightarrow 2x + y - z = 19$

Ecuación	Variables			T.I	Suma
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	50	53
[2]	1	-1	1	-10	-9
[3]	2	1	-1	19	21
[4] 1 y 2		-2	0	-60	-62
[5] 1 y 3		-1	-3	-81	-85
[6] 4 y 5			6	102	108

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 50$ $x + 30 + 17 = 50 \rightarrow x = 3$
[5]	$-y - 3z = -81$ $-y = -30 \rightarrow y = 30$
[6]	$6z = 102 \rightarrow z = 17$

La solución del sistema es: $x=3$; $y=30$; $z=17$, por lo tanto, las edades de A, B y C son: 3; 30 y 17 años, respectivamente.

4. A recorre 220 km en bus, tren y automóvil. La suma de lo recorrido en bus y en tren es igual a la distancia recorrida en automóvil. El doble de lo que recorre en tren más el triple de la que recorre en bus es igual al doble de la que recorre el automóvil más 70 km. ¿Cuál es la velocidad de cada uno?

REPRESENTACIÓN	
Recorrido en bus	x
Recorrido en tren	y
Recorrido en auto	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 220$
[2]	$x + y = z \Leftrightarrow x + y - z = 0$
[3]	$2y + 3x = 2z + 70 \Leftrightarrow 3x + 2y - 2z = 70$

Ecuación	Variables			T.I	Suma
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	220	223
[2]	1	1	-1	0	1
[3]	3	2	-2	70	73
[4] 1 y 2		0	-2	-220	-224
[5] 1 y 3		-1	-5	-590	-586
[6] 4 y 5			-2	-220	-222

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 220$ $x + 40 + 110 = 220 \rightarrow x = 70$
[5]	$-y - 5z = -590$ $-y = -40 \rightarrow y = 40$
[6]	$-2z = -220 \rightarrow z = 110$

La solución del sistema es: $x=70$; $y=40$; $z=110$, por lo tanto, el recorrido que hace en bus, tren y automóvil es: 70; 40 y 110 km, respectivamente.

5. La suma de las edades de tres hermanos es 60 años, 4 veces la edad del primero menos el doble de la edad del segundo es igual a 0, y si el tercero se aumenta 5 se tendría el doble del primero aumentado en 10. ¿Cuál es la edad de cada uno?

REPRESENTACIÓN	
Primer hermano	x
Segundo hermano	y
Tercer hermano	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 60$
[2]	$4x - 2y = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y = 0$
[3]	$z + 5 = 2x + 10 \Leftrightarrow 2x - z = -5$

Ecuación	Variables			T.I	Suma
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	60	63
[2]	4	-2	0	0	2
[3]	2	0	-1	-5	-4
[4] 1 y 2		-6	-4	-240	-250
[5] 1 y 3		-2	-3	-125	-130
[6] 4 y 5			10	270	280

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 60$ $x + 22 + 27 = 60 \rightarrow x = 11$
[5]	$-2y - 3z = -125$ $-2y = -44 \rightarrow y = 22$
[6]	$10z = 270 \rightarrow z = 27$

La solución del sistema es: $x=11$; $y=22$; $z=27$, por lo tanto, la edad de cada hermano es: 11; 22 y 27 años.

6. La suma de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera es 180° . En cierto triángulo, el triple del ángulo menor es igual al mediano, y la diferencia entre el ángulo mayor y el ángulo mediano es el doble del ángulo menor. ¿Cuál es la medida de cada uno?

REPRESENTACIÓN	
Ángulo mayor	x
Ángulo mediano	y
Ángulo menor	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 180$
[2]	$3z = y \Leftrightarrow y - 3z = 0$
[3]	$x - y = 2z \Leftrightarrow x - y - 2z = 0$

Ecuación	Variables			T.I	Suma
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	180	183
[2]	0	1	-3	0	-2
[3]	1	-1	-2	0	-2
[4] 1 y 2		1	-3	0	-2
[5] 1 y 3		-2	-3	-180	-185
[6] 4 y 5			-9	-180	-189

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 180$ $x + 60 + 20 = 180 \rightarrow x = 100$
[5]	$-2y - 3z = -180$ $-2y = -120 \rightarrow y = 60$
[6]	$-9z = -180 \rightarrow z = 20$

La solución del sistema es: $x=100$; $y=60$; $z=20$, por lo tanto, la medida de los ángulos es 100; 60 y 20 grados.

7. Una parte de un capital de \$20 000 está invertida al 6%, otra parte al 8% y la otra al 10%, lo que produce en total un interés de \$1 500. Las inversiones al 8% y al 10% producen entre ambos \$420 más que la inversión al 6%. ¿A cuánto ascienden las cantidades invertidas al 6%, 8% y 10% respectivamente?

REPRESENTACIÓN	
Parte invertida al 6%	$C_1=x$
Parte invertida al 8%	$C_2=y$
Parte invertida al 10%	$C_3=z$

PLANTEO (ECUACIÓN)		
Para la ecuación [2] $I_1 + I_2 + I_3 = 1500$ $C_1 \cdot i_1 + C_2 \cdot i_2 + C_3 \cdot i_3 = 1500$ $C_1 \cdot 6\% + C_2 \cdot 8\% + C_3 \cdot 10\% = 1500$ $\frac{3C_1}{50} + \frac{2C_2}{25} + \frac{C_3}{10} = 1500$ $3C_1 + 4C_2 + 5C_3 = 75000$	Para la ecuación [3] $I_2 + I_3 = 420 + I_1$ $C_1 \cdot i_1 - C_2 \cdot i_2 - C_3 \cdot i_3 = -420$ $C_1 \cdot 6\% - C_2 \cdot 8\% - C_3 \cdot 10\% = -420$ $\frac{3C_1}{50} - \frac{2C_2}{25} - \frac{C_3}{10} = -420$ $3C_1 - 4C_2 - 5C_3 = -21000$	$\begin{cases} [1] & x + y + z = 20000 \\ [2] & 3x + 4y + 5z = 75000 \\ [3] & 3x - 4y - 5z = -21000 \end{cases}$

Aplicando el método del pivote, se obtiene que la solución del sistema es: $x=100$; $y=60$; $z=20$, por lo tanto, las cantidades invertidas son \$9 000; \$7 000 y \$4 000, respectivamente.

8. Tengo 13 monedas, de las cuales unas son de 1 dólar, otras de 25 centavos y las restantes de 5 centavos. El doble de las monedas de 25 centavos son la misma cantidad de las monedas de 5 centavos. Las de 1 dólar restadas con las de 25 centavos es igual a las monedas de 5 centavos más 1 moneda. ¿Cuántas monedas tengo de cada clase?

REPRESENTACIÓN	
Moneda de 1 dólar	x
Monedas de 25 ctvs.	y
Monedas de 5 ctvs.	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\begin{cases} [1] & x + y + z = 13 \\ [2] & 2y = z \\ [3] & x - y = z + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 13 \\ 2y - z = 0 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$	

Ecuación	Variables			T.I	
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	13	16
[2]	0	2	-1	0	1
[3]	1	-1	-1	1	0
[4] 1 y 2		2	-1	0	1
[5] 1 y 3		-2	-2	-12	-16
[6] 4 y 5			-6	-12	-18

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 13$ $x + 4 + 2 = 13 \rightarrow x = 7$
[5]	$-2y - 2z = -12$ $-y = -4 \rightarrow y = 4$
[6]	$-6z = -12 \rightarrow z = 2$

La solución del sistema es: $x=7$; $y=4$; $z=2$, por lo tanto, la cantidad de monedas que tiene de 1 dólar, de 25 y 5 centavos es: 7; 4 y 2 respectivamente.

9. Entre A, B y C tienen \$630. Si A da \$30 a B y B \$90 a C los tres tienen entonces la misma cantidad. ¿Cuántas monedas tengo de cada denominación?

REPRESENTACIÓN	
Cantidad de dinero que tiene A	x
Cantidad de dinero que tiene B	y
Cantidad de dinero que tiene C	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
$\begin{cases} [1] & x + y + z = 630 \\ [2] & x - 30 = y + 30 - 90 \\ [3] & y + 30 - 90 = z + 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 630 \\ x - y = -30 \\ y - z = 150 \end{cases}$	

Ecuación	Variables			T.I	
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	630	633
[2]	1	-1	0	-30	-30
[3]	0	1	-1	150	150
[4] 1 y 2		-2	-1	-660	-663
[5] 1 y 3		1	-1	150	150
[6] 4 y 5			3	360	363

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 630$ $x + 270 + 120 = 630 \rightarrow x = 240$
[5]	$y - z = 150$ $y = 270$
[6]	$3z = 360 \rightarrow z = 120$

La solución del sistema es: $x=240$; $y=270$; $z=120$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tiene A, B y C es: \$240; \$270 y \$120, respectivamente.

10. La suma de tres números es 36. El doble del mayor menos el menor es igual a 34. La suma entre el intermedio y el doble del mayor es igual a 50. Hallar los números.

REPRESENTACIÓN	
Número mayor	x
Número intermedio	y
Número menor	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 36$
[2]	$2x - z = 34$
[3]	$y + 2x = 50$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	36	39
[2]	2	0	-1	34	35
[3]	2	1	0	50	53
[4] 1 y 2		-2	-3	-38	-43
[5] 1 y 3		-1	-2	-22	-25
[6] 4 y 5			1	6	7

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 36$ $x + 10 + 6 = 36 \rightarrow x = 20$
[5]	$-y - 2z = -22$ $-y = -10 \rightarrow y = 10$
[6]	$z = 6$

La solución del sistema es: $x=20$; $y=10$; $z=6$, por lo tanto, los números son 20; 10 y 6.

11. La suma de tres números es 74. El mayor disminuido en 10 es igual al menor. La diferencia entre el mediano y el menor es igual al mayor disminuido en 26. Hallar los números.

REPRESENTACIÓN	
Número mayor	x
Número mediano	y
Número menor	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 74$
[2]	$x - 10 = z$
[3]	$y - z = x - 26$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	74	77
[2]	1	0	-1	10	10
[3]	1	-1	1	26	27
[4] 1 y 2		-1	-2	-64	-67
[5] 1 y 3		-2	0	-48	-50
[6] 4 y 5			-4	-80	-84

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 74$ $x + 24 + 20 = 74 \rightarrow x = 30$
[5]	$-2y + 0z = -48$ $-2y = -48 \rightarrow y = 24$
[6]	$-4z = -80 \rightarrow z = 20$

La solución del sistema es: $x=30$; $y=24$; $z=20$, por lo tanto, los números son: 30; 24 y 20.

12. Las edades de un padre y sus 2 hijos gemelos suman 42 años. El triple de la edad de uno de sus hijos sumada con la edad de su padre es 47 años. La edad del padre es igual a seis veces la edad del otro hijo sumado dos años. ¿Cuáles son las edades actuales de cada uno?

REPRESENTACIÓN	
Padre	x
Gemelos	y

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + y = 42$
[2]	$3y + x = 47$
[3]	$x = 6y + 2$

Observación: se utiliza las ecuaciones 1 y 2 porque los gemelos se representan con la misma variable y

	Variables		T.I	Suma
Ecuación	x	y	k	s
[1]	1	2	42	45
[2]	1	3	47	51
[3] 1 y 2		1	5	6

Sustituciones	
[2]	$x + 3y = 47$ $x + 3(5) = 47 \rightarrow x = 32$
[3]	$y = 5$

La solución del sistema es: $x=32$; $y=5$, así que, la edad del padre es 32 y la de sus hijos gemelos es de 5 años.

Observación: el planteamiento también se puede hacer con 3 variables x (padre) y (gemelo 1) y z (gemelo 2), obteniendo los mismos resultados.

13. La suma de las cifras de tres números es 18. Si el número se divide para la suma de las cifras de las decenas y las cifras de las unidades el cociente es 57 y el resto es 0. Si al número se le resta 198 es igual al mismo número con las cifras invertidas. Hallar el número.

REPRESENTACIÓN	
Centena	x
Decena	y
Unidad	z
Número	$100x+10y+z$
Número invertido	$100z+10y+x$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x+y+z=18$
[2]	$100x+10y+z=57(y+z) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=18 \\ 100x-47y-56z=0 \end{cases}$
[3]	$100x+10y+z-198=100z+10y+x \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=18 \\ x-z=2 \end{cases}$

Ecuación	Variables			T.I	Suma
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	18	21
[2]	100	-47	-56	0	-3
[3]	1	0	-1	2	2
[4] 1 y 2		-147	-156	-1800	-2103
[5] 1 y 3		-1	-2	-16	-19
[6] 4 y 5			138	552	690

Sustituciones	
[1]	$x+y+z=18$ $x+8+4=18 \rightarrow x=6$
[5]	$-y-2z=-16$ $-y=-8 \rightarrow y=8$
[6]	$138z=552 \rightarrow z=4$

La solución del sistema es: $x=6$; $y=8$; $z=4$, por lo tanto, el número es 684.

14. La suma de las edades de A, B y C es igual a 100 años. Si el doble de la edad de A más cuatro veces la edad de B, más el doble de la edad de C es igual a 260 años. La suma de A y B es igual a 80 años. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

REPRESENTACIÓN	
Edad de A	x
Edad de B	y
Edad de C	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x+y+z=100$
[2]	$2x+4y+2z=260 \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=100 \\ x+2y+z=130 \end{cases}$
[3]	$x+y=80$

Ecuación	Variables			T.I	Suma
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	100	103
[2]	1	2	1	130	134
[3]	1	1	0	80	82
[4] 1 y 2		1	0	30	31
[5] 1 y 3		0	-1	-20	-21
[6] 4 y 5			-1	-20	-21

Sustituciones	
[1]	$x+y+z=100$ $x+30+20=100 \rightarrow x=50$
[4]	$y-0z=30 \rightarrow y=30$
[6]	$-z=-20 \rightarrow z=20$

La solución del sistema es: $x=50$; $y=30$; $z=20$, por lo tanto, las edades de A, B y C son 50; 30 y 20 años.

15. Entre A, B y C tienen \$501. Si A tuviese \$15 menos, B \$5 más y C \$100 más, las tres tendrían la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto tiene cada uno?

REPRESENTACIÓN	
Cantidad de dinero de A	x
Cantidad de dinero de B	y
Cantidad de dinero de C	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x+y+z=501$
[2]	$\begin{cases} x-15=y+5 \\ x-15=z+100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=501 \\ x-y=20 \\ x-z=115 \end{cases}$

Ecuación	Variables			T.I	Suma
	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	501	504
[2]	1	-1	0	20	20
[3]	1	0	-1	115	115
[4] 1 y 2		-2	-1	-481	-484
[5] 1 y 3		-1	-2	-386	-389
[6] 4 y 5			3	291	294

Sustituciones	
[1]	$x+y+z=501$ $x+192+97=501 \rightarrow x=212$
[5]	$-y-2z=-386$ $-y=-192 \rightarrow y=192$
[6]	$3z=291 \rightarrow z=97$

La solución del sistema es: $x=212$; $y=192$; $z=97$, por lo tanto, la cantidad de dinero que tiene A, B y C es \$212; \$192; \$97 respectivamente.

16. La suma de tres números es igual a 30. Cuatro veces el primero, más el doble del segundo, más el tercero es igual a 52. Cuatro veces el primero es igual al tercer número. ¿Cuáles son los números?

REPRESENTACIÓN	
Primer número	x
Segundo número	y
Tercer número	z

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 30$
[2]	$4x + 2y + z = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ 4x + 2y + z = 52 \\ 4x - z = 0 \end{cases}$
[3]	$4x = z$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	30	33
[2]	4	2	1	52	59
[3]	4	0	-1	0	3
[4] 1 y 2		-2	-3	-68	-73
[5] 1 y 3		-4	-5	-120	-129
[6] 4 y 5			-2	-32	30

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 30$ $x + 10 + 16 = 30 \rightarrow x = 4$
[5]	$-4y - 5z = -120$ $-4y = -40 \rightarrow y = 10$
[6]	$-2z = -32 \rightarrow z = 16$

La solución del sistema es: $x=4$; $y=10$; $z=16$. Los números son: 4; 10 y 16.

17. La suma de tres cifras de un número es 6. La suma de la cifra de las decenas con la de las centenas es el doble de la de las unidades. Si se invierte la cifra de las unidades y las centenas el número se disminuye en 99. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN	
Cifra de las centenas	x
Cifra de las decenas	y
Cifra de las unidades	z
El número	$100x + 10y + z$
Número invertido	$100z + 10y + x$

PLANTEO (ECUACIÓN)	
[1]	$x + y + z = 6$
[2]	$y + x = 2z \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - z = 1 \end{cases}$
[3]	$100z + 10y + x = 100x + 10y + z - 99$

	Variables			T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	k	s
[1]	1	1	1	6	9
[2]	1	1	-2	0	0
[3]	1	0	-1	1	1
[4] 1 y 2		0	-3	-6	-9
[5] 1 y 3		-1	-2	-5	-8
[6] 4 y 5			-3	-6	-9

Sustituciones	
[1]	$x + y + z = 6$ $x + 1 + 2 = 6 \rightarrow x = 3$
[5]	$-y - 2z = -5$ $-y = -1 \rightarrow y = 1$
[6]	$-3z = -6 \rightarrow z = 2$

La solución del sistema es: $x=3$; $y=1$; $z=2$, así que, el número buscado es: 312.

18. La suma de los valores absolutos de las cifras de un número de cuatro cifras es 25. La cifra de los millares más la cifra de las unidades es igual a la cifra de las decenas. La suma de los millares y las decenas es igual a la cifra de las centenas. Si al número se suma 5904 resulta un número nuevo con las mismas cifras, pero en orden inverso. ¿Cuál es el número?

REPRESENTACIÓN		PLANTEO (ECUACIÓN)	
C. millares	x	[1]	$x + y + z + u = 25$
C. centenas	y	[2]	$x + u = z$
C. decenas	z	[3]	$x + z = y$
C. unidades	u	[4]	$1000x + 100y + 10z + u + 5904 = 1000u + 100z + 10y + x$
El número	$1000x + 100y + 10z + u$		
Número invertido	$1000u + 100z + 10y + x$		

Resolución por el método del pivote.

$$\begin{cases} x+y+z+u=25 \\ x-z+u=0 \\ x-y+z=0 \\ 111x+10y-10z-111u=-656 \end{cases}$$

	Variables				T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	u	k	s
[1]	1	1	1	1	25	29
[2]	1	0	-1	1	0	1
[3]	1	-1	1	0	0	1
[4]	111	10	-10	-111	-656	656
[5] 1 y 2		-1	-2	0	-25	-28
[6] 1 y 3		-2	0	-1	-25	-28
[7] 1 y 4		-101	-121	-222	-3431	-3875
[8] 5 y 6			-4	1	-25	-28
[9] 5 y 7			-81	222	906	1047
[10] 8 y 9				-807	-5649	-6456

Sustituciones	
[10]	$-807u = -5649 \rightarrow u = 7$
[9]	$-81z + 222u = 906$ $-81z = -648 \rightarrow z = 8$
[6]	$-2y - u = -25$ $-2y = -18 \rightarrow y = 9$
[1]	$x + y + z + u = 25$ $x + 9 + 8 + 7 = 25$ $x = 1$

La solución del sistema es: $x=1$; $y=9$; $z=8$; $u=7$, por lo tanto, el número buscado es: 1987.

SISTEMAS LINEALES (4X4)

PÁGINA 144

1.- Resolver los sistemas siguientes por el método del pivote:

$$1. \begin{cases} [1] & 4 = u + x + z + y \\ [2] & 2y + x + 3z + 4u = 3 \\ [3] & 5z + 2x + 3y + 6u = 9 \\ [4] & 41 = 3x - 4y + 2z - 3u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & 4 = u + x + z + y \\ [2] & 2y + x + 3z + 4u = 3 \\ [3] & 5z + 2x + 3y + 6u = 9 \\ [4] & 41 = 3x - 4y + 2z - 3u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + z + y + u = 4 \\ x + 2y + 3z + 4u = 3 \\ 2x + 3y + 5z + 6u = 9 \\ 3x - 4y + 2z - 3u = 41 \end{cases}$$

	Variables				T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	u	k	s
[1]	1	1	1	1	4	8
[2]	1	2	3	4	3	13
[3]	2	3	5	6	9	25
[4]	3	-4	2	-3	41	39
[5] 1 y 2		1	2	3	-1	5
[6] 1 y 3		1	3	4	1	9
[7] 1 y 4		-7	-1	-6	29	15
[8] 5 y 6			1	1	2	4
[9] 5 y 7			13	15	22	50
[10] 8 y 9				2	-4	-2

Sustituciones	
[1]	$x + y + z + u = 4$ $x - 3 + 4 - 2 = 4 \rightarrow x = 5$
[5]	$y + 2z + 3u = -1$ $y + 2(4) + 3(-2) = -1 \rightarrow y = -3$
[8]	$z + u = 2$ $z - 2 = 2 \rightarrow z = 4$
[10]	$2u = -4 \rightarrow u = -2$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=5$; $y=-3$; $z=4$; $u=-2$.

$$2. \begin{cases} [1] & x + 2y + 3z - 4u = 16 \\ [2] & z + 2x - 10 = 0 \\ [3] & -25 + 4y + 2z + u = 0 \\ [4] & 3y + 4x - 5z = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [1] & x + 2y + 3z - 4u = 16 \\ [2] & z + 2x - 10 = 0 \\ [3] & -25 + 4y + 2z + u = 0 \\ [4] & 3y + 4x - 5z = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 3z - 4u = 16 \\ 2x + z = 10 \\ 4y + 2z + u = 25 \\ 4x + 3y - 5z = 21 \end{cases}$$

	Variables				T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	u	k	s
[1]	1	2	3	-4	16	18
[2]	2	0	1	0	10	13
[3]	0	4	2	1	25	32
[4]	4	3	-5	0	21	23
[5] 1 y 2		-4	-5	8	-22	-23
[6] 1 y 3		4	2	1	25	32
[7] 1 y 4		-5	-17	16	-43	-49
[8] 5 y 6			12	-36	-12	-36
[9] 5 y 7			43	-24	62	81
[10] 8 y 9				1260	1260	2520

Sustituciones	
[1]	$x + 2y + 3z - 4u = 16$ $x + 2(5) + 3(2) - 4(1) = 16 \rightarrow x = 4$
[5]	$-4y - 5z + 8u = -22$ $-4y - 5(2) + 8(1) = -22 \rightarrow y = 5$
[8]	$12z - 36u = -12$ $12z - 36(1) = -12 \rightarrow z = 2$
[10]	$1260u = 1260 \rightarrow u = 1$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=4$; $y=5$; $z=2$; $u=1$.

$$3. \begin{cases} [1] & u+x-y+z=3 \\ [2] & z+x-y-u=4 \\ [3] & 1+2x+3y-z+2u=0 \\ [4] & x+y+z-u-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] & u+x-y+z=3 \\ [2] & z+x-y-u=4 \\ [3] & 1+2x+3y-z+2u=0 \\ [4] & x+y+z-u-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y+z+u=3 \\ x-y+z-u=4 \\ 2x+3y-z+2u=-1 \\ x+y+z-u=2 \end{cases}$$

	Variables				T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	u	k	s
[1]	1	-1	1	1	3	5
[2]	1	-1	1	-1	4	4
[3]	2	3	-1	2	-1	5
[4]	1	1	1	-1	2	4
[5] 1 y 2		0	0	-2	1	-1
[6] 1 y 3		5	-3	0	-7	-5
[7] 1 y 4		2	0	-2	-1	-1
[8] 5 y 6			0	10	-5	5

Sustituciones	
[1]	$x-y+z+u=3$ $x-(-1)+(2/3)+(-1/2)=3 \rightarrow x=11/6$
[6]	$5y-3z=-7$ $5(-1)-3z=-7 \rightarrow z=2/3$
[7]	$2y-2u=-1$ $2y-2(-1/2)=-1 \rightarrow y=-1$
[8]	$10u=-5 \rightarrow u=-1/2$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=11/6$; $y=-1$; $z=2/3$; $u=-1/2$

$$4. \begin{cases} [1] & z+x-y-u=0 \\ [2] & y+x-z+2u=2 \\ [3] & -2x-y+3z+u=5 \\ [4] & 3=4u+x-2y+2z \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] & z+x-y-u=0 \\ [2] & y+x-z+2u=2 \\ [3] & -2x-y+3z+u=5 \\ [4] & 3=4u+x-2y+2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y+z-u=0 \\ y+x-z+2u=2 \\ -2x-y+3z+u=5 \\ x-2y+2z+4u=3 \end{cases}$$

	Variables				T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	u	k	s
[1]	1	-1	1	-1	0	0
[2]	1	1	-1	2	2	5
[3]	-2	-1	3	1	5	6
[4]	1	-2	2	4	3	8
[5] 1 y 2		2	-2	3	2	5
[6] 1 y 3		-3	5	-1	5	6
[7] 1 y 4		-1	1	5	3	8
[8] 5 y 6			4	7	16	27
[9] 5 y 7			0	13	8	21
[10] 8 y 9				52	32	84

Sustituciones	
[1]	$x-y+z-u=0$ $x-3+(38/13)-(8/13)=0$ $x=9/13$
[5]	$2y-2z+3u=2$ $2y-2(38/13)+3(8/13)=2 \rightarrow y=3$
[8]	$4z+7u=16$ $4z+7(8/13)=16 \rightarrow z=38/13$
[10]	$52u=32 \rightarrow u=8/13$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=9/13$; $y=3$; $z=38/13$; $u=8/13$.

$$5. \begin{cases} [1] & z+x+y+u=4 \\ [2] & 2y+x+3z-u=-1 \\ [3] & u+3x+4y+2z=-5 \\ [4] & x+3z+4y-u+7=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1] & z+x+y+u=4 \\ [2] & 2y+x+3z-u=-1 \\ [3] & u+3x+4y+2z=-5 \\ [4] & x+3z+4y-u+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z+u=4 \\ x+2y+3z-u=-1 \\ 3x+4y+2z+u=-5 \\ x+4y+3z-u=-7 \end{cases}$$

	Variables				T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	u	k	s
[1]	1	1	1	1	4	8
[2]	1	2	3	-1	-1	4
[3]	3	4	2	1	-5	5
[4]	1	4	3	-1	-7	0
[5] 1 y 2		1	2	-2	-5	-4
[6] 1 y 3		1	-1	-2	-17	-19
[7] 1 y 4		3	2	-2	-11	-8
[8] 5 y 6			-3	0	-12	-15
[9] 5 y 7			-4	4	4	4
[10] 8 y 9				-12	-60	-72

Sustituciones	
[1]	$x+y+z+u=4$ $x-3+4+5=4 \rightarrow x=-2$
[5]	$y+2z-2u=-5$ $y+2(4)-2(5)=-5 \rightarrow y=-3$
[8]	$-3z=-12$ $z=-12/-3 \rightarrow z=4$
[10]	$-12u=-60 \rightarrow u=5$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=-2$; $y=-3$; $z=4$; $u=5$.

$$6. \begin{cases} [1] & y+x-z+4=0 \\ [2] & 2z+4x+3y-9-u=0 \\ [3] & 1+2x-y-4z+u=0 \\ [4] & 2y+x+2z+4u=3 \end{cases} \quad \begin{cases} [1] & y+x-z+4=0 \\ [2] & 2z+4x+3y-9-u=0 \\ [3] & 1+2x-y-4z+u=0 \\ [4] & 2y+x+2z+4u=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y-z=-4 \\ 4x+3y+2z-u=9 \\ 2x-y-4z+u=-1 \\ x+2y+2z+4u=3 \end{cases}$$

	Variables				T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	u	k	s
[1]	1	1	-1	0	-4	-3
[2]	4	3	2	-1	9	17
[3]	2	-1	-4	1	-1	-3
[4]	1	2	2	4	3	12
[5] 1 y 2		-1	6	-1	25	29
[6] 1 y 3		-3	-2	1	7	3
[7] 1 y 4		1	3	4	7	15
[8] 5 y 6			20	-4	68	84
[9] 5 y 7			-9	-3	-32	-44
[10] 8 y 9				-96	-28	-124

Sustituciones	
[1]	$x+y-z=-4$ $x+(-109/24)-(83/24)=-4 \rightarrow x=4$
[5]	$-y+6z-u=25$ $-y+6(83/24)-7/24=25 \rightarrow y=-109/24$
[8]	$20z-4u=68$ $20z-4(7/24)=68 \rightarrow z=83/24$
[10]	$-96u=-28 \rightarrow u=7/24$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=4$; $y=-109/24$; $z=83/24$; $u=7/24$.

$$7. \begin{cases} [1] & 4/u+2/x+1/z-3/y=0 \\ [2] & 1/y+3/x-3/u=5/z-10 \\ [3] & 6/x+2/y+1/u=-1/3+1/z \\ [4] & 5/y+4/z=-6-1/x+3/u \end{cases} \quad \begin{cases} [1] & 4/u+2/x+1/z-3/y=0 \\ [2] & 1/y+3/x-3/u=5/z-10 \\ [3] & 6/x+2/y+1/u=-1/3+1/z \\ [4] & 5/y+4/z=-6-1/x+3/u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1-3y_1+z_1+4u_1=0 \\ 3x_1+y_1-5z_1-3u_1=-10 \\ 6x_1+2y_1-z_1+u_1=-1/3 \\ 1x_1+5y_1+4z_1-3u_1=-6 \end{cases}$$

	Variables				T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	u	k	s
[1]	2	-3	1	4	0	4
[2]	3	1	-5	-3	-10	-14
[3]	6	2	-1	1	-0,3333	7,66667
[4]	1	5	4	-3	-6	1
[5] 1 y 2		11	-13	-18	-20	-40
[6] 1 y 3		22	-8	-22	-0,6667	-8,6667
[7] 1 y 4		13	7	-10	-12	-2
[8] 5 y 6			198	154	432,667	784,667
[9] 5 y 7			246	124	128	498
[10] 8 y 9				-13332	-81092	-94424

Sustituciones	
[1]	$2x_1-3y_1+z_1+4u_1=0$ $x_1=-2911/909$
[5]	$11y_1-13z_1-18u_1=-20$ $y_1=4660/909$
[9]	$246z_1+124u_1=128$ $z_1=-2314/909$
[10]	$-13332u_1=-81092$ $u_1=1843/303$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=-909/2911$; $y=909/4660$; $z=-909/2314$; $u=303/1843$.

$$8. \begin{cases} [1] & 10=1/y+1/x+1/z+1/u \\ [2] & 2=2/u+2/x-1/y-2/z \\ [3] & 3/z+1/x-2/y-1/u=2 \\ [4] & 2/u+1/x+2/y-4/z=1 \end{cases} \quad \begin{cases} [1] & 10=1/y+1/x+1/z+1/u \\ [2] & 2=2/u+2/x-1/y-2/z \\ [3] & 3/z+1/x-2/y-1/u=2 \\ [4] & 2/u+1/x+2/y-4/z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+y_1+z_1+u_1=10 \\ 2x_1-y_1-2z_1+2u_1=2 \\ x_1-2y_1+3z_1-u_1=2 \\ x_1+2y_1-4z_1+2u_1=1 \end{cases}$$

	Variables				T.I	Suma
Ecuación	x	y	z	u	k	s
[1]	1	1	1	1	10	14
[2]	2	-1	-2	2	2	3
[3]	1	-2	3	-1	2	3
[4]	1	2	-4	2	1	2
[5] 1 y 2		-3	-4	0	-18	-25
[6] 1 y 3		-3	2	-2	-8	-11
[7] 1 y 4		1	-5	1	-9	-12
[8] 5 y 6			-18	6	-30	-42
[9] 5 y 7			19	-3	45	61
[10] 8 y 9				-60	-240	-300

Sustituciones	
[1]	$x_1+y_1+z_1+u_1=10$ $x_1+2+3+4=10 \rightarrow x_1=1$
[5]	$-3y_1-4z_1=-18$ $-3y_1-4(3)=-18 \rightarrow y_1=2$
[8]	$-18z_1+6u_1=-30$ $-18z_1+6(4)=-30 \rightarrow z_1=3$
[10]	$-60u_1=-240 \rightarrow u_1=4$

Por lo tanto, la solución del sistema es: $x=1$; $y=1/2$; $z=1/3$; $u=1/4$.

CAPÍTULO 7

SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

SISTEMAS DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

PÁGINA 152

1.- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones y verificar las soluciones (graficador):

Observación: las gráficas las puede ver en Anexos

1.
$$\begin{cases} y^2 = 4x \\ x + y = 3 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y^2 = 4x$
2. $x + y = 3$
3. $y = 2\sqrt{x}$
4. $y = 3 - x$
5. $2\sqrt{x} = 3 - x$
6. $(2\sqrt{x})^2 = (3 - x)^2$
7. $4x = 9 - 6x + x^2$
8. $x_1 = 9 \vee x_2 = 1$
9. $y_1 = -6 \vee y_2 = 2$
10. $CS = \{(9; -6), (1; 2)\}$

RAZONES

Dato (Parábola)
 Dato (Recta)
 Despeje de y en 1
 Despeje de y en 2
 Igualación entre 3 y 4
 $T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$
 $(\sqrt[n]{a})^n = a$. Binomio al cuadrado
 TT y Factorización
 Reemplazo (x) en 4
 Def. Conjunto solución

2.
$$\begin{cases} x^2 = 9y \\ x - y = 2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x^2 = 9y$
2. $x - y = 2$
3. $x = 3\sqrt{y}$
4. $x = 2 + y$
5. $3\sqrt{y} = 2 + y$
6. $(3\sqrt{y})^2 = (2 + y)^2$
7. $9y = 4 + 4y + y^2$
8. $y^2 - 5y + 4 = 0$
9. $y_1 = 4 \vee y_2 = 1$
10. $x_1 = 6 \vee x_2 = 3$
11. $CS = \{(6; 4), (3; 1)\}$

RAZONES

Dato (Parábola)
 Dato (Recta)
 Despeje de x en 1
 Despeje de x en 2
 Igualación entre 3 y 4
 $T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$
 $(\sqrt[n]{a})^n = a$. Binomio al cuadrado
 Transposición de términos
 Factorización
 Reemplazo (y) en 4
 Def. Conjunto solución

3.
$$\begin{cases} y^2 = 2x \\ y = x \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y^2 = 2x$
2. $y = x$
3. $y = \sqrt{2x}$
4. $\sqrt{2x} = x$
5. $(\sqrt{2x})^2 = (x)^2$
6. $2x = x^2$
7. $x^2 - 2x = 0$
8. $x_1 = 0 \vee x_2 = 2$
9. $y_1 = 0 \vee y_2 = 2$
10. $CS = \{(0; 0), (2; 2)\}$

RAZONES

Dato (Parábola)
 Dato (Recta)
 Despeje de y en 1
 Igualación entre 2 y 3
 $T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$
 $(\sqrt[n]{a})^n = a$. Binomio al cuadrado
 Transposición de términos
 Factorización
 Reemplazo (x) en 2
 Def. Conjunto solución

$$4. \begin{cases} y^2 = x \\ y + 2x = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y^2 = x$
2. $y + 2x = 1$
3. $x = \frac{1-y}{2}$
4. $y^2 = \frac{1-y}{2}$
5. $2y^2 = 1-y$
6. $2y^2 + y - 1 = 0$
7. $y_1 = 1/2 \vee y_2 = -1$
8. $x_1 = 1/4 \vee x_2 = 1$
9. $CS = \{(0,25;0,5), (1;-1)\}$

$$5. \begin{cases} y = x^2 \\ y = 18 - x^2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = x^2$
2. $y = 18 - x^2$
3. $x^2 = 18 - x^2$
4. $x^2 + x^2 = 18$
5. $2x^2 = 18$
6. $x^2 = 18/2$
7. $x^2 = 9$
8. $x_1 = 3 \vee x_2 = -3$
9. $y_1 = 9 \vee y_2 = 9$
10. $CS = \{(-3;9), (3;9)\}$

$$6. \begin{cases} y = x^2 + 4 \\ y = -2x^2 - 6 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = x^2 + 4$
2. $y = -2x^2 - 6$
3. $x^2 + 4 = -2x^2 - 6$
4. $x^2 + 2x^2 = -6 - 4$
5. $3x^2 = -10$
6. $x^2 = -10/3$
7. $CS = \{ \}$

$$7. \begin{cases} x^2 + 3y^2 = 7 \\ 2x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 3y^2 = 7$
2. $2x^2 - y^2 = 7$
3. $x = \sqrt{7 - 3y^2}$
4. $x = \sqrt{(7 + y^2)/2}$
5. $\sqrt{7 - 3y^2} = \sqrt{(7 + y^2)/2}$
6. $(\sqrt{7 - 3y^2})^2 = (\sqrt{(7 + y^2)/2})^2$
7. $7 - 3y^2 = (7 + y^2)/2$
8. $14 - 6y^2 = 7 + y^2$
9. $7y^2 = 7$
10. $y_1 = 1 \vee y_2 = -1$
11. $x_1 = \pm 2 \vee x_2 = \pm 2$
12. $CS = \{(-2;1), (-2;-1), (2;1), (2;-1)\}$

RAZONES

Dato (Parábola)

Dato (Recta)

Despeje de x en 2

Igualación entre 1 y 3

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Transposición de términos

Factorización

Reemplazo (y) en 1

Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Parábola)

Dato (Parábola)

Igualación entre 1 y 2

Transposición de términos

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Simplificación

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Reemplazo (x) en 1

Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Parábola)

Dato (Parábola)

Igualación entre 1 y 2

Transposición de términos

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Elipse)

Dato (Hipérbola)

Despeje de x en 1

Despeje de x en 2

Igualación entre 3 y 4

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$ $(\sqrt[n]{a})^n = a$ T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Transposición de términos y TS

T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$

Reemplazo (y) en 3

Def. Conjunto solución

$$8. \begin{cases} 18x^2 + 3y^2 = 5 \\ 2x^2 + 3y^2 = 7 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $18x^2 + 3y^2 = 5$
2. $2x^2 + 3y^2 = 7$
3. $3y^2 = 5 - 18x^2$
4. $3y^2 = 7 - 2x^2$
5. $5 - 18x^2 = 7 - 2x^2$
6. $16x^2 = -2$
7. $x^2 = -2/16$
8. $x^2 = -1/8$
9. $CS = \{ \}$

$$9. \begin{cases} y = x^2 + 2 \\ y = -x^2 + 8 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = x^2 + 2$
2. $y = -x^2 + 8$
3. $x^2 + 2 = -x^2 + 8$
4. $x^2 + x^2 = 8 - 2$
5. $2x^2 = 6$
6. $x^2 = 6/2$
7. $x^2 = 3$
8. $x_1 = \sqrt{3} \vee x_2 = -\sqrt{3}$
9. $y_1 = 5 \vee y_2 = 5$
10. $CS = \{(\sqrt{3}; 5), (-\sqrt{3}; 5)\}$

$$10. \begin{cases} y = x^2 - 5 \\ y = 3x^2 - 7 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = x^2 - 5$
2. $y = 3x^2 - 7$
3. $x^2 - 5 = 3x^2 - 7$
4. $3x^2 - x^2 = 7 - 5$
5. $2x^2 = 2$
6. $x^2 = 2/2$
7. $x^2 = 1$
8. $x_1 = 1 \vee x_2 = -1$
9. $y_1 = -4 \vee y_2 = -4$
10. $CS = \{(-1; -4), (1; -4)\}$

$$11. \begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 + y^2 = 68 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x + y = 10$
2. $x^2 + y^2 = 68$
3. $y = 10 - x$
4. $x^2 + (10 - x)^2 = 68$
5. $x^2 + 100 - 20x + x^2 = 68$
6. $2x^2 - 20x + 32 = 0$
7. $x^2 - 10x + 16 = 0$
8. $x_1 = 8 \vee x_2 = 2$
9. $y_1 = 2 \vee y_2 = 8$
10. $CS = \{(8; 2), (2; 8)\}$

RAZONES

Dato (Elipse)
Dato (Elipse)
Despeje de $3y^2$ en 1
Despeje de $3y^2$ en 2

Igualación entre 3 y 4
Transposición de términos y TS
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$
Simplificación
Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Parábola)
Dato (Parábola)
Igualación entre 1 y 2
Transposición de términos
Términos semejantes
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$
Simplificación
T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
Reemplazo (x) en 1
Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Parábola)
Dato (Parábola)
Igualación entre 1 y 2
Transposición de términos
Términos semejantes
T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$
Simplificación
T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
Reemplazo (x) en 1
Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Recta)
Dato (Circunferencia)
Despeje de y en 1
Sustitución de 3 en 2
Binomio al cuadrado
Transposición de T. y TS
Dividir para 2
Factorización
Reemplazo (x) en 3
Def. Conjunto solución

$$12. \begin{cases} x - 3y = 12 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x - 3y = 12$
2. $x^2 - y^2 = 7$
3. $x = 3y + 12$
4. $(3y + 12)^2 - y^2 = 7$
5. $9y^2 + 72y + 144 - y^2 = 7$
6. $8y^2 + 72y + 137 = 0$
7. $y_1 = (-18 + 5\sqrt{2}) / 4 \vee y_2 = (-18 - 5\sqrt{2}) / 4$
8. $x_1 = (-6 + 15\sqrt{2}) / 4 \vee x_2 = (-6 - 15\sqrt{2}) / 4$
9. $CS = \{(3, 80; -2, 73), (-6, 80; -6, 27)\}$

$$13. \begin{cases} xy = 2 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x \cdot y = 2$
2. $x^2 - y^2 = 3$
3. $x = 2 / y$
4. $(2 / y)^2 - y^2 = 3$
5. $4 / y^2 - y^2 = 3$
6. $4 - y^4 = 3y^2$
7. $y^4 - 3y^2 - 4 = 0$
8. $(y^2)^2 - 3y^2 - 4 = 0$
9. $(y^2 - 4)(y^2 + 1) = 0$
10. $y_1 = 2 \vee y_2 = -2$
11. $x_1 = 1 \vee x_2 = -1$
12. $CS = \{(-2; -1), (2; 1)\}$

$$14. \begin{cases} 3x - x \cdot y = 4 \\ x^2 + x \cdot y = 6 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3x - x \cdot y = 4$
2. $x^2 + x \cdot y = 6$
3. $x \cdot y = 3x - 4$
4. $x \cdot y = 6 - x^2$
5. $3x - 4 = 6 - x^2$
6. $x^2 + 3x - 10 = 0$
7. $x_1 = 2 \vee x_2 = -5$
8. $y_1 = 1 \vee y_2 = 19 / 5$
9. $CS = \{(-5; 3, 8), (2; 1)\}$

$$15. \begin{cases} x + y = -3 \\ x^2 + y^2 = 45 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x + y = -3$
2. $x^2 + y^2 = 45$
3. $y = -3 - x$
4. $x^2 + (-3 - x)^2 = 45$
5. $x^2 + 9 + 6x + x^2 = 45$
6. $2x^2 + 6x - 36 = 0$
7. $x^2 + 3x^2 - 18 = 0$

RAZONES

Dato (Recta)
 Dato (Hipérbola)
 Despeje de x en 1
 Sustitución de 3 en 2
 Binomio al cuadrado
 Transposición de T. y TS
 Factorización
 Reemplazo (y) en 3
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Hipérbola)
 Dato (Hipérbola)
 Despeje de x en 1
 Sustitución de 3 en 2
 Def. de potencia
 Eliminar denominador
 Transposición de términos
 $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
 Trinomio $x^2 + px + q$
 TFO y Transposición de T.
 Reemplazo (y) en 3
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Hipérbola)
 Dato (Hipérbola)
 Despeje de xy en 1
 Despeje de xy en 2
 Igualación entre 3 y 4
 Transposición de T. y TS
 Factorización
 Reemplazo (x) en 3
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Recta)
 Dato (Circunferencia)
 Despeje de y en 1
 Sustitución de 3 en 2
 Binomio al cuadrado
 Transposición de T. y TS
 Dividir para 2

8. $x_1 = 3 \vee x_2 = -6$
 9. $y_1 = -6 \vee y_2 = 3$
 10. $CS = \{(-6; 3), (3; -6)\}$

16.
$$\begin{cases} x = y - 2 \\ y^2 = 2x^2 + 8 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x = y - 2$
 2. $y^2 = 2x^2 + 8$
 3. $y = x + 2$
 4. $(x + 2)^2 = 2x^2 + 8$
 5. $x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 8$
 6. $x^2 - 4x + 4 = 0$
 7. $x = 2$
 8. $y = 4$
 9. $CS = \{(2; 4)\}$

17.
$$\begin{cases} (x + y)^2 = 289 \\ x^2 + y^2 = 169 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $(x + y)^2 = 289$
 2. $x^2 + y^2 = 169$
 3. $x^2 + 2xy + y^2 = 289$
 4. $x^2 = 169 - y^2$
 5. $169 - y^2 + 2y\sqrt{169 - y^2} + y^2 = 289$
 6. $2y\sqrt{169 - y^2} = 120$
 7. $(2y\sqrt{169 - y^2})^2 = (120)^2$
 8. $4y^2(169 - y^2) = 14400$
 9. $y^2(169 - y^2) = 3600$
 10. $169y^2 - y^4 = 3600$
 11. $y^4 - 169y^2 + 3600 = 0$
 12. $(y^2)^2 - 169y^2 + 3600 = 0$
 13. $(y^2 - 144)(y^2 - 25) = 0$
 14. $y_1 = 12 \vee y_2 = -12 \vee y_3 = 5 \vee y_4 = -5$
 15. $x_1 = 5 \vee x_2 = -5 \vee x_3 = 12 \vee x_4 = -12$
 16. $CS = \{(-12; -5), (-5; -12), (12; 5), (5; 12)\}$

18.
$$\begin{cases} xy / 2 = 96 \\ x^2 + y^2 = (x + y - 8)^2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $xy / 2 = 96$
 2. $x^2 + y^2 = (x + y - 8)^2$
 3. $x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 64 + 2xy - 16x - 16y$
 4. $16x - 2xy + 16y - 64 = 0$
 5. $8x - xy + 8y - 32 = 0$
 6. $xy = 192$
 7. $8x - 192 + 8y - 32 = 0$
 8. $8x + 8y - 224 = 0$
 9. $x + y - 28 = 0$
 10. $y = 28 - x$
 11. $x(28 - x) = 192$

Factorización
 Reemplazo (x) en 3
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Recta)
 Dato (Hipérbola)
 Despeje de y en 1
 Sustitución de 3 en 2
 Binomio al cuadrado
 Transposición de T. y TS
 Factorización
 Reemplazo (x) en 3
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Rectas paralelas)
 Dato (Circunferencia)
 Binomio al cuadrado en 1
 Despeje de x^2 en 2
 Sustitución de 4 en 3
 Transposición de T. y TS
 $T: a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$
 $(\sqrt[n]{a})^n = a$
 Dividir para 4
 Axi. Distributivo
 Transposición de T.
 Trinomio $x^2 + px + q$
 TFO
 Factorización
 Reemplazo (Y) en 4
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Hipérbola)
 Dato (Hipérbola)
 Trinomio al cuadrado en 2
 Transposición de T. y TS
 Dividir para 2
 Despeje de xy de 1
 Sustitución de 6 en 5
 Términos semejantes
 Dividir para 8
 Despeje de y
 Sustitución de 10 en 6

12. $28x - x^2 = 192$
 13. $x^2 - 28x + 192 = 0$
 14. $x_1 = 16 \vee x_2 = 12$
 15. $y_1 = 12 \vee y_2 = 16$
 16. $CS = \{(16;12), (12;16)\}$

19.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ 2x^2 + 3y^2 = 18 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + y^2 = 4$
 2. $2x^2 + 3y^2 = 18$
 3. $3y^2 = 5 - 18x^2$
 4. $3y^2 = 7 - 2x^2$
 5. $5 - 18x^2 = 7 - 2x^2$
 6. $16x^2 = -2$
 7. $x^2 = -2/16$
 8. $x^2 = -1/8$
 9. $CS = \{ \}$

20.
$$\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 18 \\ 15x^2 - 2y^2 = 8 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3x^2 + 2y^2 = 18$
 2. $15x^2 - 2y^2 = 8$
 3. $y = \sqrt{(18 - 3x^2)/2}$
 4. $y = \sqrt{(15x^2 - 8)/2}$
 5. $\sqrt{(18 - 3x^2)/2} = \sqrt{(15x^2 - 8)/2}$
 6. $\left(\sqrt{(18 - 3x^2)/2}\right)^2 = \left(\sqrt{(15x^2 - 8)/2}\right)^2$
 7. $(18 - 3x^2)/2 = (15x^2 - 8)/2$
 8. $18 - 3x^2 = 15x^2 - 8$
 9. $18x^2 = 26$
 10. $x^2 = 13/9$
 11. $x_1 = \sqrt{13}/3 \vee x_2 = -\sqrt{13}/3$
 12. $y_1 = \pm\sqrt{246}/6 \vee y_2 = \pm\sqrt{246}/6$
 13. $CS = \left\{ \begin{aligned} &(-1,2;2,61), (-1,2;-2,61), \\ &(1,2;2,61), (1,2;-2,61) \end{aligned} \right\}$

21.
$$\begin{cases} x^2 + 2xy - 5y^2 = -5 \\ 2x^2 - xy - 6y^2 = 4 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x^2 + 2xy - 5y^2 = -5$
 2. $2x^2 - xy - 6y^2 = 4$
 3. $x = \frac{-2y \pm \sqrt{(2y)^2 - 4(-5y^2 + 5)}}{2}$
 4. $x = \frac{-2y \pm \sqrt{24y^2 - 20}}{2}$
 5. $x_1 = -y + \sqrt{6y^2 - 5} \vee x_2 = -y - \sqrt{6y^2 - 5}$
 6. $2(-y + \sqrt{6y^2 - 5})^2 - y(-y + \sqrt{6y^2 - 5}) - 6y^2 = 4$
 7. $9y^2 - 5y\sqrt{6y^2 - 5} - 14 = 0$

Axi. Distributivo
 Transposición de términos
 Raíces de 13
 Sustitución de 13 en 10
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Circunferencia)
 Dato (Elipse)
 Despeje de $3y^2$ en 1
 Despeje de $3y^2$ en 2
 Igualación entre 3 y 4
 Transposición de términos y TS
 T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$
 Simplificación
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Circunferencia)
 Dato (Hipérbola)
 Despeje de y en 1
 Despeje de y en 2
 Igualación entre 3 y 4
 T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$
 $(\sqrt[n]{a})^n = a$
 Eliminación de denominadores
 Transposición de T. y TS
 T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$
 T: $x^2 = k \Leftrightarrow x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}; k > 0$
 Reemplazo (X) en 4
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Hipérbola)
 Dato (Hipérbola)
 Fórmula General en 1
 Operaciones algebraicas
 Factor común, simplificación
 Reemplazar x_1 en 2

8. $9y^2 - 14 = 5y\sqrt{6y^2 - 5}$
9. $(9y^2 - 14)^2 = (5y\sqrt{6y^2 - 5})^2$
10. $69y^4 + 127y^2 - 196 = 0$
11. $69m^2 + 127m - 196 = 0$
12. $m_1 = 1 \vee m_2 = -196/69$
13. $y^2 = 1 \vee y^2 = -196/69$
14. $y_1 = 1 \vee y_2 = -1 \vee y_3 = \frac{14\sqrt{69}}{69}i \vee y_4 = -\frac{14\sqrt{69}}{69}i$
15. $y_1 = 1(F) \vee y_2 = -1(V)$
16. $2(-y - \sqrt{6y^2 - 5})^2 - y(-y - \sqrt{6y^2 - 5}) - 6y^2 = 4$
17. $y_1 = 1(V) \vee y_2 = -1(F)$
18. $x^2 + 2xy - 5y^2 = -5; y = 1$
19. $x_1 = 0(F) \vee x_2 = -2(V)$
20. $x^2 + 2xy - 5y^2 = -5; y = -1$
21. $x_1 = 0(F) \vee x_2 = 2(V)$
22. $CS = \{(-2;1), (2;-1)\}$

$$22. \begin{cases} 4x^2 + 3xy + 2y^2 = 3 \\ 2x^2 + 6xy + y^2 = -3 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $4x^2 + 3xy + 2y^2 = 3$
2. $2x^2 + 6xy + y^2 = -3$
3. $x = \frac{-6y \pm \sqrt{(6y)^2 - 4 \cdot 2(y^2 + 3)}}{4}$
4. $x = \frac{-6y \pm \sqrt{28y^2 - 24}}{4}$
5. $x_1 = \frac{-3y + \sqrt{7y^2 - 6}}{2} \vee x_2 = \frac{-3y - \sqrt{7y^2 - 6}}{2}$
6. $4\left(\frac{-3y + \sqrt{7y^2 - 6}}{2}\right)^2 + 3y\left(\frac{-3y + \sqrt{7y^2 - 6}}{2}\right) + 2y^2 = 3$
7. $\frac{27y^2}{2} - \frac{9y\sqrt{7y^2 - 6}}{2} - 9 = 0$
8. $27y^2 - 9y\sqrt{7y^2 - 6} - 18 = 0$
9. $27y^2 - 18 = 9y\sqrt{7y^2 - 6}$
10. $(27y^2 - 18)^2 = (9y\sqrt{7y^2 - 6})^2$
11. $162y^4 - 486y^2 + 324 = 0$
12. $162m^2 - 486m + 324 = 0$
13. $m_1 = 2 \vee m_2 = 1$
14. $y^2 = 2 \vee y^2 = 1$
15. $y_1 = \sqrt{2} \vee y_2 = -\sqrt{2} \vee y_3 = 1 \vee y_4 = -1$
16. $y_1 = \sqrt{2}(V) \vee y_2 = -\sqrt{2}(F) \vee y_3 = 1(V) \vee y_4 = -1(F)$
17. $4\left(\frac{-3y - \sqrt{7y^2 - 6}}{2}\right)^2 + 3y\left(\frac{-3y - \sqrt{7y^2 - 6}}{2}\right) + 2y^2 = 3$
18. $y_1 = \sqrt{2} \vee y_2 = -\sqrt{2} \vee y_3 = 1 \vee y_4 = -1$
19. $y_1 = \sqrt{2}(F) \vee y_2 = -\sqrt{2}(V) \vee y_3 = 1(F) \vee y_4 = -1(V)$

Operaciones algebraicas

Transposición de T.

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Operaciones algebraicas

Sustituir $m=y^2$

Raíces de 11

Sustituir $m=y^2$

Raíces de 10

Valor de verdad

Reemplazar x_2 en 2

Valor de verdad

Reemplazar $y=1$ en 1

Valor de verdad

Reemplazar $y=-1$ en 1

Valor de verdad

Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato (Elipse)

Dato (Hipérbola)

Fórmula General en 2

Operaciones algebraicas

Factor común, simplificación

Reemplazar x_1 en 1

Operaciones algebraicas

Eliminar denominadores

Transposición de T.

T: $a = b \Rightarrow a^n = b^n; n \in \mathbb{N} > 1$

Operaciones algebraicas

Sustituir $m=y^2$

Raíces de 11

Sustituir $m=y^2$

Raíces de 10

Valor de verdad

Reemplazar x_2 en 1

Raíces de 17

Valor de verdad

20. $2x^2 + 6xy + y^2 = -3; y = \sqrt{2}$

21. $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (V) \vee x_2 = \frac{5\sqrt{2}}{2} (F)$

22. $2x^2 + 6xy + y^2 = -3; y = 1$

23. $x_1 = -1 (V) \vee x_2 = -2 (F)$

24. $2x^2 + 6xy + y^2 = -3; y = -\sqrt{2}$

25. $x_1 = 5\sqrt{2}/2 (F) \vee x_2 = \sqrt{2}/2 (V)$

26. $2x^2 + 6xy + y^2 = -3; y = -1$

27. $x_1 = 2 (F) \vee x_2 = 1 (V)$

28. $CS = \left\{ \left(-\sqrt{2}/2; \sqrt{2} \right), (-1; 1), \left(\sqrt{2}/2; -\sqrt{2} \right), (1; -1) \right\}$

Reemplazar $y = \sqrt{2}$ en 2

Valor de verdad

Reemplazar $y = 1$ en 1

Valor de verdad

Reemplazar $y = -\sqrt{2}$ en 2

Valor de verdad

Reemplazar $y = -1$ en 1

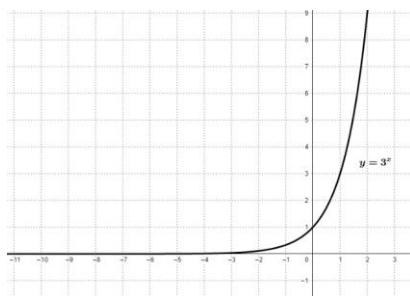
Valor de verdad

Def. Conjunto solución

SISTEMAS DE ECUACIONES EXPONENCIALES**PÁGINA 158****1.-Graficar las siguientes ecuaciones exponenciales (en 2 variables):**

1. $y = 3^x$

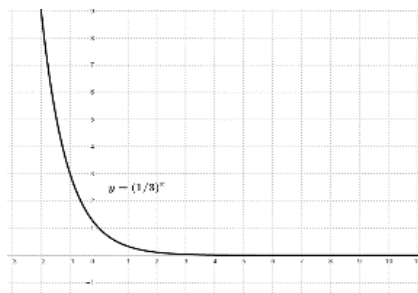
[1]	
x	y
-3	0,037
-2	0,11
0	1
1	3
2	9



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,1). El eje x es asíntota horizontal.

2. $y = (1/3)^x$

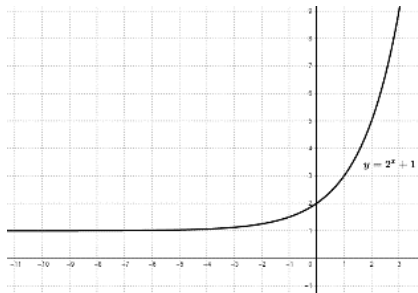
[1]	
x	y
-2	9
-1	3
0	1
1	0,33
2	0,11



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por el punto (0,1). El eje x es asíntota horizontal.

3. $y = 2^x + 1$

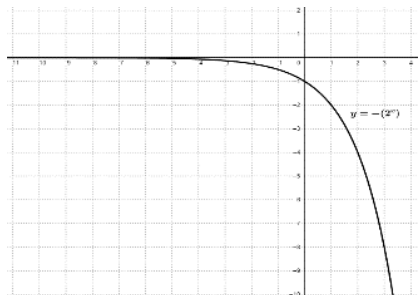
[1]	
x	y
-3	1,12
-2	1,25
0	2
2	5
3	9



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,2).

4. $y = -(2^x)$

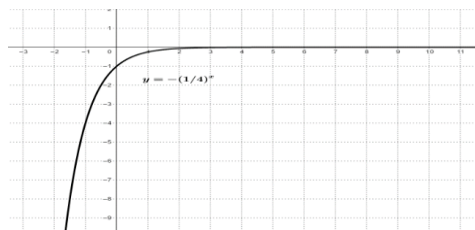
[1]	
x	y
-3	-0,125
-2	-0,25
-1	-0,5
1	-2
2	-4



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por el punto (0,-1).

5. $y = -(1/4)^x$

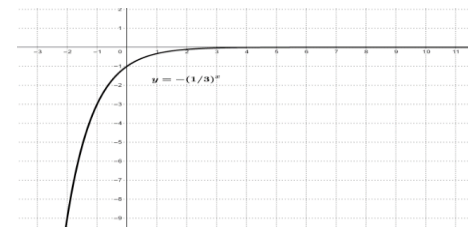
[1]	
x	y
-2	-16
-1	-4
0	-1
1	-0,25
2	-0,06



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,-1).

6. $y = -(1/3)^x$

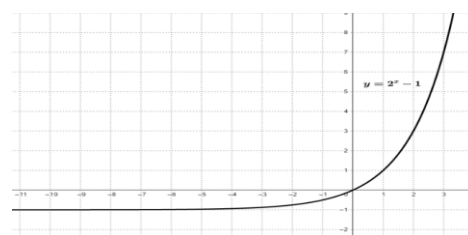
[1]	
x	y
-2	-9
-1	-3
0	-1
1	-0,33
2	-0,11



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,-1).

7. $y = 2^x - 1$

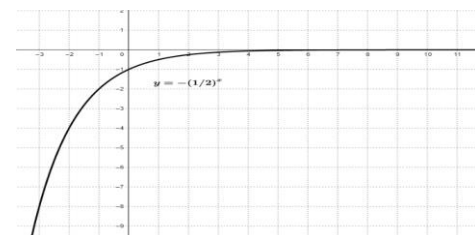
[1]	
x	y
-5	-0,97
-3	-0,88
-1	-0,5
1	1
2	3



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,0)

8. $y = -(1/2)^x$

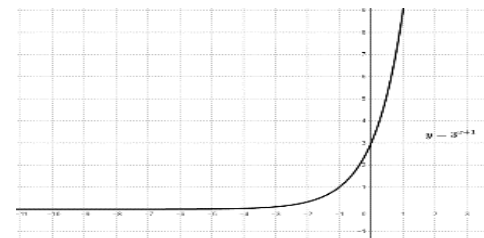
[1]	
x	y
-3	-8
-1	-2
1	-0,5
2	-0,25
3	-0,125



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,-1).

9. $y = 3^{x+1}$

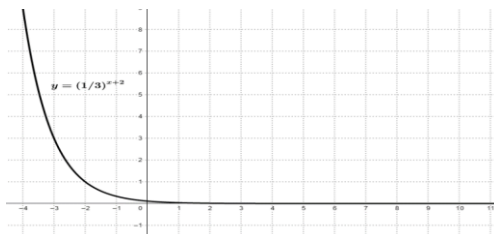
[1]	
x	y
-5	0,012
-2	0,33
0,5	5,19
1	9
1,5	15,58



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,3).

10. $y = (1/3)^{x+2}$

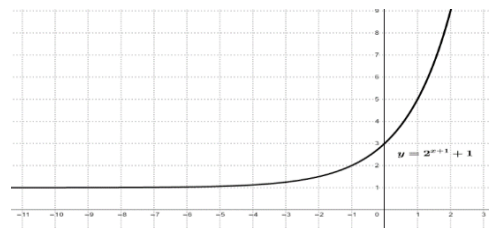
[1]	
x	y
-4	9
-2	1
0,5	0,06
1	0,03
1,5	0,02



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por el punto (0,0,11).

11. $y = 2^{x+1} + 1$

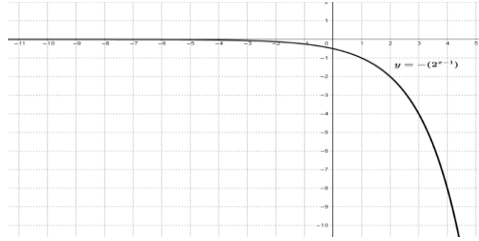
[1]	
x	y
-5	1,06
-3	1,25
1	5
2	9
3	17



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,3).

12. $y = -(2^{x-1})$

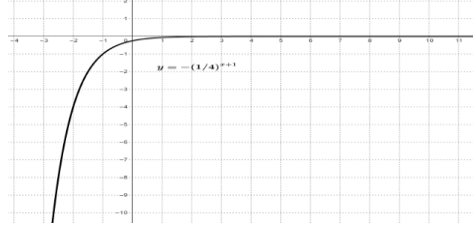
[1]	
x	y
-5	-0,015
-2	-0,125
1	-1
2	-2
4	-8



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,-0,5).

13. $y = -(1/4)^{x+1}$

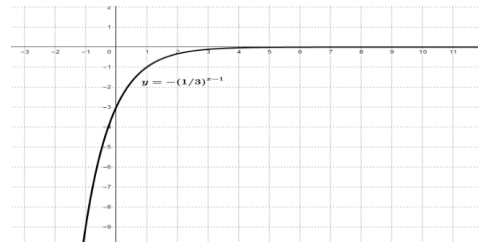
[1]	
x	y
-3	-16
-1	-1
-0,5	-0,5
0,5	-0,125
1	0,062



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,-0,25).

14. $y = -(1/3)^{x-1}$

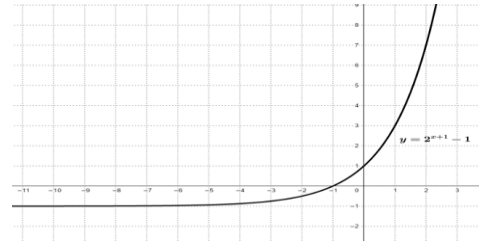
[1]	
x	y
-1	-9
-0,5	-5,19
0,5	-1,73
1	-1
1,5	-0,57



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,-3).

15. $y = 2^{x+1} - 1$

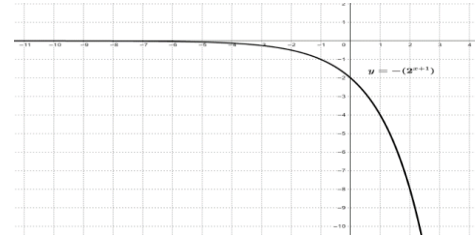
[1]	
x	y
-5	-0,93
-3	-0,75
-1	0
1	3
2	7



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por los puntos (-1,0) y (0,1)

16. $y = -(2^{x+1})$

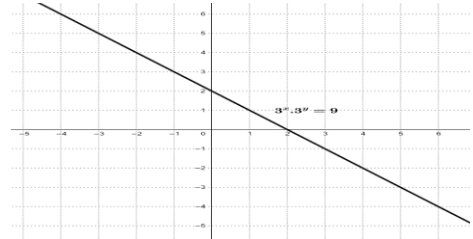
[1]	
x	y
-5	-0,06
-3	-0,25
1	-4
1,5	-5,65
2	-8



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por el punto (0,-2).

17. $3^x \cdot 3^y = 9$

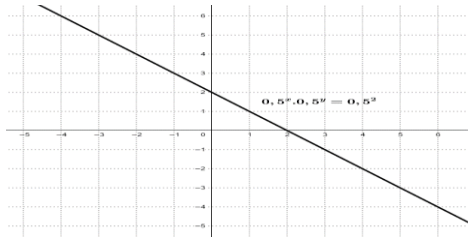
[1]	
x	y
-5	7
-3	5
0	2
1	1
5	-3



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por los puntos (0,2) y (2,0)

18. $0,5^x \cdot 0,5^y = 0,5^2$

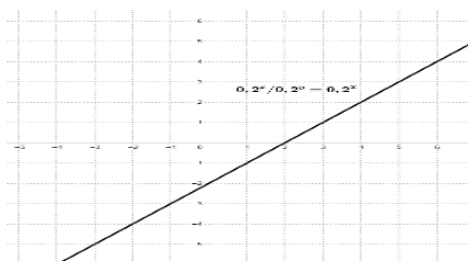
[1]	
x	y
-5	7
-3	5
0	2
1	1
5	-3



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por los puntos (0,2) y (2,0).

19. $0,2^x / 0,2^y = 0,2^2$

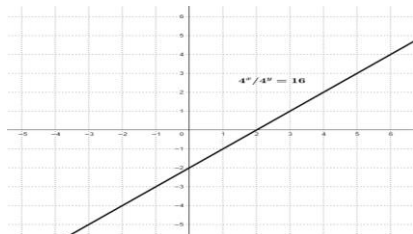
[1]	
x	y
-5	-7
-3	-5
-1	-3
1	-1
3	1



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por los puntos (0,-2) y (2,0).

20. $4^x / 4^y = 16$

[1]	
x	y
-5	-7
-3	-5
-1	-3
1	-1
3	1

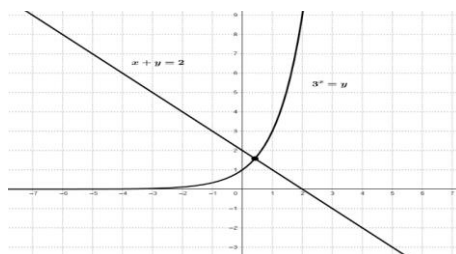


La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por los puntos (0,-2) y (2,0).

2.-Resolver gráficamente los siguientes sistemas:

1.
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3^x = y \end{cases}$$

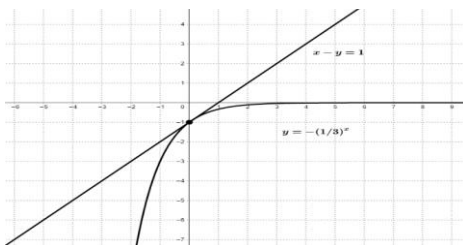
[1]		[2]	
x	y	x	y
-3	5	-2	0,11
-1	3	-1	0,33
0	2	0	1
2	0	1	3
5	-3	2	9



El sistema tiene solución única:
 $x=0,42$; $y=1,58$

2.
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ y = -(1/3)^x \end{cases}$$

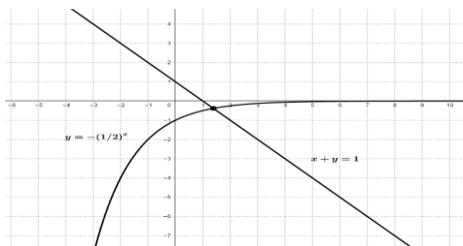
[1]		[2]	
x	y	x	y
-3	-4	-1	-3
-1	-2	0	-1
0	-1	1	-0,33
2	1	2	-0,11
3	2	3	-0,04



El sistema tiene solución única:
 $x=0$; $y=-1$

3.
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y = -(1/2)^x \end{cases}$$

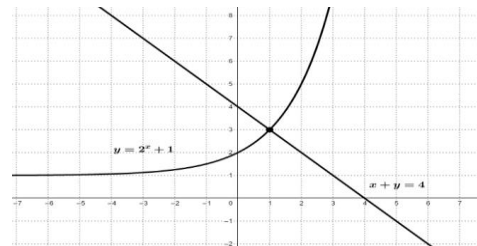
[1]		[2]	
x	y	x	y
-3	4	-1	-2
-1	2	1	-0,5
0	1	2	-0,25
2	-1	3	-0,125
4	-3	4	-0,06



El sistema tiene solución única:
 $x=1,38$; $y=-0,38$

4.
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y = 2^x + 1 \end{cases}$$

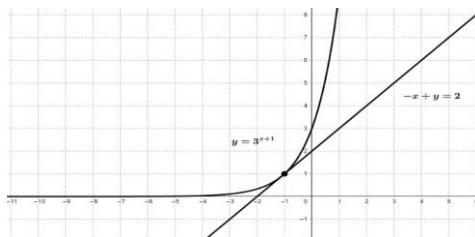
[1]		[2]	
x	y	x	y
-3	7	-2	1,25
-1	5	0	2
0	4	2	5
2	2	3	9
4	0	4	17



El sistema tiene solución única:
 $x=1$; $y=3$

5.
$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ y = 3^{x+1} \end{cases}$$

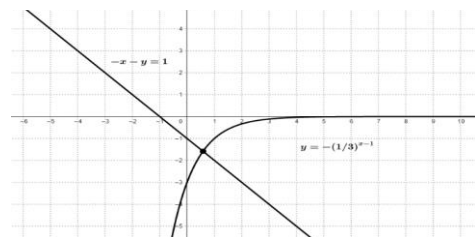
[1]		[2]	
x	y	x	y
-4	-2	-2	0,33
-2	0	-1	1
0	2	0	3
1	3	0,5	5,19
3	5	1	9



El sistema tiene solución única:
 $x=-1; y=1$

6.
$$\begin{cases} -x - y = 1 \\ y = -(1/3)^{x-1} \end{cases}$$

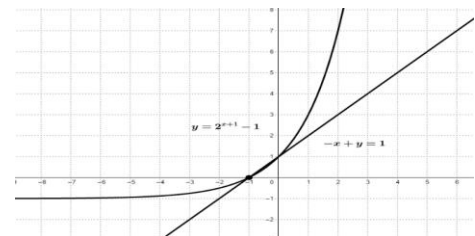
[1]		[2]	
x	y	x	y
-4	3	-1	-9
-2	1	-0,5	-5,1
0	-1	0	-3
1	-2	0,5	-1,7
4	-5	1	-1



El sistema tiene solución única:
 $x=0,58; y=-1,58$

7.
$$\begin{cases} -x + y = 1 \\ y = 2^{x+1} - 1 \end{cases}$$

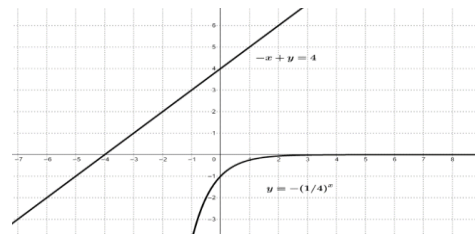
[1]		[2]	
x	y	x	y
-4	-3	-3	-0,75
-2	-1	-2	-0,5
0	1	0	1
1	2	1	3
4	5	2	7



El sistema tiene solución única:
 $x=-1; y=0$

8.
$$\begin{cases} -x + y = 4 \\ y = -(1/4)^x \end{cases}$$

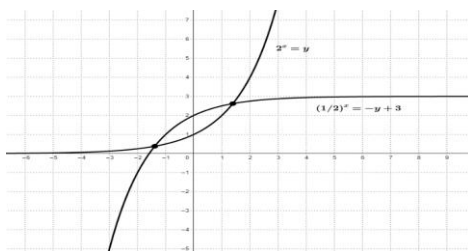
[1]		[2]	
x	y	x	y
-5	-1	-1	-4
-3	1	-0,5	-2
0	4	0	-1
1	5	1	-0,25
4	8	2	-0,06



El sistema no tiene solución

9.
$$\begin{cases} 2^x = y \\ (1/2)^x = -y + 3 \end{cases}$$

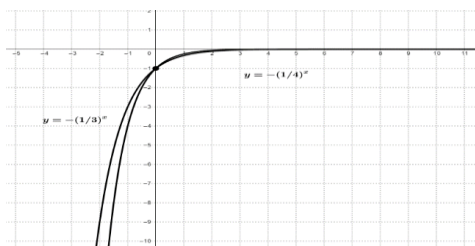
[1]		[2]	
x	y	x	y
-5	0,03	-2,5	-2,65
-3	0,13	-1	1
0	1	0	2
1	2	1	2,5
3	8	2	2,75



El sistema tiene dos soluciones:
 $CS=\{(-1,39;0,38), (1,39;2,62)\}$

10.
$$\begin{cases} y = -(1/4)^x \\ y = -(1/3)^x \end{cases}$$

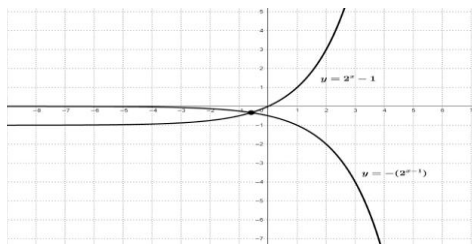
[1]		[2]	
x	y	x	y
-2	-16	-2	-9
-1	-4	-1	-3
0	-1	0	-1
1	-0,25	1	-0,33
2	-0,06	2	-0,11



El sistema tiene solución única:
 $x=0; y=-1$

11.
$$\begin{cases} y = 2^x - 1 \\ y = -(2^{x-1}) \end{cases}$$

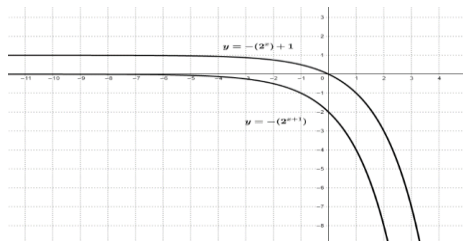
[1]		[2]	
x	y	x	y
-3	-0,88	-2	-0,13
-1	-0,5	-1	-0,25
1	1	1	-1
2	3	-2	-2
3	7	3	-4



El sistema tiene
solución única:
 $x = -0,58$; $y = -0,33$

12.
$$\begin{cases} y = -(2^{x+1}) \\ y = -(2^x) + 1 \end{cases}$$

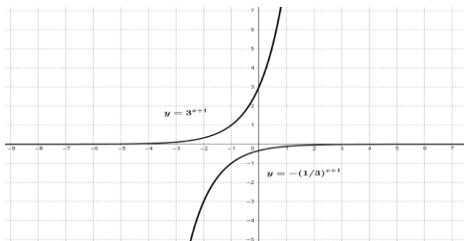
[1]		[2]	
x	y	x	y
-5	-0,06	-5	0,96
-3	-0,25	-3	0,87
1	-4	1	-1
1,5	-5,65	1,5	-1,82
2	-8	2	-3



El sistema tiene
no tiene solución.

13.
$$\begin{cases} y = -(1/3)^{x+1} \\ y = 3^{x+1} \end{cases}$$

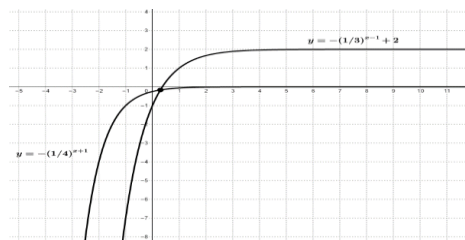
[1]		[2]	
x	y	x	y
-2	-3	-5	0,01
-1	-1	-2	0,33
0	-0,33	0	3
1	-0,11	0,5	5,19
2	-0,03	1	9



El sistema tiene
no tiene solución.

14.
$$\begin{cases} y = -(1/4)^{x+1} \\ y = -(1/3)^{x-1} + 2 \end{cases}$$

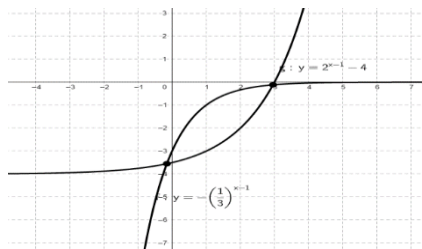
[1]		[2]	
x	y	x	y
-1	-1	-1	-7
-0,5	-0,5	0,5	-3,19
0	-0,25	0	-1
0,5	-0,13	0,5	0,26
1	-0,06	1	1



El sistema tiene
solución única:
 $x = 0,3$; $y = -0,17$

15.
$$\begin{cases} y = -(1/3)^{x-1} \\ y = 2^{x-1} - 4 \end{cases}$$

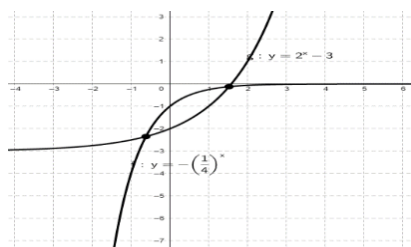
[1]		[2]	
x	y	x	y
-1	-9	-5	-3,98
-0,5	-5,19	-3	-3,94
0	-3	0	-3,5
0,5	-1,73	1	-3
1	-1	2	-2



El sistema tiene dos
soluciones:
 $CS = \{(2,96; -0,12), (-0,15; -3,55)\}$

16.
$$\begin{cases} y = 2^x - 3 \\ y = -(1/4)^x \end{cases}$$

[1]		[2]	
x	y	x	y
-5	-2,96	-2	-16
-2	-2,75	-1	-4
0	-2	0	-1
1	-1	1	-0,25
3	5	2	-0,06



El sistema tiene dos
soluciones:
 $CS = \{(1,53; -0,12), (-0,62; -2,35)\}$

3.-Resolver analíticamente los siguientes sistemas y verificar las soluciones (graficador):

Observación: las gráficas las puede ver en Anexos

$$1. \begin{cases} 2^x + 2^y = 5 \\ 2^x - 3 \cdot 2^y = -3 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $2^x + 2^y = 5$
2. $2^x - 3 \cdot 2^y = -3$
3. $a + b = 5$
4. $a = 5 - b$
5. $a - 3b = -3$
6. $5 - b - 3b = -3$
7. $-4b = -8$
8. $b = 2$
9. $a - 3(2) = -3$
10. $a = 3$
11. $2^y = 2$
12. $y = 1$
13. $2^x = 3$
14. $x = \log_2 3$
15. $x = 1,58$
16. $CS = \{(1,58;1)\}$

RAZONES

Dato
Dato
Cambio de variable $2^x = a$; $2^y = b$ en 1
Despeje de a en 3
Cambio de variable: $2^x = a$; $2^y = b$ en 2
Reemplazo de 4 en 5
Términos semejantes
Despeje de b
Reemplazo de b en 5
Despeje de a
Cambio de variable $2^y = b$ en 8
T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$
Cambio de variable $2^x = a$ en 10
T: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$; $a > 0 \wedge a \neq 1$
Calculadora
Def. Conjunto solución

$$2. \begin{cases} 3^{x-2y} = 3 \\ 3^{2x-3y} = 27 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3^{x-2y} = 3$
2. $3^{2x-3y} = 27$
3. $x - 2y = 1$
4. $x = 2y + 1$
5. $3^{2x-3y} = 3^3$
6. $2x - 3y = 3$
7. $2(2y + 1) - 3y = 3$
8. $4y + 2 - 3y = 3$
9. $y = 1$
10. $2x - 3(1) = 3$
11. $x = 3$
12. $CS = \{(3;1)\}$

RAZONES

Dato
Dato
T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$ en 1
Despeje de x en 3
Def. a^n en 2
T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$ en 5
Reemplazo de 4 en 6
Axi. Distributivo
Transposición de T. y TS.
Reemplazo de y en 6
Despeje de x
Def. Conjunto solución

$$3. \begin{cases} 5^{x-2y} = 1 \\ 5^{2x-3y} = 5 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $5^{x-2y} = 1$
2. $5^{2x-3y} = 5$
3. $5^{x-2y} = 5^0$
4. $x - 2y = 0$
5. $x = 2y$
6. $2x - 3y = 1$
7. $2(2y) - 3y = 1$
8. $4y - 3y = 1$
9. $y = 1$
10. $2x - 3(1) = 1$
11. $x = 2$
12. $CS = \{(2;1)\}$

RAZONES

Dato
Dato
Def. a^n
T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$ en 3
Despeje de x en 4
T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$ en 2
Reemplazo de 5 en 6
Def. Multiplicación
Términos semejantes
Reemplazo de y en 6
Despeje de x
Def. Conjunto solución

$$4. \begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $2^x + 5^y = 9$
2. $2^{x+2} + 5^{y+1} = 41$
3. $a + b = 9$
4. $a = 9 - b$
5. $2^x \cdot 2^2 + 5^y \cdot 5 = 41$
6. $2^x \cdot 4 + 5^y \cdot 5 = 41$
7. $4a + 5b = 41$
8. $4(9 - b) + 5b = 41$
9. $36 - 4b + 5b = 41$
10. $b = 5$
11. $4a + 5(5) = 41$
12. $a = 4$
13. $5^y = 5$
14. $y = 1$
15. $2^x = 2^2$
16. $x = 2$
17. $CS = \{(2;1)\}$

$$5. \begin{cases} 2^{2x+5y} = 2 \\ 2^{-x+y} = 8 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $2^{2x+5y} = 2$
2. $2^{-x+y} = 8$
3. $2x + 5y = 1$
4. $2^{-x+y} = 2^3$
5. $-x + y = 3$
6. $x = y - 3$
7. $2(y - 3) + 5y = 1$
8. $2y - 6 + 5y = 1$
9. $7y = 7$
10. $y = 1$
11. $-x + 1 = 3$
12. $x = -2$
13. $CS = \{(-2;1)\}$

$$6. \begin{cases} 3^{x+y} = 81 \\ 3^{y-x} = 9 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3^{x+y} = 81$
2. $3^{y-x} = 9$
3. $3^{x+y} = 3^4$
4. $x + y = 4$
5. $x = 4 - y$
6. $3^{y-x} = 3^2$
7. $y - x = 2$
8. $y - 4 + y = 2$
9. $2y = 6$
10. $y = 3$
11. $3 - x = 2$
12. $x = 1$
13. $CS = \{(1;3)\}$

RAZONES

Dato
 Dato
 Cambio de variable $2^x = a$; $5^y = b$ en 1
 Despeje de a en 3
 T: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ en 2
 Def. Potencia
 Cambio de variable: $2^x = a$; $5^y = b$ en 6
 Reemplazo de 4 en 7
 Axi. Distributivo
 Transposición de T. y TS
 Reemplazo de b en 7
 Despeje de a
 Cambio de variable $5^y = b$ en 10
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$
 Cambio de variable $2^x = a$ en 12
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato
 Dato
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$ en 1
 Def. a^n
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$ en 4
 Despeje de x en 4
 Reemplazo de 6 en 3
 Axi. Multiplicativo
 Transposición de T. y TS.
 Despeje de y
 Reemplazo de y en 5
 Despeje de x
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato
 Dato
 Def. a^n
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$ en 3
 Despeje de x en 4
 Def. a^n
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$ en 6
 Reemplazo de 5 en 7
 Transposición de T. y TS
 Despeje de Y
 Reemplazo de y en 7
 Despeje de x
 Def. Conjunto solución

$$7. \begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^{y-x} = 3 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3^x + 3^y = 36$
2. $3^{y-x} = 3$
3. $a + b = 36$
4. $b = 36 - a$
5. $3^y / 3^x = 3$
6. $b / a = 3$
7. $b = 3a$
8. $36 - a = 3a$
9. $a = 9$
10. $9 + b = 36$
11. $b = 27$
12. $3^x = 9$
13. $3^x = 3^2$
14. $x = 2$
15. $3^y = 27$
16. $3^y = 3^3$
17. $y = 3$
18. $CS = \{(2;3)\}$

$$8. \begin{cases} x + y = 5 \\ 2^x - 2^y = 14 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x + y = 5$
2. $2^x - 2^y = 14$
3. $x = 5 - y$
4. $2^{5-y} - 2^y = 14$
5. $\frac{2^5}{2^y} - 2^y = 14$
6. $2^5 \cdot 2^y - 2^y \cdot 2^y = 14 \cdot 2^y$
7. $32 \cdot 2^y - 2^{2y} = 14 \cdot 2^y$
8. $a^2 + 14a - 32 = 0$
9. $a_1 = 2 \vee a_2 = -16$
10. $2^y = 2 \vee 2^y = -16$
11. $y = 1$
12. $x = 5 - 1$
13. $x = 4$
14. $CS = \{(4;1)\}$

$$9. \begin{cases} x - y = 1 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x - y = 1$
2. $2^x - 2^y = 2$
3. $x = y + 1$
4. $2^{y+1} - 2^y = 2$
5. $2^y \cdot 2 - 2^y = 2$
6. $2^y = 2$
7. $y = 1$
8. $x = 1 + 1$
9. $x = 2$
10. $CS = \{(4;1)\}$

RAZONES

Dato
 Dato
 Cambio de variable $3^x = a$; $3^y = b$ en 1
 Despeje de b en 3
 T: $a^n / a^m = a^{n-m}$ en 2
 Cambio de variable: $3^x = a$; $3^y = b$ en 5
 Despeje de b en 6
 Igualación entre 4 y 7
 Despeje de a
 Reemplazo de a en 3
 Despeje de b
 Cambio de variable $3^x = a$ en 9
 Def. Potencia
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$
 Cambio de variable $2^y = b$ en 11
 Def. Potencia
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato
 Dato
 Despeje de x en 1
 Reemplazo de 3 en 2

 T: $a^n / a^m = a^{n-m}$ en 2
 Eliminar denominador
 T: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
 Cambio de variable: $2^y = a$ en 7
 Raíces de 8
 Cambio de variable $2^y = a$ en 9
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$
 Reemplazo de y en 3
 Términos semejantes
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato
 Dato
 Despeje de x en 1
 Reemplazo de 3 en 2
 T: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
 Términos semejantes
 T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$
 Reemplazo de y en 3
 Términos semejantes
 Def. Conjunto solución

$$10. \begin{cases} 5^x \cdot 25^y = 5^7 \\ 2^{x-1} \cdot 2^{y+2} = 2^9 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $5^x \cdot 25^y = 5^7$
2. $2^{x-1} \cdot 2^{y+2} = 2^9$
3. $5^x \cdot (5^2)^y = 5^7$
4. $5^x \cdot 5^{2y} = 5^7$
5. $5^{x+2y} = 5^7$
6. $x + 2y = 7$
7. $x = 7 - 2y$
8. $2^{x-1+y+2} = 2^9$
9. $2^{x+y+1} = 2^9$
10. $x + y + 1 = 9$
11. $x + y = 8$
12. $7 - 2y + y = 8$
13. $y = -1$
14. $x = 7 - 2(-1)$
15. $x = 9$
16. $CS = \{(9; -1)\}$

$$11. \begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $2^x + 5^y = 9$
2. $2^{x-1} + 5^{y+1} = 9$
3. $\frac{2^x}{2} + 5^y \cdot 5 = 9$
4. $2^x + 5^y \cdot 10 = 18$
5. $a + 10b = 18$
6. $a = 18 - 10b$
7. $a + b = 9$
8. $18 - 10b + b = 9$
9. $b = 1$
10. $a = 18 - 10(1)$
11. $a = 8$
12. $5^y = 1$
13. $5^y = 5^0$
14. $y = 0$
15. $2^x = 8$
16. $2^x = 2^3$
17. $x = 3$
18. $CS = \{(3; 0)\}$

$$12. \begin{cases} 3^x - 2^y = 1 \\ 3^{x-1} = 2^{y-2} + 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3^x - 2^y = 1$
2. $3^{x-1} = 2^{y-2} + 1$
3. $3^{x-1} - 2^{y-2} = 1$
4. $\frac{3^x}{3} - \frac{2^y}{4} = 1$
5. $3^x \cdot 4 - 2^y \cdot 3 = 12$
6. $4a - 3b = 12$
7. $a - b = 1$
8. $a = b + 1$
9. $4(b+1) - 3b = 12$
10. $4b + 4 - 3b = 12$
11. $b = 8$

RAZONES

Dato

Dato

Def. Potencia en 1

$$T: (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$T: a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Despeje de x en 6

$$T: a^n \cdot a^m = a^{n+m} \text{ en 2}$$

Términos semejantes

$$T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Términos semejantes

Reemplazo de 7 en 11

Despeje de y

Reemplazo de y en 7

Def. Multiplicación y TS

Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato

Dato

$$T: a^n \cdot a^m = a^{n+m} \text{ y } T: a^n / a^m = a^{n-m} \text{ en 2}$$

Eliminación de denominador

$$\text{Cambio de variable } 2^x = a; 5^y = b \text{ en 4}$$

Despeje de a en 5

$$\text{Cambio de variable } 2^x = a; 5^y = b \text{ en 1}$$

Reemplazo de 6 en 7

Despeje de b

Reemplazo de b en 6

Def. Multiplicación y TS

$$\text{Cambio de variable } 5^y = b \text{ en 9}$$

Def. Potencia

$$T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$$

$$\text{Cambio de variable } 2^x = a \text{ en 11}$$

Def. Potencia

$$T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$$

Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato

Dato

Transposición de términos en 2

$$T: a^n / a^m = a^{n-m}$$

Eliminación de denominadores

$$\text{Cambio de variable } 3^x = a; 2^y = b \text{ en 5}$$

$$\text{Cambio de variable } 3^x = a; 2^y = b \text{ en 1}$$

Despeje de a en 7

Reemplazo de 8 en 6

Axi, Distributivo

Despeje de b

12. $a = 8 + 1$
13. $a = 9$
14. $2^y = 8$
15. $2^y = 2^3$
16. $y = 3$
17. $3^x = 9$
18. $3^x = 3^2$
19. $x = 2$
20. $CS = \{(2;3)\}$

$$13. \begin{cases} 2^x + 3^{2y} = 11 \\ 2^{x+1} - 3^y = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $2^x + 3^{2y} = 11$
2. $2^{x+1} - 3^y = 1$
3. $2^x \cdot 2 - 3^y = 1$
4. $2a - b = 1$
5. $b = 2a - 1$
6. $a + b^2 = 11$
7. $a + (2a - 1)^2 = 11$
8. $a + 4a^2 - 4a + 1 = 11$
9. $4a^2 - 3a - 10 = 0$
10. $a_1 = 2 \vee a_2 = -5/4$
11. $2^x = 2 \vee 2^x = -5/4$
12. $x = 1$
13. $b_1 = 3 \vee b_2 = -7/2$
14. $3^y = 3 \vee 3^y = -7/2$
15. $y = 1$
16. $CS = \{(1;1)\}$

$$14. \begin{cases} 7^{2x+3y} = 1/7 \\ 7^{-4x-5y} = 1/7 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $7^{2x+3y} = 1/7$
2. $7^{-4x-5y} = 1/7$
3. $7^{2x+3y} = 7^{-1}$
4. $2x + 3y = -1$
5. $x = (-1 - 3y)/2$
6. $7^{-4x-5y} = 7^{-1}$
7. $-4x - 5y = -1$
8. $x = (1 - 5y)/4$
9. $\frac{-1 - 3y}{2} = \frac{1 - 5y}{4}$
10. $-2 - 6y = 1 - 5y$
11. $y = -3$
12. $x = \frac{-1 - 3(-3)}{2}$
13. $x = 4$
14. $CS = \{(4;-3)\}$

Reemplazo de b en 8
 Términos semejantes
 Cambio de variable $2^y = b$ en 11
 Def. Potencia
 $T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$
 Cambio de variable $2^x = a$ en 13
 Def. Potencia
 $T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato
 Dato
 $T: a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
 Cambio de variable $2^x = a; 3^y = b$ en 3
 Despeje de b
 Cambio de variable $2^x = a; 3^y = b$ en 1
 Reemplazo de 5 en 6
 Binomio al cuadrado
 Transposición de T. y TS
 Raíces de 9
 Cambio de variable $2^x = a$ en 10
 $T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$
 Reemplazo de a en 5
 Cambio de variable $3^y = b$ en 13
 $T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$
 Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato
 Dato
 $T: a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}$ en 1
 $T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$ en 3
 Despeje de x en 4
 $T: a^{-n} = 1/a^n; a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}$ en 2
 $T: a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$ en 6
 Despeje de x en 7

 Igualación entre 5 en 8
 Multiplicar en cruz
 Transposición de T. y TS

 Reemplazo de y en 5

 Operaciones algebraicas
 Def. Conjunto solución

$$15. \begin{cases} 3 \cdot 2^{x-1} - 2^{y-2} = 4 \\ 4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 2^y = 8 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3 \cdot 2^{x-1} - 2^{y-2} = 4$
2. $4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 2^y = 8$
3. $3 \cdot 2^x / 2 - 2^y / 2^2 = 4$
4. $6 \cdot 2^x - 2^y = 16$
5. $6a - b = 16$
6. $b = 6a - 16$
7. $4 \cdot 2^x \cdot 2 - 3 \cdot 2^y = 8$
8. $8 \cdot 2^x - 3 \cdot 2^y = 8$
9. $8a - 3b = 8$
10. $8a - 3(6a - 16) = 8$
11. $8a - 18a + 48 = 8$
12. $10a = 40$
13. $a = 4$
14. $6(4) - b = 16$
15. $b = 8$
16. $2^x = 4$
17. $x = 2$
18. $2^y = 8$
19. $y = 3$
20. $CS = \{(2;3)\}$

$$16. \begin{cases} x - y = 3 \\ 2^x - 2^y = 7 / 4 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x - y = 3$
2. $2^x - 2^y = 7 / 4$
3. $x = y + 3$
4. $2^{y+3} - 2^y = 7 / 4$
5. $2^y \cdot 2^3 - 2^y = 7 / 4$
6. $2^y \cdot 8 - 2^y = 7 / 4$
7. $7 \cdot 2^y = 7 / 4$
8. $2^y = 1 / 4$
9. $2^y = 2^{-2}$
10. $y = -2$
11. $x = -2 + 3$
12. $x = 1$
13. $CS = \{(1;-2)\}$

$$17. \begin{cases} 3^x - 2^{y+1} = 235 \\ 3^{x-1} - 2^{y-1} = 79 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3^x - 2^{y+1} = 235$
2. $3^{x-1} - 2^{y-1} = 79$
3. $3^x - 2^y \cdot 2 = 235$
4. $a - 2b = 235$
5. $a = 2b + 235$
6. $\frac{3^x}{3} - \frac{2^y}{2} = 79$
7. $2 \cdot 3^x - 3 \cdot 2^y = 474$
8. $2a - 3b = 474$
9. $2(2b + 235) - 3b = 474$
10. $4b + 470 - 3b = 474$
11. $b = 4$

RAZONES

Dato

Dato

T: $a^n / a^m = a^{n-m}$ en 1

Simplificación de denominadores

Cambio de variable $2^x = a$; $2^y = b$ en 4

Despeje de b

T: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ en 2

Def. Multiplicación

Cambio de variable $2^x = a$; $2^y = b$ en 8

Reemplazo de 6 en 9

Axi. Distributivo

Transposición de T. y TS

Despeje de a

Sustitución de a en 5

Despeje de b

Cambio de variable $2^x = a$ en 13T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$ Cambio de variable $2^y = b$ en 15T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato

Dato

Despeje de x en 1

Reemplazo de 3 en 2

T: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

Def. Potencia

Términos semejantes

T: $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b$; $b \neq 0$ T: $a^{-n} = 1 / a^n$; $a \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}$ T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m$; $a > 0 \wedge a \neq 1$

Reemplazo de y en 3

Términos semejantes

Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato

Dato

T: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ en 1Cambio de variable $3^x = a$; $2^y = b$ en 3

Despeje de a

T: $a^n / a^m = a^{n-m}$ en 2

Simplificación de denominadores

Cambio de variable $3^x = a$; $2^y = b$ en 7

Reemplazo de 5 en 8

Axi. Distributivo

Transposición de T. y TS

12. $a - 2(4) = 235$
 13. $a = 243$
 14. $2^y = 2^2$
 15. $y = 2$
 16. $3^x = 3^5$
 17. $x = 5$
 18. $CS = \{(5;2)\}$

18.
$$\begin{cases} 5^{3x-2y} = 3125 \\ 11^{6x-7y} = 14641 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $5^{3x-2y} = 3125$
 2. $11^{6x-7y} = 14641$
 3. $5^{3x-2y} = 5^5$
 4. $3x - 2y = 5$
 5. $x = (2y + 5) / 3$
 6. $11^{6x-7y} = 11^4$
 7. $6x - 7y = 4$
 8. $x = (7y + 4) / 6$
 9. $(2y + 5) / 3 = (7y + 4) / 6$
 10. $4y + 10 = 7y + 4$
 11. $y = 2$
 12. $x = [2(2) + 5] / 3$
 13. $x = 3$
 14. $CS = \{(3;2)\}$

Sustitución de b en 4

Despeje de a

Cambio de variable $2^y = b$ en 11

T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$

Cambio de variable $3^x = a$ en 13

T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$

Def. Conjunto solución

RAZONES

Dato

Dato

Def. Potencia

T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$ en 3

Despeje de x en 4

Def. Potencia

T: $a^n = a^m \Leftrightarrow n = m; a > 0 \wedge a \neq 1$ en 6

Despeje de x en 7

Iguación entre 5 en 8

Multiplicar en cruz

Transposición de T. y TS

Reemplazo de y en 5

Operaciones algebraicas

Def. Conjunto solución

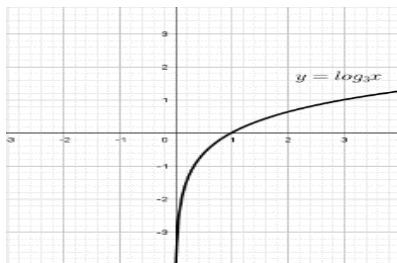
SISTEMAS DE ECUACIONES LOGARÍTMICAS

PÁGINA 164

1.- Graficar las siguientes ecuaciones logarítmicas (en 2 variables):

1. $y = \log_3 x$

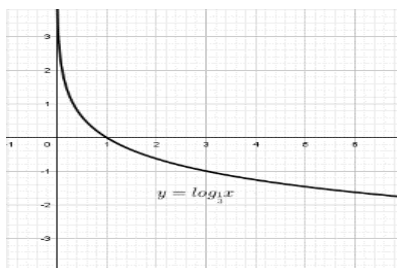
[1]	
0,5	-0,6
1	0
2	0,6
3	1
4	1,3
5	1,5
6	1,6



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (1,0).

2. $y = \log_{1/3} x$

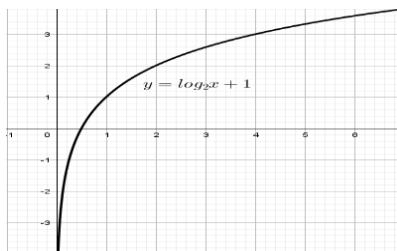
[1]	
0,5	0,6
1	0
2	-0,6
3	-1
4	-1,3
5	-1,5
6	-1,6



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa el punto (1,0).

3. $y = \log_2 x + 1$

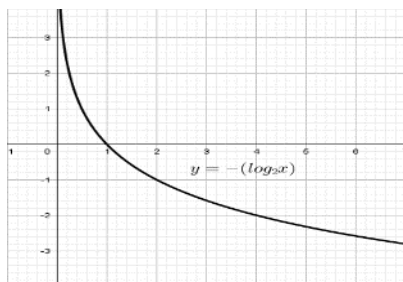
[1]	
0,5	0
1	1
2	2
3	2,6
4	3
5	3,3
6	3,6



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (1/2,0).

4. $y = -(\log_2 x)$

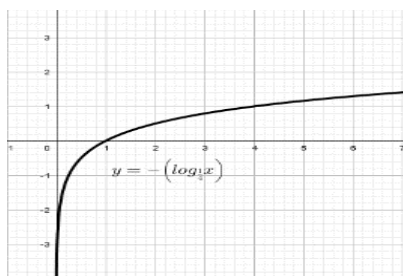
[1]	
0,5	1
1	0
2	-1
3	-1,6
4	-2
5	-2,3
6	-2,6



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa el punto (1,0).

5. $y = -(\log_{1/4} x)$

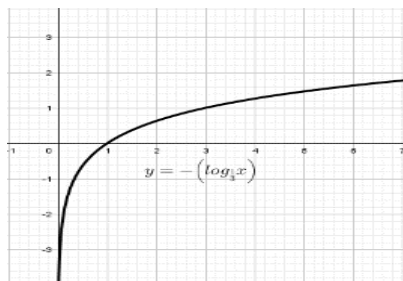
[1]	
0,5	-0,5
1	0
2	0,5
3	0,8
4	1
5	1,2
6	1,3



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (1,0).

6. $y = -(\log_{1/3} x)$

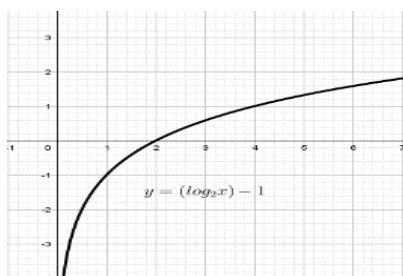
[1]	
0,5	-0,6
1	0
2	0,6
3	1
4	1,3
5	1,5
6	1,6



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (1,0).

7. $y = (\log_2 x) - 1$

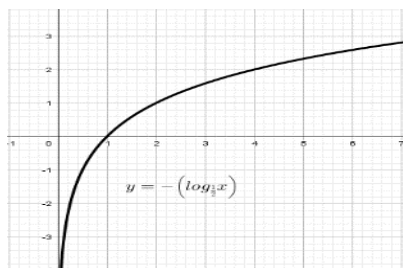
[1]	
0,5	-2
1	-1
2	0
3	0,6
4	1
5	1,3
6	1,6



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (2,0).

8. $y = -(\log_{1/2} x)$

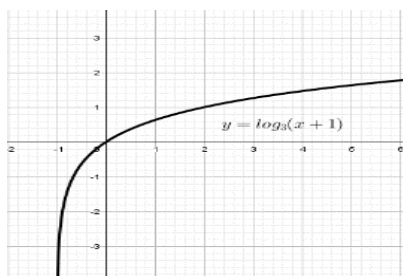
[1]	
0,5	-1
1	0
2	1
3	1,6
4	2
5	2,3
6	2,6



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (1,0).

9. $y = \log_3(x+1)$

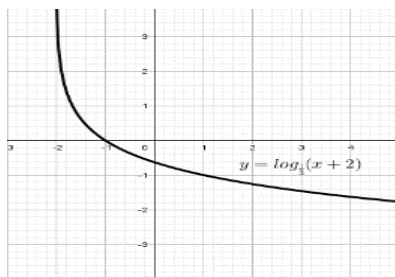
[1]	
-0,5	-0,6
0	0
1	0,6
2	1
3	1,3
4	1,5
5	1,6



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (0,0).

10. $y = \log_{1/3}(x+2)$

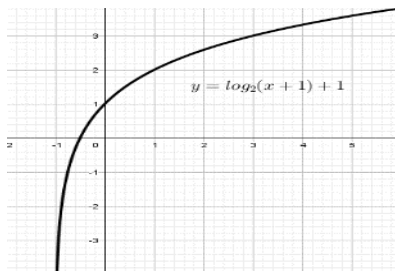
[1]	
-1,5	0,6
-1	0
0	-0,6
1	-1
2	-1,3
3	-1,5
4	-1,6



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por el punto $(-1,0)$.

11. $y = \log_2(x+1) + 1$

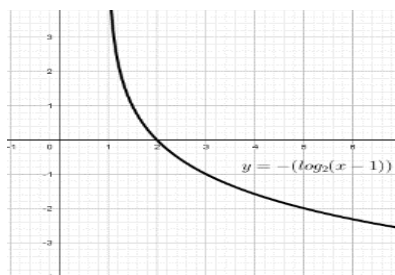
[1]	
-0,5	0
0	1
1	2
2	2,6
3	3
4	3,3
5	3,6



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por los puntos $(-1/2, 0)$ y $(0, 1)$.

12. $y = -(\log_2(x-1))$

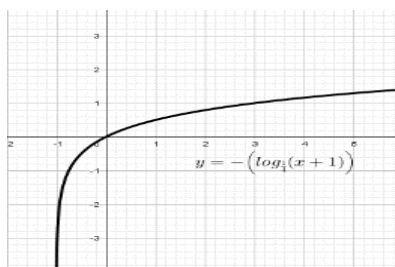
[1]	
1,5	1
2	0
3	-1
4	-1,6
5	-2
6	-2,3
7	-2,6



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por el punto $(2, 0)$.

13. $y = -(\log_{1/4}(x+1))$

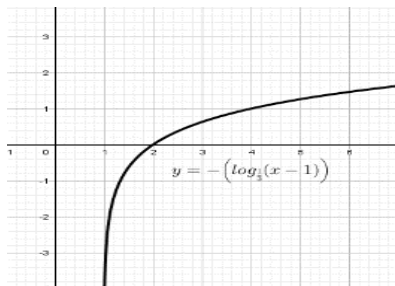
[1]	
-0,5	-0,5
0	0
1	0,5
2	0,8
3	1
4	1,2
5	1,3



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto $(0, 0)$.

14. $y = -(\log_{1/3}(x-1))$

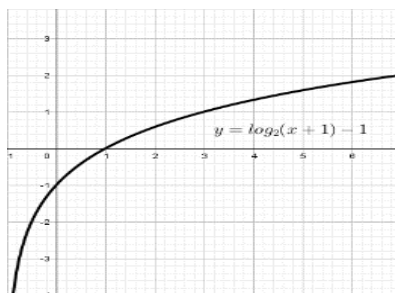
[1]	
1,5	-0,6
2	0
3	0,6
4	1
5	1,3
6	1,5
7	1,6



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto $(2, 0)$.

15. $y = \log_2(x+1) - 1$

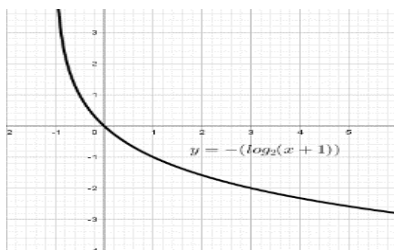
[1]	
-0,5	-2
0	-1
1	0
2	0,6
3	1
4	1,3
5	1,6



La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por los puntos $(1, 0)$ y $(0, -1)$.

16. $y = -(\log_2(x+1))$

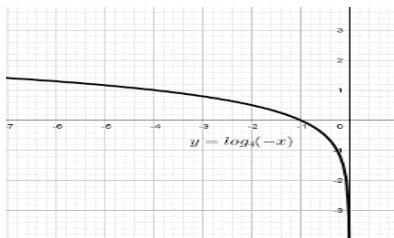
[1]	
-0,5	1
0	0
1	-1
2	-1,6
3	-2
4	-2,3
5	-2,6



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por el punto (0,0).

17. $y = \log_4(-x)$

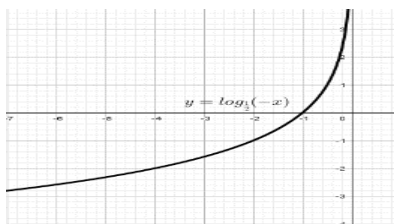
[1]	
-0,5	-0,5
-1	0
-2	0,5
-3	0,8
-4	1
-5	1,2
-6	1,3



La gráfica es decreciente (de arriba hacia abajo). Pasa por el punto (-1,0).

18. $y = \log_{1/2}(-x)$

[1]	
-0,5	1
-1	0
-2	-1
-3	-1,6
-4	-2
-5	-2,3
-6	-2,6

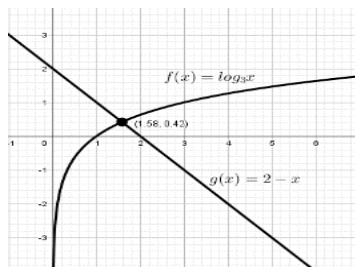


La gráfica es creciente (de abajo hacia arriba). Pasa por el punto (-1,0).

2.-Resolver gráficamente los siguientes sistemas:

1.
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ \log_3 x = y \end{cases}$$

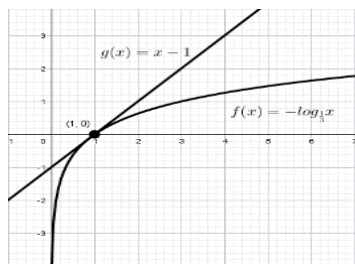
[1]		[2]	
-2	4	0,5	-0,6
-1	3	1	0
0	2	2	0,6
1	1	3	1
2	0	4	1,3
4	-2	6	1,6



El sistema tiene solución única: $x=1,58, y=0,42$

2.
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ y = -(\log_{1/3} x) \end{cases}$$

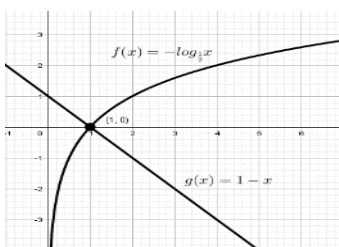
[1]		[2]	
-2	-3	0,5	-0,6
-1	-2	1	0
0	-1	2	0,6
1	0	3	1
2	1	4	1,3
4	3	6	1,6



El sistema tiene solución única: $x=1, y=0$

3.
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y = -(\log_{1/2} x) \end{cases}$$

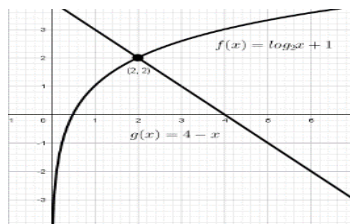
[1]		[2]	
-2	3	0,5	-1
-1	2	1	0
0	1	2	1
1	0	3	1,6
2	-1	4	2
4	-3	6	2,6



El sistema tiene solución única: $x=1, y=0$

4.
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y = (\log_2 x) + 1 \end{cases}$$

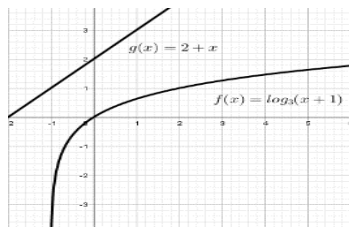
[1]		[2]	
-2	6	0,5	0
-1	5	1	1
0	4	2	2
1	3	3	2,6
2	2	4	3
4	0	6	3,6



El sistema tiene solución única: $x=2$, $y=2$

5.
$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ y = \log_3(x + 1) \end{cases}$$

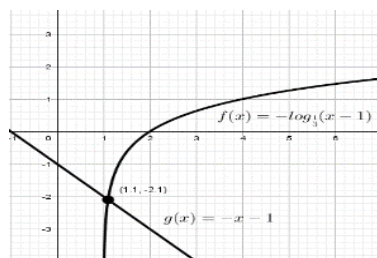
[1]		[2]	
-2	0	-0,5	-0,6
-1	1	0	0
0	2	1	0,6
1	3	2	1
2	4	3	1,3
4	6	5	1,6



El sistema no tiene solución

6.
$$\begin{cases} -x - y = 1 \\ y = -(\log_{1/3}(x - 1)) \end{cases}$$

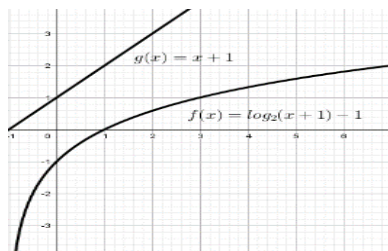
[1]		[2]	
-2	1	1,5	-0,6
-1	0	2	0
0	-1	3	0,6
1	-2	4	1
2	-3	5	1,3
3	-4	6	1,5
4	-5	7	1,6



El sistema tiene solución única: $x=1,1$, $y=-2,1$

7.
$$\begin{cases} -x + y = 1 \\ y = \log_2(x + 1) - 1 \end{cases}$$

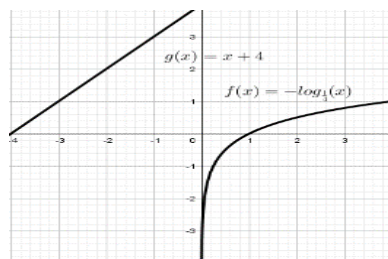
[1]		[2]	
-2	-1	-0,5	-2
-1	0	0	-1
0	1	1	0
1	2	2	0,6
2	3	3	1
3	4	4	1,3
4	5	5	1,6



El sistema no tiene solución

8.
$$\begin{cases} -x + y = 4 \\ y = -(\log_{1/4} x) \end{cases}$$

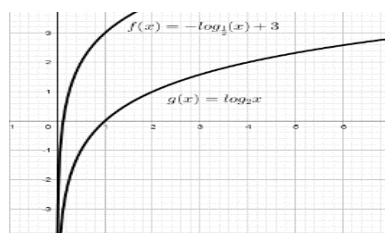
[1]		[2]	
-2	2	0,5	-0,5
-1	3	1	0
0	4	2	0,5
1	5	3	0,8
2	6	4	1
3	7	5	1,2
4	8	6	1,3



El sistema no tiene solución

9.
$$\begin{cases} \log_2 x = y \\ (\log_{1/2} x) = -y + 3 \end{cases}$$

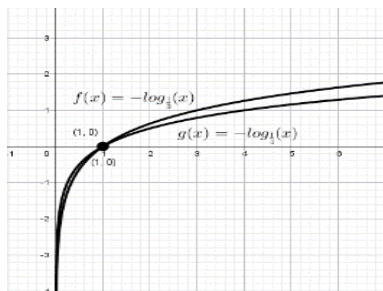
[1]		[2]	
0,5	-1	0,5	2
1	0	1	3
2	1	2	4
3	1,6	3	4,6
4	2	4	5
5	2,3	5	5,3
6	2,6	6	5,6



El sistema no tiene solución

10. $\begin{cases} y = -(\log_{1/4} x) \\ y = -(\log_{1/3} x) \end{cases}$

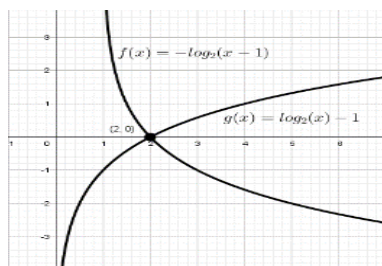
[1]		[2]	
0,5	-0,5	0,5	-0,6
1	0	1	0
2	0,5	2	0,6
3	0,8	3	1
4	1	4	1,3
5	1,2	5	1,5
6	1,3	6	1,6



El sistema tiene
solución única:
 $x=1, y=0$

11. $\begin{cases} y = (\log_2 x) - 1 \\ y = -(\log_2(x-1)) \end{cases}$

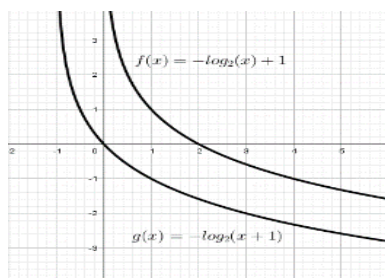
[1]		[2]	
0,5	-2	1,5	1
1	-1	2	0
2	0	3	-1
3	0,6	4	-1,6
4	1	5	-2
5	1,3	6	-2,3



El sistema tiene
solución única:
 $x=2, y=0$

12. $\begin{cases} y = -(\log_2(x+1)) \\ y = -(\log_2 x) + 1 \end{cases}$

[1]		[2]	
-0,5	1	0,5	2
0	0	1	1
1	-1	2	0
2	-1,6	3	-0,6
3	-2	4	-1
4	-2,3	5	-1,3
5	-2,6	6	-1,6



El sistema no
tiene solución

3.-Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones y verificar las soluciones (graficador):

Observación: las gráficas las puede ver en Anexos

1. $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$

PROPOSICIONES

- $\log x + \log y = 3$
- $\log x - \log y = 1$
- $\log(xy) = 3$
- $xy = 10^3$
- $xy = 1000$
- $\log(x/y) = 1$
- $x/y = 10$
- $x = 10y$
- $(10y)y = 1000$
- $10y^2 = 1000$
- $y^2 = 100$
- $y_1 = 10 \vee y_2 = -10$
- $y = 10$
- $10x = 1000$
- $x = 100$
- $CS = \{(100, 10)\}$

RAZONES

Dato
Dato
T. $\log_a M + \log_a N = \log_a(MN)$ en 1
T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$
Def. a^n
T. $\log_a M - \log_a N = \log_a(M/N)$ en 2
T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$
T. $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$
Reemplazo x en 5
Def. (x)
T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$. Simplificación
Raíces de la ecuación 10
La raíz $y_2 = -10$ no es válida
Reemplazo y en 5
T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$. Simplificación
Def. CS

$$2. \begin{cases} x - y = 4 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x - y = 4$
2. $\log_2 x - \log_2 y = 1$
3. $\log_2(x / y) = 1$
4. $x / y = 2$
5. $x = 2y$
6. $2y - y = 4$
7. $y = 4$
8. $x = 2 \cdot 4$
9. $x = 8$
10. $CS = \{(8, 4)\}$

RAZONES

Dato

Dato

T. $\log_a M - \log_a N = \log_a(M / N)$ en 2T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ T. $a / b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ Reemplazo x en 1

Términos semejantes

Reemplazo y en 5

Def. (x)

Def. CS

$$3. \begin{cases} 3x + 2y = 64 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3x + 2y = 64$
2. $\log x - \log y = 1$
3. $\log(x / y) = 1$
4. $x / y = 10$
5. $x = 10y$
6. $3(10y) + 2y = 64$
7. $30y + 2y = 64$
8. $32y = 64$
9. $y = 2$
10. $x = 10 \cdot 2$
11. $x = 20$
12. $CS = \{(20, 2)\}$

RAZONES

Dato

Dato

T. $\log_a M - \log_a N = \log_a(M / N)$ en 2T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ T. $a / b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ Reemplazo x en 1

Def. (x)

Términos semejantes

T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$. SimplificaciónReemplazo y en 5

Def. (x)

Def. CS

$$4. \begin{cases} \log x + \log y = \log 200 \\ 2\log x + \log y = 3 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\log x + \log y = \log 200$
2. $2\log x + \log y = 3$
3. $\log(xy) = \log 200$
4. $xy = 200$
5. $\log(x^2 y) = 3$
6. $x^2 y = 10^3$
7. $x^2 y = 1000$
8. $y = 200 / x$
9. $x^2(200 / x) = 1000$
10. $200x = 1000$
11. $x = 5$
12. $5y = 200$
13. $y = 40$
14. $CS = \{(5, 40)\}$

RAZONES

Dato

Dato

T. $\log_a M + \log_a N = \log_a(MN)$ en 1T. $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$ en 3T. $n \log_b a \Leftrightarrow \log_b a^n$ T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ Def. a^n T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$ Reemplazo y en 7

Simplificación

T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$. Simplificación.Reemplazo x en 4T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$. Simplificación.

Def. CS

$$5. \begin{cases} 2\log x - 3\log y = 7 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $2\log x - 3\log y = 7$
2. $\log x + \log y = 1$
3. $\log x^2 - \log y^3 = 7$
4. $\log(x^2 / y^3) = 7$
5. $x^2 / y^3 = 10^7$

RAZONES

Dato

Dato

T. $\log_a M^k = k \log_a M$ en 1T. $\log_a M - \log_a N = \log_a(M / N)$ en 3T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$

6. $x^2 = 10^7 y^3$
7. $\log(xy) = 1$
8. $xy = 10$
9. $y = 10 / x$
10. $x^2 = 10^7 (10^3 / x^3)$
11. $x^5 = 10^{10}$
12. $x = 10^2$
13. $x = 100$
14. $100y = 10$
15. $y = 1 / 10$
16. $CS = \{(100, 1/10)\}$

$$6. \begin{cases} \log x + 5 \log y = 7 \\ \log(x / y) = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\log x + 5 \log y = 7$
2. $\log(x / y) = 1$
3. $\log x + \log y^5 = 7$
4. $xy^5 = 10^7$
5. $x / y = 10$
6. $x = 10y$
7. $(10y)y^5 = 10^7$
8. $10y^6 = 10^7$
9. $y^6 = 10^6$
10. $y = 10$
11. $x = 100$
12. $CS = \{(100, 10)\}$

$$7. \begin{cases} \log x - \log y = \log 3 \\ 2 \log x - 3 \log y = \log 3 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\log x - \log y = \log 3$
2. $2 \log x - 3 \log y = \log 3$
3. $\log(x / y) = \log 3$
4. $x / y = 3$
5. $x = 3y$
6. $\log x^2 - \log y^3 = \log 3$
7. $\log(x^2 / y^3) = \log 3$
8. $x^2 / y^3 = 3$
9. $9y^2 / y^3 = 3$
10. $y = 3$
11. $x = 9$
12. $CS = \{(9, 3)\}$

$$8. \begin{cases} x - y = 15 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x - y = 15$
2. $\log x + \log y = 2$
3. $\log(xy) = 2$
4. $xy = 100$
5. $x = 15 + y$
6. $(15 + y)y = 100$
7. $y^2 + 15y - 100 = 0$
8. $y_1 = 5 \vee y_2 = -20$
9. $y = 5$
10. $x = 20$
11. $CS = \{(20, 5)\}$

$$T. a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

$$T. \log_a M + \log_a N = \log_a(MN)$$

$$T. \log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$$

$$T. a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Reemplazo y en 6. Def. a^n

$$T: a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Raíz de 5 en 11

Def. a^n

Reemplazo x en 8

$$T. a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0. \text{ Simplificación.}$$

Def. CS

RAZONES

Dato

Dato

$$T. \log_a M^k = k \log_a M$$

$$T. \log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1 \text{ en 3}$$

$$T. \log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1 \text{ en 2}$$

$$T. a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$$

Reemplazo x en 4

Def. (x)

Simplificación

Raíz de 6 en 9

Reemplazo y en 6

Def. CS

RAZONES

Dato

Dato

$$T. \log_a M - \log_a N = \log_a(M / N) \text{ en 1}$$

$$T. \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N \text{ en 3}$$

$$T. a / b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$$

$$T. \log_a M^k = k \log_a M \text{ en 2}$$

$$T. \log_a M - \log_a N = \log_a(M / N) \text{ en 6}$$

$$T. \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N \text{ en 7}$$

Reemplazo x en 8. Def. a^n

Simplificación

Reemplazo y en 5

Def. CS

RAZONES

Dato

Dato

$$T. \log_a M + \log_a N = \log_a(MN) \text{ en 2}$$

$$T. \log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1. \text{ Def. } a^n$$

$$T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b \text{ en 1}$$

Reemplazo x en 4

Axi. Distributivo. $T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Raíces de la ecuación 7

La raíz $y_2 = -20$ no es válida

Reemplazo y en 5

Def. CS

$$9. \begin{cases} \log x - \log y = 1 \\ x + y = 22 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\log x - \log y = 1$
2. $x + y = 22$
3. $\log(x/y) = 1$
4. $x/y = 10$
5. $x = 10y$
6. $10y + y = 22$
7. $11y = 22$
8. $y = 11$
9. $x = 110$
10. $CS = \{(20, 2)\}$

$$10. \begin{cases} 3x + 2y = 64 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $3x + 2y = 64$
2. $\log x - \log y = 1$
3. $\log(x/y) = 1$
4. $x/y = 10$
5. $x = 10y$
6. $3(10y) + 2y = 64$
7. $30y + 2y = 64$
8. $32y = 64$
9. $y = 64/32$
10. $y = 2$
11. $x = 10 \cdot 2$
12. $x = 20$
13. $CS = \{(20, 2)\}$

$$11. \begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x^2 - y^2 = 11$
2. $\log x - \log y = 1$
3. $\log(x/y) = 1$
4. $x/y = 10$
5. $x = 10y$
6. $(10y)^2 - y^2 = 11$
7. $100y^2 - y^2 = 11$
8. $99y^2 = 11$
9. $y^2 = 11/99$
10. $y^2 = 1/9$
11. $y_1 = 1/3 \vee y_2 = -1/3$
12. $y = 1/3$
13. $x = 10/3$
14. $CS = \{(10/3, 1/3)\}$

$$12. \begin{cases} x - y = 8 \\ \log_2 x + \log_2 y = 7 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x - y = 8$
2. $\log_2 x + \log_2 y = 7$
3. $\log_2(xy) = 7$
4. $xy = 2^7$

RAZONES

Dato

Dato

T. $\log_a M - \log_a N = \log_a(M/N)$ en 1T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ T. $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Reemplazo x en 2

Términos semejantes

T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$. Simplificación

Reemplazo y en 5

Def. CS

RAZONES

Dato

Dato

T. $\log_a M - \log_a N = \log_a(M/N)$ en 2T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ T. $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Reemplazo x en 1

Def. (x)

Términos semejantes

T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Simplificación

Reemplazo y en 5

Def. (x)

Def. CS

RAZONES

Dato

Dato

T. $\log_a M - \log_a N = \log_a(M/N)$ en 2T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ T. $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Reemplazo x en 1

Def. a^n

Términos semejantes

T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Simplificación

Raíces de la ecuación 10

La raíz $y_2 = -1/3$ no es válida

Reemplazo y en 5

Def. CS.

RAZONES

Dato

Dato

T. $\log_a M + \log_a N = \log_a(MN)$ en 2T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$

5. $xy = 128$
6. $x = 8 + y$
7. $(8 + y)y = 128$
8. $y^2 + 8y - 128 = 0$
9. $y_1 = 8 \vee y_2 = -16$
10. $y = 8$
11. $x = 8 + 8$
12. $x = 16$
13. $CS = \{(16, 8)\}$

$$13. \begin{cases} \log_2(x - y) = 2 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\log_2(x - y) = 2$
2. $\log_2 x - \log_2 y = 1$
3. $x - y = 2^2$
4. $x - y = 4$
5. $\log_2(x / y) = 1$
6. $x / y = 2$
7. $x = 2y$
8. $2y - y = 4$
9. $y = 4$
10. $x = 2 \cdot 4$
11. $x = 8$
12. $CS = \{(8, 4)\}$

$$14. \begin{cases} x + y = 110 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x + y = 110$
2. $\log x + \log y = 3$
3. $\log(xy) = 3$
4. $xy = 10^3$
5. $xy = 1000$
6. $x = 110 - y$
7. $(110 - y)y = 1000$
8. $y^2 - 110y + 1000 = 0$
9. $y_1 = 100 \vee y_2 = 10$
10. $x_1 + 100 = 110 \vee x_2 + 10 = 110$
11. $x_1 = 10 \vee x_2 = 100$
12. $CS = \{(10; 100), (100; 10)\}$

$$15. \begin{cases} \log_x(y - 18) = 2 \\ \log_y(x + 3) = 1/2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\log_x(y - 18) = 2$
2. $\log_y(x + 3) = 1/2$
3. $y - 18 = x^2$
4. $x + 3 = \sqrt{y}$
5. $\sqrt{y - 18} = x$
6. $\sqrt{y - 18} + 3 = \sqrt{y}$
7. $(\sqrt{y - 18} + 3)^2 = y$
8. $6\sqrt{y - 18} - 9 = 0$

Def. a^n Despejo x en 1

Reemplazo 6 en 5

Axi. Distributivo. T. $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$

Raíces de ecuación 8

La raíz $y_2 = -16$ no es válidaReemplazo y en 6

Términos semejantes

Def. CS **RAZONES**

Dato

Dato

T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ en 1Def. a^n T. $\log_a M - \log_a N = \log_a(M / N)$ en 2T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ T. $a / b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$ Reemplazo de x en 4

Términos semejantes

Reemplazo de y en 7Def. (x) Def. CS **RAZONES**

Dato

Dato

T. $\log_a M + \log_a N = \log_a(MN)$ en 2T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ Def. a^n Despejo x en 1Reemplazo x en 5

Axi. Distributivo

Raíces de ecuación 8

Reemplazo y en 1Despejo x en 10Def. (x) **RAZONES**

Dato

Dato

T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ en 1T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$ en 2Despejo x en 3Reemplazo x en 4

Elevamos al cuadrado en 6

Binomio al cuadrado y TS

9. $6\sqrt{y-18} = 9$
10. $\sqrt{y-18} = 9/6$
11. $\sqrt{y-18} = 3/2$
12. $y-18 = 9/4$
13. $y = 81/4$
14. $x+3 = \sqrt{81/4}$
15. $x+3 = 9/2$
16. $x = 3/2$
17. $CS = \{(3/2, 81/4)\}$

$$16. \begin{cases} \log_y(9-x) = 1/2 \\ \log_x(y+9) = 2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\log_y(9-x) = 1/2$
2. $\log_x(y+9) = 2$
3. $9-x = \sqrt{y}$
4. $y+9 = x^2$
5. $\sqrt{y+9} = x$
6. $9-\sqrt{y+9} = \sqrt{y}$
7. $(9-\sqrt{y+9})^2 = y$
8. $-18\sqrt{y+9} + 89 = 0$
9. $-18\sqrt{y+9} = -89$
10. $\sqrt{y+9} = -89/-18$
11. $y+9 = 7921/324$
12. $y = 5005/324$
13. $\sqrt{5005/324 + 9} = x$
14. $x = 89/18$
15. $CS = \{(89/18, 5005/324)\}$

$$17. \begin{cases} \log x / \log y = 1/2 \\ \log x^2 + \log y = 4 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\log x / \log y = 1/2$
2. $\log x^2 + \log y = 4$
3. $\log x = 1/2 \log y$
4. $\log x = \log \sqrt{y}$
5. $x = \sqrt{y}$
6. $\log(x^2 y) = 4$
7. $x^2 y = 10^4$
8. $x^2 y = 10000$
9. $(\sqrt{y})^2 y = 10000$
10. $y^2 = 10000$
11. $y_1 = 100 \vee y_2 = -100$
12. $y = 100$
13. $x = \sqrt{100}$
14. $x = 10$
15. $CS = \{(10, 100)\}$

$$T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

$$T. a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Simplificación

Elevamos al cuadrado en 11. Def. a^n

Despejo y. TS

Reemplazo y en 4

Def. $\sqrt{a}$

Despeje de x. TS

Def. CS

RAZONES

Dato

Dato

$$T. \log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1 \text{ en 1}$$

$$T. \log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1 \text{ en 2}$$

Despejo x en 4

Reemplazo x en 3

Elevamos al cuadrado en 6

Binomio al cuadrado y TS

$$T. a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$$

$$T. a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$$

Elevamos al cuadrado en 11. Def. a^n

Despejo y. TS

Reemplazo y en 5

Suma de fracciones. Def. $\sqrt{a}$

Def. CS

RAZONES

Dato

Dato

$$T. a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0 \text{ en 1}$$

$$T. \log_a M^k = k \log_a M$$

$$T. \log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$$

$$T. \log_a M + \log_a N = \log_a(MN) \text{ en 2}$$

$$T. \log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$$

Def. a^n

Reemplazo x en 8

$$(\sqrt[n]{a})^n = a. \text{ Def. } (x)$$

Raíces de la ecuación 10

La raíz $y_2 = -100$ no es válida

Reemplazo y en 5

Def. $\sqrt{a}$

Def. CS

18.
$$\begin{cases} x - y = 8 \\ \log_2 x - \log_2 y = 7 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x - y = 8$
2. $\log_2 x - \log_2 y = 7$
3. $\log_2(x/y) = 7$
4. $x/y = 2^7$
5. $x/y = 128$
6. $x = 128y$
7. $128y - y = 8$
8. $127y = 8$
9. $y = 8/127$
10. $x = 128 \cdot 8/127$
11. $x = 1024/127$
12. $CS = \{(1024/127, 8/127)\}$

RAZONES

Dato

Dato

T. $\log_a M - \log_a N = \log_a(M/N)$ en 2

T. $\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a; n > 0 \text{ y } n \neq 1$

Def. a^n

T. $a/b = c \Leftrightarrow a = c \cdot b; b \neq 0$

Reemplazo x en 1

Términos semejantes

T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Reemplazo y en 6

Def(x)

Def. CS

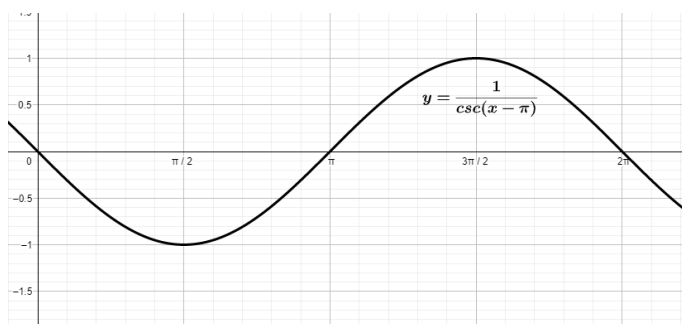
SISTEMAS DE ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

PÁGINA 170

1.- Graficar las siguientes ecuaciones trigonométricas (en 2 variables):

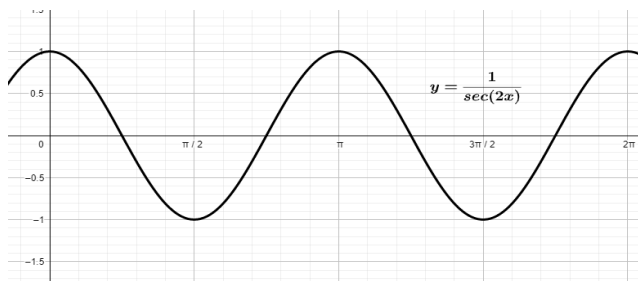
1. $y = 1/\csc(x - \pi)$

[1]	
0π	0
$\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
$\pi/2$	-1
$3\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
π	0
$5\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$3\pi/2$	1
$7\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
2π	0



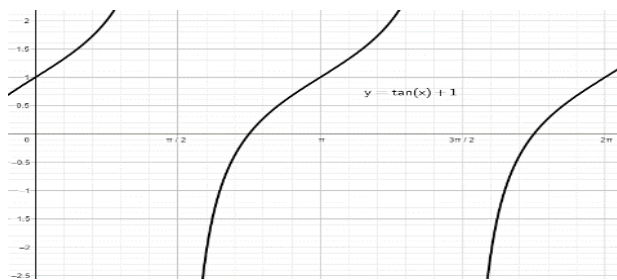
2. $y = 1/\sec(2x)$

[1]	
0π	1
$\pi/4$	0
$\pi/2$	-1
$3\pi/4$	0
π	1
$5\pi/4$	0
$3\pi/2$	-1
$7\pi/4$	0
2π	1



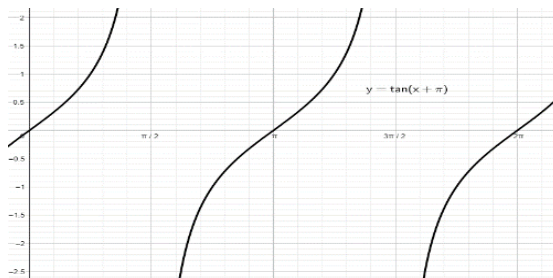
3. $y = \tan(x) + 1$

[1]	
0π	1
$\pi/4$	2
$\pi/2$	-
$3\pi/4$	0
π	1
$5\pi/4$	2
$3\pi/2$	-
$7\pi/4$	0
2π	1



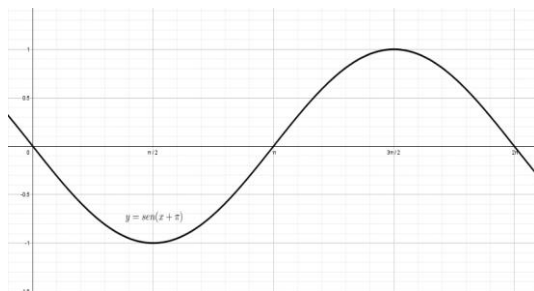
4. $y = \tan(x + \pi)$

[1]	
0π	0
$\pi/4$	1
$\pi/2$	-
$3\pi/4$	-1
π	0
$5\pi/4$	1
$3\pi/2$	-
$7\pi/4$	-1
2π	0



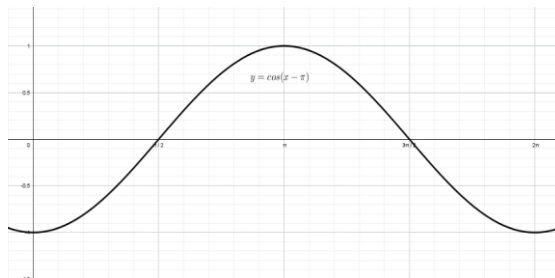
5. $y = \text{sen}(x + \pi)$

[1]	
0π	0
$\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
$\pi/2$	-1
$3\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
π	0
$5\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$3\pi/2$	1
$7\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
2π	0



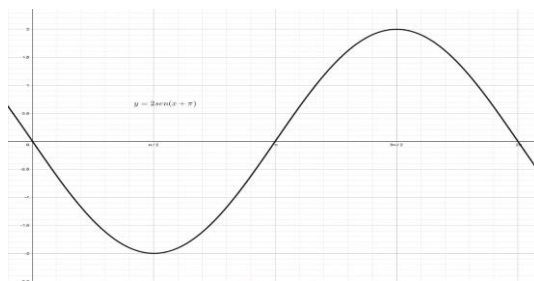
6. $y = \cos(x - \pi)$

[1]	
0π	-1
$\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
$\pi/2$	0
$3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
π	1
$5\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$3\pi/2$	0
$7\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
2π	-1



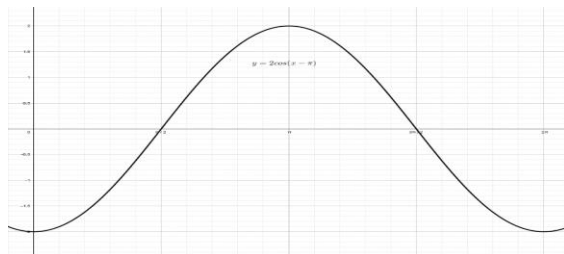
7. $y = 2\text{sen}(x + \pi)$

[1]	
0π	0
$\pi/4$	$-\sqrt{2}$
$\pi/2$	-2
$3\pi/4$	$-\sqrt{2}$
π	0
$5\pi/4$	$\sqrt{2}$
$3\pi/2$	2
$7\pi/4$	$\sqrt{2}$
2π	0



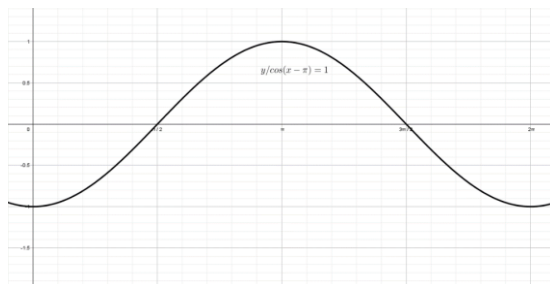
8. $y = 2\cos(x - \pi)$

[1]	
0π	-2
$\pi/4$	$-\sqrt{2}$
$\pi/2$	0
π	2
$5\pi/4$	$\sqrt{2}$
$3\pi/2$	0
$7\pi/4$	$-\sqrt{2}$
2π	-2



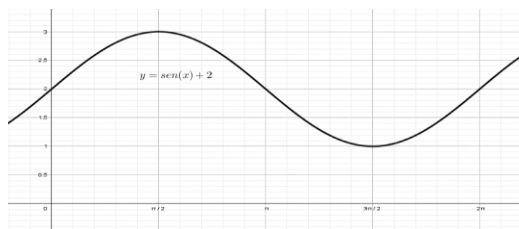
9. $y / \cos(x + \pi) = 1$

[1]	
0π	-1
$\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
$\pi/2$	0
$3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
π	1
$5\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$3\pi/2$	0
$7\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
2π	-1



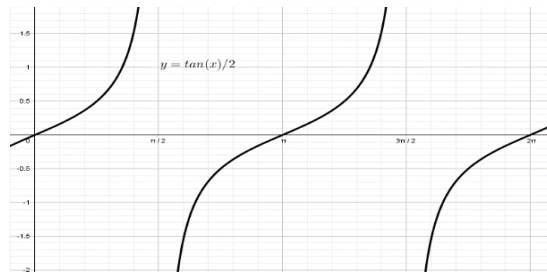
10. $y = \text{sen}(x) + 2$

[1]	
0π	2
$\pi/4$	2,7
$\pi/2$	3
$3\pi/4$	2,7
π	2
$5\pi/4$	1,3
$3\pi/2$	1
$7\pi/4$	1,3
2π	2



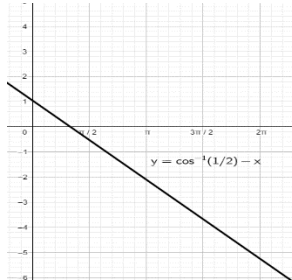
11. $y = (\tan(x))/2$

[1]	
0π	0
$\pi/4$	1/2
$\pi/2$	-
$3\pi/4$	-1/2
π	0
$5\pi/4$	1/2
$3\pi/2$	-
$7\pi/4$	-1/2
2π	0



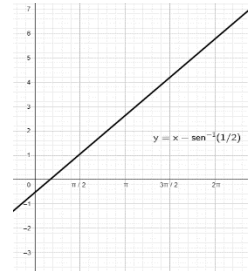
12. $\cos(x+y) = 1/2$

[1]	
0π	1,04
$\pi/4$	0,26
$\pi/2$	-0,52
$3\pi/4$	-1,31
π	-2,09
$5\pi/4$	-2,88
$3\pi/2$	-3,67
$7\pi/4$	-4,45
2π	-5,23



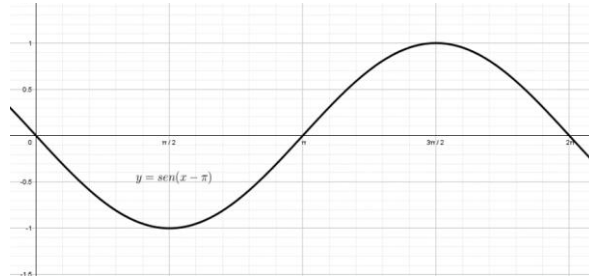
13. $\sin(x-y) = 1/2$

[1]	
0π	-0,5
$\pi/4$	0,3
$\pi/2$	1,02
$3\pi/4$	1,8
π	2,61
$5\pi/4$	3,4
$3\pi/2$	4,2
$7\pi/4$	5
2π	5,8



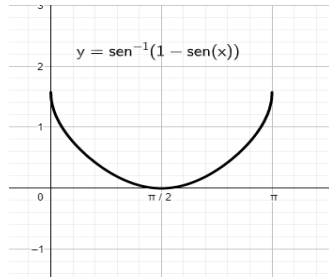
14. $y = \sin(x - \pi)$

[1]	
0π	0
$\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
$\pi/2$	-1
$3\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
$5\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$3\pi/2$	1
$7\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
2π	0



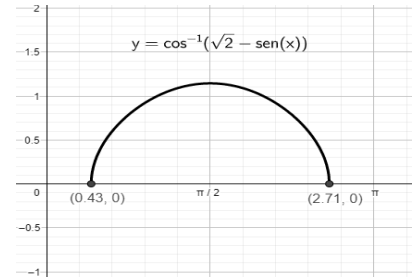
15. $\sin(x) + \sin(y) = 1$

[1]	
0π	1,57
$\pi/4$	0,29
$\pi/2$	0
$3\pi/4$	0,29
π	1,57
$5\pi/4$	-
$3\pi/2$	-
$7\pi/4$	-
2π	-



16. $\sin(x) + \cos(y) = \sqrt{2}$

[1]	
0π	-
$\pi/4$	0,8
$\pi/2$	1,1
$3\pi/4$	0,8
π	-
$5\pi/4$	-
$3\pi/2$	-
$7\pi/4$	-
2π	-



2.- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones y verificar las soluciones (graficador):

Observación: las gráficas las puede ver en Anexos

1.
$$\begin{cases} y = \cos(x) - 1 \\ y = \sin(x) \end{cases}$$

PROPOSICIONES

- $y = \cos(x) - 1$
- $y = \sin(x)$
- $\cos(x) - 1 = \sin(x)$
- $(\cos(x) - 1)^2 = (\sin(x))^2$
- $\cos^2(x) - 2\cos(x) + 1 = 1 - \cos^2(x)$
- $2\cos^2(x) - 2\cos(x) = 0$
- $\cos^2(x) - \cos(x) = 0$
- $\cos(x)(\cos(x) - 1) = 0$
- $\cos(x) = 0 \vee \cos(x) - 1 = 0$
- $\cos(x) = 0 \vee \cos(x) = 1$
- $x = 0 \vee x = 270 \vee x = 360$
- $y = 0 \vee y = -1 \vee y = 0$

RAZONES

- Dato
Dato
Igualación entre 1 y 2
Elevamos al cuadrado en 3
Binomio al cuadrado. $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
Términos semejantes
Dividimos para 2 en 6
Factor común
TFO
T. $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
Def. $\cos^1$
Reemplazo x en 2

Respuestas: $x_1 = 0, y_1 = 0 \vee x_2 = 3\pi/2, y_2 = -1 \vee x_3 = 2\pi, y_3 = 0$

$$2. \begin{cases} x + y = \pi / 2 \\ \text{sen}(x) + \text{sen}(y) = \sqrt{6} / 2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x + y = \pi / 2$
2. $\text{sen}(x) + \text{sen}(y) = \sqrt{6} / 2$
3. $x = \pi / 2 - y$
4. $\text{sen}(\pi / 2 - y) + \text{sen}(y) = \sqrt{6} / 2$
5. $\text{sen}(90)\cos(y) - \cos(90)\text{sen}(y) + \text{sen}(y) = \sqrt{6} / 2$
6. $\cos(y) + \text{sen}(y) = \sqrt{6} / 2$
7. $(\cos(y) + \text{sen}(y))^2 = (\sqrt{6} / 2)^2$
8. $\cos^2(y) + 2\cos(y)\text{sen}(y) + \text{sen}^2(y) = 6 / 4$
9. $1 + 2\cos(y)\text{sen}(y) = 6 / 4$
10. $2\cos(y)\text{sen}(y) = 1 / 2$
11. $\text{sen}(2y) = 1 / 2$
12. $\text{sen}(\alpha) = 1 / 2$
13. $\alpha_1 = \pi / 6 \vee \alpha_2 = 5\pi / 6$
14. $2y_1 = \pi / 6 \vee 2y_2 = 5\pi / 6$
15. $y_1 = \pi / 12 \vee y_2 = 5\pi / 12$
16. $x_1 = \pi / 2 - \pi / 12 \vee x_2 = \pi / 2 - 5\pi / 12$
17. $x_1 = 5\pi / 12 \vee x_2 = \pi / 12$

Respuestas: $x_1 = 5\pi / 12, y_1 = \pi / 12 \vee x_2 = \pi / 12, y_2 = 5\pi / 12$

RAZONES

Dato
Dato
T. $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
Reemplazo x en 2
 $\text{sen}(A - B) = \text{sen}(A)\cos(B) - \cos(A)\text{sen}(B)$
Valores de sen y $\cos$

Elevamos al cuadrado
Binomio al cuadrado. Def. a^n
 $\text{sen}^2(y) + \cos^2(y) = 1$
T. $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$. TS.
 $2\cos(y)\text{sen}(y) = \text{sen}(2y)$
Sustitución $\alpha = 2y$
Def. sen^{-1}
Sustitución $\alpha = 2y$
Despejo y en 13
Reemplazo y en 3
Suma de fracciones

$$3. \begin{cases} x - y = 90^\circ \\ \text{sen}(x) + \cos(y) = \sqrt{2} \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $x - y = 90^\circ$
2. $\text{sen}(x) + \cos(y) = \sqrt{2}$
3. $x - y = \pi / 2$
4. $x = \pi / 2 + y$
5. $\text{sen}(\pi / 2 + y) + \cos(y) = \sqrt{2}$
6. $\text{sen}(\pi / 2)\cos(y) + \text{sen}(y)\cos(\pi / 2) + \cos(y) = \sqrt{2}$
7. $\cos(y) + \cos(y) = \sqrt{2}$
8. $2\cos(y) = \sqrt{2}$
9. $\cos(y) = \sqrt{2} / 2$
10. $y_1 = \pi / 4 \vee y_2 = -\pi / 4$
11. $x_1 = \pi / 2 + \pi / 4 \vee x_2 = \pi / 2 - \pi / 4$
12. $x_1 = 3\pi / 4 \vee x_2 = \pi / 4$

Respuestas: $x_1 = 3\pi / 4, y_1 = \pi / 4 \vee x_2 = \pi / 4, y_2 = -\pi / 4$

RAZONES

Dato
Dato
Valor en radianes en 1
T. $a \pm b = c \Leftrightarrow a = c \mp b$
Reemplazo x en 2
 $\text{sen}(A + B) = \text{sen}(A)\cos(B) + \cos(A)\text{sen}(B)$
Valores de $\cos$ y sen . Def. (x)
Términos semejantes
T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c / b; b \neq 0$
Def. $\cos^{-1}$
Reemplazo y en 4
Términos semejantes

$$4. \begin{cases} y = \text{sen}(x - \pi) \\ y = \text{sen}(2x) \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = \text{sen}(x - \pi)$
2. $y = \text{sen}(2x)$
3. $y = \text{sen}(x)\cos(\pi) - \text{sen}(\pi)\cos(x)$
4. $y = -\text{sen}(x)$
5. $-y = \text{sen}(x)$
6. $0 = \text{sen}(2x) + \text{sen}(x)$
7. $0 = 2\text{sen}(x)\cos(x) + \text{sen}(x)$

RAZONES

Dato
Dato
 $\text{sen}(A - B) = \text{sen}(A)\cos(B) - \cos(A)\text{sen}(B)$ en 1
Valores de $\cos$ y sen . Def. (x)
Cambio de signo
Suma y resta entre 2 y 5

8. $0 = \text{sen}(x)(2\cos(x)+1)$
 9. $\text{sen}(x) = 0 \vee 2\cos(x)+1 = 0$
 10. $\text{sen}(x) = 0 \vee \cos(x) = -1/2$
 11. $x_1 = 0 \vee x_2 = \pi \vee x_3 = 2\pi \vee$
 $x_4 = 2\pi/3 \vee x_5 = 4\pi/3$
 12. $y_1 = 0 \vee y_2 = 0 \vee y_3 = 0 \vee$
 $y_4 = -\sqrt{3}/2 \vee y_5 = \sqrt{3}/2$

$$2\cos(x)\text{sen}(x) = \text{sen}(2x)$$

Factor común

TFO

Transposición de términos y factores

Def. sen^{-1} y $\cos^{-1}$

Reemplazo x en 4.

Respuestas: $x_1 = 0, y_1 = 0 \vee x_2 = \pi, y_2 = 0 \vee x_3 = 2\pi, y_3 = 0 \vee x_4 = 2\pi/3, y_4 = -\sqrt{3}/2 \vee x_5 = 4\pi/3, y_5 = \sqrt{3}/2$

5. $\begin{cases} y = \cos(x - \pi) \\ y = 2\cos(x) \end{cases}$

PROPOSICIONES

1. $y = \cos(x - \pi)$
 2. $y = 2\cos(x)$
 3. $y = \cos(x)\cos(\pi) + \text{sen}(x)\text{sen}(\pi)$
 4. $y = -\cos(x)$
 5. $-\cos(x) = 2\cos(x)$
 6. $3\cos(x) = 0$
 7. $\cos(x) = 0$
 8. $x_1 = \pi/2 \vee x_2 = 3\pi/2$
 9. $y_1 = 2\cos(\pi/2) \vee y_2 = 2\cos(3\pi/2)$
 10. $y_1 = 0 \vee y_2 = 0$

Respuesta: $x_1 = \pi/2, y_1 = 0 \vee x_2 = 3\pi/2, y_2 = 0$

6. $\begin{cases} y = \text{sen}(x + \pi) \\ y = -\text{sen}(x) + \cos(x) \end{cases}$

PROPOSICIONES

1. $y = \text{sen}(x + \pi)$
 2. $y = -\text{sen}(x) + \cos(x)$
 3. $y = \text{sen}(x)\cos(\pi) + \text{sen}(\pi)\cos(x)$
 4. $y = -\text{sen}(x)$
 5. $-\text{sen}(x) = -\text{sen}(x) + \cos(x)$
 6. $\cos(x) = 0$
 7. $x_1 = \pi/2 \vee x_2 = 3\pi/2$
 8. $y_1 = \text{sen}(3\pi/2) \vee y_2 = \text{sen}(5\pi/2)$
 9. $y_1 = -1 \vee y_2 = 1$

Respuesta: $x_1 = \pi/2, y_1 = -1 \vee x_2 = 3\pi/2, y_2 = 1$

7. $\begin{cases} y = \text{sen}(x + \pi) \\ y = 2\text{sen}(x + \pi) \end{cases}$

PROPOSICIONES

1. $y = \text{sen}(x + \pi)$
 2. $y = 2\text{sen}(x + \pi)$
 3. $2\text{sen}(x + \pi) = \text{sen}(x + \pi)$
 4. $\text{sen}(x + \pi) = 0$
 5. $\text{sen}(x)\cos(\pi) + \text{sen}(\pi)\cos(x) = 0$
 6. $-\text{sen}(x) = 0$
 7. $\text{sen}(x) = 0$
 8. $x_1 = 0 \vee x_2 = \pi \vee x_3 = 2\pi$
 $y_1 = \text{sen}(\pi)$
 9. $y_2 = \text{sen}(2\pi)$
 $y_3 = \text{sen}(3\pi)$
 10. $y_1 = 0 \vee y_2 = 0 \vee y_3 = 0$

Respuesta: $x_1 = 0, y_1 = 0 \vee x_2 = \pi, y_2 = 0 \vee x_3 = 2\pi, y_3 = 0$

RAZONES

Dato

Dato

Suma de ángulos en 1

Def. $\text{sen}(x)$ y $\cos(x)$

Igualar 2 y 4

Transposición de términos. TS.

Transposición de factores

Def. $\cos^{-1}$

Reemplazo 8 en 2

Def. $\cos(x)$

RAZONES

Dato

Dato

Suma de ángulos

Def. $\text{sen}(x)$ y $\cos(x)$

Reemplazo 4 en 2

Términos semejantes

Def. $\cos^{-1}$

Reemplazo x en 1

Def. $\text{sen}(x)$

RAZONES

Dato

Dato

Igualar entre 1 y 2

Transposición de términos. TS.

Suma de ángulos

Def. $\text{sen}(x)$ y $\cos(x)$

Cambio de signo

Def. sen^{-1}

Reemplazo de 8 en 1. TS.

Def. $\text{sen}(x)$

$$8. \begin{cases} y = \cos(x - \pi) \\ y = 2\cos(x - \pi) \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = \cos(x - \pi)$
2. $y = 2\cos(x - \pi)$
3. $2\cos(x - \pi) = \cos(x - \pi)$
4. $\cos(x - \pi) = 0$
5. $\cos(x)\cos(\pi) + \sin(x)\sin(\pi) = 0$
6. $-\cos(x) = 0$
7. $\cos(x) = 0$
8. $x_1 = \pi/2 \vee x_2 = 3\pi/2$
9. $y_1 = \cos(\pi/2 - \pi) \vee y_2 = \cos(3\pi/2 - \pi)$
10. $y_1 = \cos(-\pi/2) \vee y_2 = \cos(\pi/2)$
11. $y_1 = 0 \vee y_2 = 0$

RAZONES

Dato
Dato
Igualar entre 1 y 2
Transposición de términos. TS.

Suma de ángulos
Def. $\sin(x)$ y $\cos(x)$
Cambio de signo
Def. $\cos^{-1}$
Reemplazo de 8 en 1
Términos semejantes
Def. $\cos(x)$

Respuesta: $x_1 = \pi/2, y_1 = 0 \vee x_2 = 3\pi/2, y_2 = 0$

$$9. \begin{cases} y = \tan(x + \pi) \\ y = 0,5\tan(x) \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = \tan(x + \pi)$
2. $y = 0,5\tan(x)$
3. $y = \frac{\tan(x) + \tan(\pi)}{1 - \tan(x)\tan(\pi)}$
4. $y = \tan(x)$
5. $\tan(x) = 0,5\tan(x)$
6. $0,5\tan(x) = 0$
7. $\tan(x) = 0$
8. $x_1 = 0 \vee x_2 = \pi \vee x_3 = 2\pi$
9. $y_1 = \tan(0) \vee y_2 = \tan(\pi) \vee y_3 = \tan(2\pi)$
10. $y_1 = 0 \vee y_2 = 0 \vee y_3 = 0$

RAZONES

Dato
Dato

Suma de ángulos en 1
Def. $\tan(x)$ y Def(x)
Reemplazo de 4 en 2
Transposición términos. TS.
Transposición factores. Def. $\div$

Def. $\tan^{-1}$
Reemplazo x en 4
Def. $\tan(x)$

Respuesta: $x_1 = 0, y_1 = 0 \vee x_2 = \pi, y_2 = 0 \vee x_3 = 2\pi, y_3 = 0$

$$10. \begin{cases} y = \sin(2x) \\ y = \sin(x) \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = \sin(2x)$
2. $y = \sin(x)$
3. $-y = -\sin(x)$
4. $0 = \sin(2x) - \sin(x)$
5. $0 = 2\sin(x)\cos(x) - \sin(x)$
6. $0 = \sin(x)[2\cos(x) - 1]$
7. $\sin(x) = 0 \vee \cos(x) = 1/2$
8. $x_1 = 0, x_2 = \pi, x_3 = 2\pi \vee x_4 = \pi/3, x_5 = -\pi/3$
9. $y_1 = 1, y_2 = 1, y_3 = 1 \vee y_4 = \sqrt{3}/2, y_5 = -\sqrt{3}/2$

RAZONES

Dato
Dato
Cambio de signo
Suma y resta entre 1 y 3
Identidad trigonométrica
Factor común
TF0. Transposición de términos
Def. $\sin^{-1}$ y $\cos^{-1}$
Reemplazo 8 en 2. Def. $\sin(x)$

Respuestas: $x_1 = 0, y_1 = 0 \vee x_2 = \pi, y_2 = 0 \vee x_3 = 2\pi, y_3 = 0 \vee x_4 = \pi/3, y_4 = \sqrt{3}/2 \vee x_5 = 5\pi/3, y_5 = -\sqrt{3}/2$

$$11. \begin{cases} y = \cos(2x) \\ y = -\sin(x) + 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = \cos(2x)$
2. $y = -\sin(x) + 1$
3. $y = 1 - 2\sin^2 x$
4. $1 - 2\sin^2 x = -\sin(x) + 1$
5. $2\sin^2 x - \sin(x) = 0$
6. $\sin(x)[2\sin(x) - 1] = 0$
7. $\sin(x) = 0 \vee \sin(x) = 1/2$
8. $x_1 = 0, x_2 = \pi, x_3 = 2\pi \vee x_4 = \pi/6, x_5 = 5\pi/6$
9. $y_1 = 1 \vee y_2 = 1 \vee y_3 = 1 \vee y_4 = 1/2 \vee y_5 = 1/2$

RAZONES

Dato
Dato
Identidad trigonométrica en 1
Igualo 2 y 3
Transposición términos. TS.
Factor común
TFO
Def. $\sin^{-1}$
Reemplazo 8 en 1. Def. $\cos(x)$

Respuesta: $x_1 = 0, y_1 = 1 \vee x_2 = \pi, y_2 = 1 \vee x_3 = 2\pi, y_3 = 1 \vee x_4 = \pi/6, y_4 = 1/2 \vee x_5 = 5\pi/6, y_5 = 1/2$

$$12. \begin{cases} y = \tan(x + \pi) \\ y = 0,5 \tan(x) \end{cases}$$

PROPOSICIONES

11. $y = \tan(x + \pi)$
12. $y = 0,5 \tan(x)$
13. $y = \frac{\tan(x) + \tan(\pi)}{1 - \tan(x)\tan(\pi)}$
14. $y = \tan(x)$
15. $\tan(x) = 0,5 \tan(x)$
16. $0,5 \tan(x) = 0$
17. $\tan(x) = 0$
18. $x_1 = 0 \vee x_2 = \pi \vee x_3 = 2\pi$
19. $y_1 = \tan(0) \vee y_2 = \tan(\pi) \vee y_3 = \tan(2\pi)$
20. $y_1 = 0 \vee y_2 = 0 \vee y_3 = 0$

RAZONES

Dato
Dato
Suma de ángulos en 1
Def. $\tan(x)$ y Def(x)
Reemplazo de 4 en 2
Transposición términos. TS.
Transposición factores. Def. $\div$
Def. $\tan^{-1}$
Reemplazo x en 4
Def. $\tan(x)$

Respuesta: $x_1 = 0, y_1 = 0 \vee x_2 = \pi, y_2 = 0 \vee x_3 = 2\pi, y_3 = 0$

$$13. \begin{cases} y = \sin(x) + 2 \\ y = 2\sin(x) + 1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = \sin(x) + 2$
2. $y = 2\sin(x) + 1$
3. $-y = -\sin(x) - 2$
4. $0 = \sin(x) - 1$
5. $1 = \sin(x)$
6. $x = \pi/2$
7. $y = 1 + 2$
8. $y = 3$

RAZONES

Dato
Dato
Cambio de signo en 1
Suma y resta entre 2 y 3
Transposición de términos
Def. $\sin^{-1}$
Reemplazo x en 1
Términos semejantes

Respuestas: $x = \pi/2 \vee y = 3$

$$14. \begin{cases} y = \cos(x) \\ y = 2\cos(x) - 0,5 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = \cos(x)$
2. $y = 2\cos(x) - 0,5$
3. $y = 2y - 0,5$
4. $-y = -0,5$
5. $y = 0,5$
6. $\cos(x) = 0,5$
7. $x_1 = \pi/3 \vee x_2 = 5\pi/3$

RAZONES

Dato
Dato
Reemplazo $\cos(x)$ en 2
Transposición de términos. TS.
Cambio de signo
Reemplazo y en 1
Def. $\cos^{-1}$

Respuestas: $x_1 = \pi/3, y_1 = 0,5 \vee x_2 = 5\pi/3, y_2 = 0,5$

$$15. \begin{cases} y = (\tan(x))/2 \\ y = \tan(x) + 0,5 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $y = (\tan(x))/2$
2. $y = \tan(x) + 0,5$
3. $\tan(x) = 2y$
4. $y = 2y + 0,5$
5. $-y = 0,5$
6. $y = -0,5$
7. $\tan(x) = 2(-0,5)$
8. $\tan(x) = -1$
9. $x_1 = 3\pi/4 \vee x_2 = 7\pi/4$

RAZONES

Dato
Dato
Trasposición de divisores
Reemplazo de $\tan(x)$ en 2
Transposición de términos. TS.
Cambio de signo
Reemplazo y en 3
Def. (x)
Def. $\tan^{-1}$

Respuestas: $x_1 = 3\pi/4, y_1 = -1/2 \vee x_2 = 7\pi/4, y_2 = -1/2$

$$16. \begin{cases} \cos(x+y) = 1/2 \\ \sin(x-y) = 1/2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\cos(x+y) = 1/2$
2. $\sin(x-y) = 1/2$
3. $-\sin(x-y) = -1/2$
4. $\cos(x+y) - \sin(x-y) = 0$
5. $\cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) - \sin(x)\cos(y) + \sin(y)\cos(x) = 0$
6. $\cos(y)[\cos(x) - \sin(x)] + \sin(y)[- \sin(x) + \cos(x)] = 0$
7. $[\cos(x) - \sin(x)][\cos(y) + \sin(y)] = 0$
8. $[\cos(x) - \sin(x)] = 0 \vee [\cos(y) + \sin(y)] = 0$
9. $\cos(x) = \sin(x) \vee \cos(y) = -\sin(y)$
10. $\sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y) - \sin(x)\cos(y) + \sin(y)\cos(x) = 0$
11. $0 = 0$

RAZONES

Dato
Dato
Cambio de signo en 2
Suma y resta entre 1 y 3
Suma de ángulos
Factor común
Factor común por agrupación
TFO
Transposición de términos
Sustitución de 9 en 5
Proposición verdadera

Respuesta: El sistema tiene infinitas soluciones

$$17. \begin{cases} \operatorname{sen}(x)\cos(y) = -\sqrt{3}/4 \\ \cos(x)\operatorname{sen}(y) = \sqrt{3}/4 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\operatorname{sen}(x)\cos(y) = -\sqrt{3}/4$
2. $\cos(x)\operatorname{sen}(y) = \sqrt{3}/4$
3. $\operatorname{sen}(x)\cos(y) + \cos(x)\operatorname{sen}(y) = 0$
4. $\operatorname{sen}(x+y) = 0$
5. $x+y = 0 \vee x+y = \pi \vee x+y = 2\pi$
6. $x = -y \vee x = \pi - y \vee x = 2\pi - y$
 $\operatorname{sen}(-y)\cos(y) = -\sqrt{3}/4$
7. $\operatorname{sen}(\pi - y)\cos(y) = -\sqrt{3}/4$
 $\operatorname{sen}(2\pi - y)\cos(y) = -\sqrt{3}/4$
 $-\operatorname{sen}(y)\cos(y) = -\sqrt{3}/4$
8. $\operatorname{sen}(y)\cos(y) = -\sqrt{3}/4$
 $-\operatorname{sen}(y)\cos(y) = -\sqrt{3}/4$ (se repite)
9. $-2\operatorname{sen}(y)\cos(y) = -\sqrt{3}/2$
 $2\operatorname{sen}(y)\cos(y) = -\sqrt{3}/2$
10. $-\operatorname{sen}(2y) = -\sqrt{3}/2$
 $\operatorname{sen}(2y) = -\sqrt{3}/2$
11. $\operatorname{sen}(2y) = \sqrt{3}/2$
 $\operatorname{sen}(2y) = -\sqrt{3}/2$
12. $2y = \pi/3$
 $2y = -\pi/3$
13. $y = \pi/6$
 $y = -\pi/6$
14. $y = 7\pi/6 \vee y = 11\pi/6; y = \pi/6 \vee y = 5\pi/6$
 $x = -7\pi/6, x = -\pi/6, x = 5\pi/6 \vee$
 $x = -11\pi/6, x = -5\pi/6, x = \pi/6$
15. $x = -\pi/6, x = 5\pi/6, x = 11\pi/6 \vee$
 $x = -5\pi/6, x = \pi/6, x = 7\pi/6$

$$x_1 = -7\pi/6, y_1 = 7\pi/6, \vee x_2 = -\pi/6, y_2 = 7\pi/6 \vee x_3 = 5\pi/6, y_3 = 7\pi/6$$

Respuesta: $x_4 = -11\pi/6, y_4 = 11\pi/6, \vee x_5 = -5\pi/6, y_5 = 11\pi/6, \vee x_6 = -\pi/6, y_6 = \pi/6$
 $x_7 = 11\pi/6, y_7 = \pi/6 \vee x_8 = \pi/6, y_8 = 5\pi/6$

RAZONES

Dato
Dato
Suma y resta entre 1 y 2
Suma de ángulos
Def. sen^{-1}
Despeje de x

Reemplazo de 6 en 1

Suma de ángulos

Multiplicar por 2

$$\operatorname{sen}(2x) = 2\operatorname{sen}(x)\cos(x)$$

Ley de signos

Def. sen^{-1}

Dividir para 2

Valores principales

Sustitución de 14 en 6

$$18. \begin{cases} \operatorname{sen}^2(x) - \cos^2(y) = 3/4 \\ \operatorname{sen}^2(x) + \cos^2(y) = 5/4 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\operatorname{sen}^2(x) - \cos^2(y) = 3/4$
2. $\operatorname{sen}^2(x) + \cos^2(y) = 5/4$
3. $2\operatorname{sen}^2(x) = 2$
4. $\operatorname{sen}^2(x) = 2/2$
5. $\operatorname{sen}^2(x) = 1$
6. $\operatorname{sen}(x) = 1 \vee \operatorname{sen}(x) = -1$
7. $x_1 = \pi/2 \vee x_2 = 3\pi/2$

RAZONES

Dato
Dato
Suma y resta entre 1 y 2
Transposición de factores
Simplificación
Def. $\sqrt{a}$
Def. sen^{-1}

8. $1 + \cos^2(y) = 5/4$

9. $\cos^2(y) = 5/4 - 1$

10. $\cos^2(y) = 1/4$

11. $\cos(y) = 1/2 \vee \cos(y) = -1/2$

12. $y = \pi/3 \vee y = 2\pi/3$

13. $y_1 = \pi/3, y_2 = 5\pi/3 \vee y_3 = 2\pi/3, y_4 = 4\pi/3$

Reemplazo 5 en 2

Transposición de términos

Términos semejantes

Def. $\sqrt{a}$ Def. $\cos^{-1}$

Valores principales

Respuesta: $x_1 = \pi/2, y_1 = \pi/3 \vee x_2 = 3\pi/2, y_2 = 2\pi/3 \vee x_3 = \pi/2, y_3 = 5\pi/3 \vee x_4 = \pi/2, y_4 = 4\pi/3$

19.
$$\begin{cases} \sin^2(x) - \cos^2(y) = 3/4 \\ \cos^2(x) - \sin^2(y) = 1/4 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\sin^2(x) - \cos^2(y) = 3/4$

2. $\cos^2(x) - \sin^2(y) = 1/4$

3. $\sin^2(x) + \cos^2(x) - \sin^2(y) - \cos^2(y) = 1$

4. $\sin^2(x) + \cos^2(x) - [\sin^2(y) + \cos^2(y)] = 1$

5. $1 - 1 = 1$

6. $0 = 1$

RAZONES

Dato

Dato

Suma y resta entre 1 y 2

Factor común

$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

Proposición Falsa

Respuesta: El sistema no tiene solución

20.
$$\begin{cases} 2\sin(x) = 2 \\ 2\sin(y) = -1 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $2\sin(x) = 2$

2. $2\sin(y) = -1$

3. $2\sin(x) + 2\sin(y) = 1$

4. $2[\sin(x) + \sin(y)] = 1$

5. $\sin(x) + \sin(y) = 1/2$

RAZONES

Dato

Dato

Suma y resta entre 1 y 2

Factor común

T. $a \cdot b = c \Leftrightarrow a = c/b; b \neq 0$

Respuestas: El sistema no tiene solución

21.
$$\begin{cases} \sin(x) = 2\sin(y) \\ \sin(x)\sin(y) = 1/2 \end{cases}$$

PROPOSICIONES

1. $\sin(x) = 2\sin(y)$

2. $\sin(x)\sin(y) = 1/2$

3. $2\sin(y)\sin(y) = 1/2$

4. $\sin(y)\sin(y) = 1/4$

5. $\sin^2(y) = 1/4$

6. $\sqrt{\sin^2(y)} = \sqrt{1/4}$

7. $\sin(y_1) = 1/2 \vee \sin(y_2) = -1/2$

8. $y_1 = \pi/6, y_2 = 5\pi/6 \vee y_3 = 7\pi/6, y_4 = 11\pi/6$

9. $x_1 = \pi/2, x_2 = \pi/2 \vee x_3 = 3\pi/2, x_4 = 3\pi/2$

RAZONES

Dato

Dato

Reemplazo $\sin(x)$ en 2

Transposición de factores

Def. (x)

Raíz cuadrada en 5

Def. $\sqrt{a}$ Def. $\sin^{-1}$ y valores principales

Reemplazo 8 en [1]

Respuestas: $x_1 = \pi/2, y_1 = \pi/6 \vee x_2 = \pi/2, y_2 = 5\pi/6 \vee x_3 = 3\pi/2, y_3 = 7\pi/6 \vee x_4 = 3\pi/2, y_4 = 11\pi/6$

BIBLIOGRAFÍA

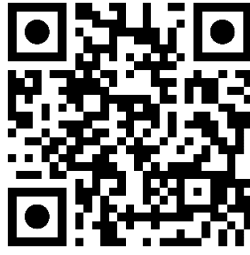
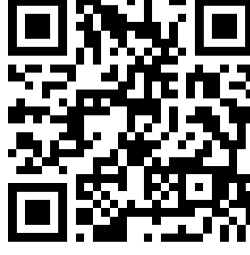
Bastidas, P., Montenegro, C., Meneses, W., y Coronel, M. (2018). (=) *Teoría de Ecuaciones*. EDICIONES ECUAFUTURO. Quito - Ecuador.

ANEXOS

ANEXO 1

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN UN VARIABLE (Capítulo 3)

PÁGINA 84 (Numeral 4)

1. $\text{sen}^2 x = 1/4$ 	2. $\text{sec}^2 x - 4 = 0$ 	3. $\text{sen}^2 2x = 1$ 	4. $\text{sen} x = 1 - \cos x$ 
5. $\text{sec}^2(x/2) = 2$ 	6. $2(\cos^2 x - \text{sen}^2 x) = 1$ 	7. $2\text{sen}^2 x - \cos x - 1 = 0$ 	8. $\text{sen}^5 x = 4\text{sen} x$ 
9. $\text{csc}^2 x = 2$ 	10. $\tan 2x = 1$ 	11. $4\cos^2 2x - 1 = 0$ 	12. $\text{sen}^2 x - 2\cos x - 1/4 = 0$ 
13. $\cos^2 x - 3\text{sen}^2 x = 0$ 	14. $2\text{sen}^2 x - 3\text{sen} x + 1 = 0$ 	15. $\text{sen} x + \cos x \cot x = \text{csc} x$ 	16. $5\text{sen} x \tan x - 10 \tan x + 3\text{sen} x = 6$ 
17. $\tan^2 x - 3 = 0$ 	18. $2\cos 2x + \sqrt{3} = 0$ 	19. $\cot^2(x/2) = 3$ 	20. $\text{sen} 2x = 2\text{sen} x$ 

21. $\sin^2 x - \cos^2 x = 1/2$ 	22. $4\sin^2 x \tan x - \tan x = 0$ 	23. $\sin^3 x - \sin^2 x - \sin x + 1 = 0$ 	24. $\cos^2 x + 2\sin x + 2 = 0$ 
25. $\cot^2 x + \tan^2 x = 2$ 	26. $3\cos^2 x + 5\sin x = 1$ 		

ANEXO 2

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN UN VARIABLE (Capítulo 3)

PÁGINA 84 (Numeral 5)

1. $\sin^2 x = 1/4; [2\pi, 4\pi]$ 	2. $\csc^2 x = 2; [-2\pi, -4\pi]$ 	3. $\tan^2 x - 3 = 0; [2\pi, 4\pi]$ 	4. $\sec^2 x - 4 = 0; [-2\pi, -4\pi]$ 
5. $\tan 2x = 1; [4\pi, 6\pi]$ 	6. $2\cos 2x + \sqrt{3} = 0; [-4\pi, -6\pi]$ 	7. $\sin^2 2x = 1; [6\pi, 8\pi]$ 	8. $4\cos^2(2x) - 1 = 0; [-6\pi, -8\pi]$ 
9. $\cot^2(x/2) = 3; [2\pi, 4\pi]$ 	10. $\sec^2(x/2) = 2; [-2\pi, -4\pi]$ 	11. $\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0; [4\pi, 6\pi]$ 	12. $\sin^2 x - \cos^2 x = 1/2; [-4\pi, -6\pi]$ 

ANEXO 3

SISTEMAS DE ECUACIONES CUADRÁTICAS (Capítulo 7)

PÁGINA 152 (Literal 1)

1. $\begin{cases} y^2 = 4x \\ x + y = 3 \end{cases}$ 	2. $\begin{cases} x^2 = 9y \\ x - y = 2 \end{cases}$ 	3. $\begin{cases} y^2 = 2x \\ y = x \end{cases}$ 	4. $\begin{cases} y^2 = x \\ y + 2x = 1 \end{cases}$ 	5. $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 18 - x^2 \end{cases}$ 
6. $\begin{cases} y = x^2 + 4 \\ y = -2x^2 - 6 \end{cases}$ 	7. $\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 7 \\ 2x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$ 	8. $\begin{cases} 18x^2 + 3y^2 = 5 \\ 2x^2 + 3y^2 = 7 \end{cases}$ 	9. $\begin{cases} y = x^2 + 2 \\ y = -x^2 + 8 \end{cases}$ 	10. $\begin{cases} y = x^2 - 5 \\ y = 3x^2 - 7 \end{cases}$ 
11. $\begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 + y^2 = 68 \end{cases}$ 	12. $\begin{cases} x - 3y = 12 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$ 	13. $\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$ 	14. $\begin{cases} 3x - x \cdot y = 4 \\ x^2 + x \cdot y = 6 \end{cases}$ 	15. $\begin{cases} x + y = -3 \\ x^2 + y^2 = 45 \end{cases}$ 
16. $\begin{cases} x = y - 2 \\ y^2 = 2x^2 + 8 \end{cases}$ 	17. $\begin{cases} (x + y)^2 = 289 \\ x^2 + y^2 = 169 \end{cases}$ 	18. $\begin{cases} xy / 2 = 96 \\ x^2 + y^2 = (x + y - 8)^2 \end{cases}$ 	19. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ 2x^2 + 3y^2 = 18 \end{cases}$ 	20. $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 18 \\ 15x^2 - 2y^2 = 8 \end{cases}$ 
21. $\begin{cases} x^2 + 2xy - 5y^2 = -5 \\ 2x^2 - xy - 6y^2 = 4 \end{cases}$ 	22. $\begin{cases} 4x^2 + 3xy + 2y^2 = 3 \\ 2x^2 + 6xy + y^2 = -3 \end{cases}$ 			

ANEXO 4

SISTEMAS DE ECUACIONES EXPONENCIALES

PÁGINA 158 (Literal 3)

1. $\begin{cases} 2^x + 2^y = 5 \\ 2^x - 3 \cdot 2^y = -3 \end{cases}$ 	2. $\begin{cases} 3^{x-2y} = 3 \\ 3^{2x-3y} = 27 \end{cases}$ 	3. $\begin{cases} 5^{x-2y} = 1 \\ 5^{2x-3y} = 5 \end{cases}$ 	4. $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases}$ 
5. $\begin{cases} 2^{2x+5y} = 2 \\ 2^{-x+y} = 8 \end{cases}$ 	6. $\begin{cases} 3^{x+y} = 81 \\ 3^{y-x} = 9 \end{cases}$ 	7. $\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^{y-x} = 3 \end{cases}$ 	8. $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2^x - 2^y = 14 \end{cases}$ 
9. $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases}$ 	10. $\begin{cases} 5^x \cdot 25^y = 5^7 \\ 2^{x-1} \cdot 2^{y+2} = 2^9 \end{cases}$ 	11. $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{cases}$ 	12. $\begin{cases} 3^x - 2^y = 1 \\ 3^{x-1} = 2^{y-2} + 1 \end{cases}$ 
13. $\begin{cases} 2^x + 3^{2y} = 11 \\ 2^{x+1} - 3^y = 1 \end{cases}$ 	14. $\begin{cases} 7^{2x+3y} = 1/7 \\ 7^{-4x-5y} = 1/7 \end{cases}$ 	15. $\begin{cases} 3 \cdot 2^{x-1} - 2^{y-2} = 4 \\ 4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 2^y = 8 \end{cases}$ 	16. $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2^x - 2^y = 7/4 \end{cases}$ 
17. $\begin{cases} 3^x - 2^{y+1} = 235 \\ 3^{x-1} - 2^{y-1} = 79 \end{cases}$ 	18. $\begin{cases} 5^{3x-2y} = 3125 \\ 11^{6x-7y} = 14641 \end{cases}$ 		

ANEXO 5

SISTEMAS DE ECUACIONES LOGARÍTMICAS

PÁGINA 164 (Literal 3)

1. $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$ 	2. $\begin{cases} x - y = 4 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$ 	3. $\begin{cases} 3x + 2y = 64 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$ 	4. $\begin{cases} \log x + \log y = \log 200 \\ 2 \log x + \log y = 3 \end{cases}$ 
5. $\begin{cases} 2 \log x - 3 \log y = 7 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$ 	6. $\begin{cases} \log x + 5 \log y = 7 \\ \log(x/y) = 1 \end{cases}$ 	7. $\begin{cases} \log x - \log y = \log 3 \\ 2 \log x - 3 \log y = \log 3 \end{cases}$ 	8. $\begin{cases} x - y = 15 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$ 
9. $\begin{cases} \log x - \log y = 1 \\ x + y = 22 \end{cases}$ 	10. $\begin{cases} 3x + 2y = 64 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$ 	11. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$ 	12. $\begin{cases} x - y = 8 \\ \log_2 x + \log_2 y = 7 \end{cases}$ 
13. $\begin{cases} \log_2(x - y) = 2 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$ 	14. $\begin{cases} x + y = 110 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$ 	15. $\begin{cases} \log_x(y - 18) = 2 \\ \log_y(x + 3) = 1/2 \end{cases}$ 	16. $\begin{cases} \log_y(9 - x) = 1/2 \\ \log_x(y + 9) = 2 \end{cases}$ 
17. $\begin{cases} \log x / \log y = 1/2 \\ \log x^2 + \log y = 4 \end{cases}$ 	18. $\begin{cases} x - y = 8 \\ \log_2 x - \log_2 y = 7 \end{cases}$ 		

ANEXO 6

SISTEMAS DE ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

PÁGINA 170 (Literal 2)

1. $\begin{cases} y = \cos(x) - 1 \\ y = \sin(x) \end{cases}$ 	2. $\begin{cases} x + y = \pi / 2 \\ \sin x + \sin y = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$ 	3. $\begin{cases} x - y = 90^\circ \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$ 	4. $\begin{cases} y = \sin(x - \pi) \\ y = \sin(2x) \end{cases}$ 	5. $\begin{cases} y = \cos x - \pi \\ y = 2 \cos(x) \end{cases}$ 
6. $\begin{cases} y = \sin(x + \pi) \\ y = -\sin x + \cos x \end{cases}$ 	7. $\begin{cases} y = \sin(x + \pi) \\ y = 2 \sin(x + \pi) \end{cases}$ 	8. $\begin{cases} y = \cos(x - \pi) \\ y = 2 \cos(x - \pi) \end{cases}$ 	9. $\begin{cases} y = \tan(x + \pi) \\ y = 0,5 \tan(x) \end{cases}$ 	10. $\begin{cases} y = \sin(2x) \\ y = \sin(x) \end{cases}$ 
11. $\begin{cases} y = \cos 2x \\ y = -\sin x + 1 \end{cases}$ 	12. $\begin{cases} y = \tan(x + \pi) \\ y = 0,5 \tan(x) \end{cases}$ 	13. $\begin{cases} y = \sin(x) + 2 \\ y = 2 \sin(x) + 1 \end{cases}$ 	14. $\begin{cases} y = \cos(x) \\ y = 2 \cos(x) - \frac{1}{2} \end{cases}$ 	15. $\begin{cases} y = (\tan(x)) / 2 \\ y = \tan(x) + 0,5 \end{cases}$ 
16. $\begin{cases} \cos(x + y) = 1 / 2 \\ \sin(x - y) = 1 / 2 \end{cases}$ 	17. $\begin{cases} \sin x \cos y = -\sqrt{3} / 4 \\ \cos x \sin y = \sqrt{3} / 4 \end{cases}$ 	18. $\begin{cases} \sin^2 x - \cos^2 y = 3 / 4 \\ \sin^2 x + \cos^2 y = 5 / 4 \end{cases}$ 	19. $\begin{cases} \sin^2 x - \cos^2 y = 3 / 4 \\ \cos^2 x - \sin^2 y = 1 / 4 \end{cases}$ 	20. $\begin{cases} 2 \sin(x) = 2 \\ 2 \sin(y) = -1 \end{cases}$ 
21. $\begin{cases} \sin x = 2 \sin y \\ \sin x \sin y = 0,5 \end{cases}$ 				

ANEXO 2**Presentación del solucionario**

La siguiente obra es un solucionario de apoyo para los estudiantes de colegio y primeros niveles de universidad en la resolución de los ejercicios propuestos en el libro “(=) Teoría de Ecuaciones” de los autores: MSc. Paco Bastidas Romo, MSc. Carlos Montenegro Balseca, MSc. William Meneses Rodríguez y MSc. Milton Coronel Sánchez.

Se presenta la resolución ordenada, detallada y con una explicación didáctica de cada uno de los ejercicios, empleando las definiciones, propiedades y teoremas desarrollados en “(=) Teoría de Ecuaciones” y haciendo énfasis en la estructura de PROPOSICIONES Y RAZONES, con la finalidad de que los estudiantes cuenten con una guía para comparar el proceso y/o verifiquen su respuesta.

La presente obra sigue la estructura del libro “(=) Teoría de Ecuaciones”, por ello está dividida en 7 capítulos: polinómicas, algebraicas (rationales, irracionales, con valor absoluto), trascendentes, solución de problemas, sistemas de ecuaciones lineales (2x2), sistemas de ecuaciones lineales (3x3) y sistemas de ecuaciones no lineales. En cada uno de los capítulos se especifica la página del libro donde constan los ejercicios planteados y su respectiva resolución. En algunos ejercicios se dejan las RAZONES para que el estudiante las complete. Finalmente, en Anexos, se adjunta las gráficas de los ejercicios pertinentes, mediante códigos QR que los dirige a Geogebra.

Por último, pero no menos importante, la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemática y Física, de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, de la Universidad Central del Ecuador, ha cumplido con su Misión de “formar docentes con identidad social, valores, saberes científicos-técnicos a través de la investigación científica para potenciar su desarrollo humano y su entorno”; influenciando positivamente en los jóvenes egresados de la carrera para llevar a cabo la producción y publicación de la obra “(=) Teoría de Ecuaciones SOLUCIONARIO”, obra en la que se refleja trabajo en equipo, esfuerzo, dedicación y constancia de sus autores, así como la aplicación del conocimiento matemático, didáctico y el uso de las Tics en la resolución de los ejercicios, aportando de esta manera a la comunidad educativa con un libro de calidad.

Ana Lucía Arias B.

DIRECTORA

CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES MATEMÁTICA Y FÍSICA

La enseñanza de las matemáticas encuentra en este Solucionario de Teoría de Ecuaciones una herramienta práctica, rigurosa y didáctica. Esta obra integra teoría, demostraciones y ejercicios resueltos paso a paso, guiando al lector desde los conceptos básicos hasta los procedimientos más avanzados de las ecuaciones polinómicas, algebraicas y trascendentes. Cada capítulo ha sido diseñado con precisión pedagógica para favorecer la comprensión lógica, el razonamiento analítico y la capacidad de resolución de problemas, pilares fundamentales del pensamiento matemático. Los autores, especialistas en Ciencias de la Educación con mención en Matemática y Física, combinan la claridad expositiva con la metodología docente, haciendo de este texto una referencia tanto para el aula universitaria como para el autoaprendizaje. Más que un conjunto de soluciones, este libro es una invitación a descubrir la belleza y coherencia del lenguaje matemático, demostrando que cada ecuación encierra una historia de lógica, creatividad y conocimiento.



EDITORIAL
**Mundos
Alternos**

ISBN: 978-9942-7454-1-5

